

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО ФИЗИКЕ
2017-2018 УЧ. ГОД
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. КАЛУЖСКАЯ ОБЛАСТЬ
10 КЛАСС
РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

1. «Падение с куба»

Декоративный стол имеет форму куба с длиной ребра $L = 80$ см. На краю стола в одном из углов его поверхности лежат два маленьких шарика. В некоторый момент времени им сообщают одинаковые по модулю, но противоположные скорости в горизонтальном направлении. Первый шарик прокатился по диагонали через весь стол и упал из противоположного угла на пол, пролетев по горизонтали расстояние, равное высоте стола. Второй шарик сразу начал падение с края и его дальность полета по горизонтали оказалась равна расстоянию, которое прошел по столу первый шарик. Найдите:

- 1) начальную скорость шариков;
- 2) ускорение, с которым двигался первый шарик по столу.

При расчетах считать ускорение свободного падения $g = 9,8$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

Возможное решение

1. Обозначим начальную скорость шариков v_0 . Дальность полета второго шарика равна расстоянию, которое прошел по столу первый шарик, то есть диагонали квадрата, представляющего собой поверхность стола $L\sqrt{2}$. Используя кинематические уравнения для горизонтального броска, получаем

$$L\sqrt{2} = v_0 t; \quad (1)$$

$$L = \frac{gt^2}{2}. \quad (2)$$

Отсюда

$$v_0 = \sqrt{gL}. \quad (3)$$

Вычисления дают ответ $v_0 = 2,8$ м/с.

2. Первый шарик начинает двигаться по диагонали стола с той же начальной скоростью v_0 . Скорость v_1 , которая будет у него, когда он докатится до противоположного угла и начнет падение, можно найти из условия, что дальность полета по горизонтали равна высоте стола, то есть ребру куба:

$$L = v_1 t; \quad (4)$$

$$L = \frac{gt^2}{2}. \quad (5)$$

Отсюда

$$v_1 = \sqrt{\frac{gL}{2}}. \quad (6)$$

Ускорение, с которым шарик катится по столу находим из соотношений для равнозамедленного движения, исключая время, или сразу используя известное соотношение «путь без времени», например

$$L\sqrt{2} = \frac{v_0^2 - v_1^2}{2a}. \quad (7)$$

Отсюда

$$a = \frac{v_0^2 - v_1^2}{2\sqrt{2}L} = \frac{gL - \frac{gL}{2}}{2\sqrt{2}L} = \frac{g\sqrt{2}}{8}. \quad (8)$$

Таким образом, искомое ускорение будет

$$a = \frac{g\sqrt{2}}{8} \approx 1,8 \text{ м/с}^2. \quad (9)$$

Рекомендуемые критерии оценки

Максимальна оценка за полное правильное решение всей задачи – 10 баллов, складывается из оценок за каждую из частей задачи. Решение не обязательно должно быть представлено в общем виде, допускается возможность промежуточных вычислений «по действиям».

1. За решение **первой части** задачи (нахождение начальной скорости) **максимальная оценка составляет 5 баллов**. При этом можно использовать следующую шкалу:

- полное правильное решение – 5 баллов;
- соотношения, отражающие физические законы и закономерности (в данном случае – кинематические уравнения движения тела (1), (2) или эквивалентные им), записаны верно, система уравнений полна, произведены необходимые преобразования и вычисления, получен ответ, но имеются арифметические ошибки в вычислениях (либо ответ получен в общем виде, вычисления не произведены) – 4 балла;
- соотношения, отражающие физические законы и закономерности записаны верно, система уравнений полна, но имеется ошибка в математических преобразованиях, приводящих к ответу или они не завершены – 3 балла;
- есть понимание физики явления, но в записанных соотношениях имеется физическая ошибка, поэтому из них невозможно найти правильное решение – 2 балла;
- имеются отдельные записи, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении) - 1 балл;
- нет попыток решить задачу – 0 баллов.

2. За решение **второй части задачи** (определение ускорения первого шарика при его движении по столу) **максимальная оценка составляет 5 баллов**. При этом можно использовать следующую шкалу:

- полное правильное решение – 5 баллов;
- соотношения, отражающие физические законы и закономерности (в данном случае – кинематические уравнения движения тела (4), (5), (7) или эквивалентные им) записаны верно, система уравнений полна, произведены необходимые преобразования и вычисления, получен ответ, но имеются арифметические ошибки в вычислениях – 4 балла;
- соотношения, отражающие физические соотношения записаны верно, система уравнений полна, но имеется ошибка в математических преобразованиях, приводящих к ответу или они не завершены – 3 балла;
- есть понимание физики явления, но в записанных соотношениях имеется физическая ошибка, поэтому из них невозможно найти правильное решение – 2 балла;
- имеются отдельные записи, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении) - 1 балл;
- нет попыток решить задачу – 0 баллов.

2. «Изменение импульса спутника»

Искусственный спутник вращается по круговой орбите радиуса $R=6670$ км вокруг планеты с постоянной скоростью. За время равное половине периода вектор импульса спутника получил приращение, модуль которого составил $\Delta p = 2 \cdot 10^6 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$. Найдите

- 1) модуль импульса спутника p ;
- 2) массу спутника m и массу планеты M , если их отношение $\frac{M}{m} = k = 10^{24}$.

$$\text{Гравитационная постоянная } G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{м}^3}{\text{с}^2 \cdot \text{кг}}.$$

Возможное решение

1. Спутник вращается с постоянной по модулю, но меняющейся по направлению скоростью, поэтому вектор импульса не будет постоянным. За половину периода вектор импульса \vec{p} повернется на 180° , то есть его направление изменится на противоположное:

$$\vec{\Delta p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = -\vec{p} - \vec{p} = -2\vec{p}, (1)$$

поэтому модуль изменения импульса

$$\Delta p = 2p. (2) .$$

Отсюда можно найти модуль импульса спутника:

$$p = \frac{\Delta p}{2}.$$

Вычисления дают ответ:

$$p = 10^6 \frac{\text{кг м}}{\text{с}}.$$

2. Массу планеты находим из уравнения движения спутника по орбите с центростремительным ускорением и закона всемирного тяготения:

$$F_T = ma_{ц}; (3)$$

$$G \frac{Mm}{R^2} = ma_{ц}; (4)$$

$$a_{ц} = \frac{v^2}{R}; (5)$$

$$G \frac{M}{R} = v^2. (6)$$

Из выражения для модуля импульса

$$v = \frac{p}{m}. (7)$$

Подставляя (7) в (6)

$$G \frac{Mm^2}{R} = p^2. (8)$$

Так как по условию $M = km$, то

$$G \frac{km^3}{R} = p^2. (9)$$

Отсюда масса спутника

$$m = \sqrt[3]{\frac{p^2 R}{Gk}}. (10)$$

Подставляя численные значения, получаем для массы спутника $m = 100$ кг. Тогда масса планеты $M = 10^{25}$ кг.

Рекомендуемые критерии оценки

Максимальна оценка за полное правильное решение всей задачи – 10 баллов, складывается из оценок за каждую из частей задачи. Решение не обязательно должно быть представлено в общем виде, допускается возможность промежуточных вычислений «по действиям».

1. За решение **первой части** задачи (нахождение модуля импульса спутника) **максимальная оценка составляет 5 баллов.** При этом можно использовать следующую шкалу:

- полное правильное решение – 5 баллов;
- верно определено соотношение между модулем импульса и модулем изменения импульса за половину периода (2), но имеется арифметическая ошибка в вычислениях – 4 балла;
- есть понимание физики явления, но математическое соотношение установлено неправильно – 3 балла;
- записаны отдельные соотношения или имеются рисунки, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении) – 2 балла;
- имеются отдельные записи, относящиеся к задаче – 1 балл;
- нет попыток решить задачу – 0 баллов.

2. За решение **второй части задачи** (определение массы спутника и массы планеты) **максимальная оценка составляет 5 баллов.** При этом можно использовать следующую шкалу:

- полное правильное решение – 5 баллов;

- соотношения, отражающие физические законы и закономерности (в данном случае уравнение движения спутника по орбите с центростремительным ускорением, закона всемирного тяготения (3)-(6), выражения скорости через импульс (7) или эквивалентные им) записаны верно, система уравнений полна, произведены необходимые преобразования и вычисления, получен ответ, но имеются арифметические ошибки в вычислениях (либо ответ получен в общем виде, вычисления не произведены) – 4 балла;

- соотношения, отражающие физические законы и закономерности записаны верно, система уравнений полна, но имеется ошибка в математических преобразованиях, приводящих к ответу или они не завершены – 3 балла;

- есть понимание физики явления, но в записанных соотношениях имеется физическая ошибка, поэтому из них невозможно найти правильное решение – 2 балла;

- имеются отдельные записи, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении) - 1 балл;

- нет попыток решить задачу – 0 баллов.

3. «Метеорологический зонд»

Воздушный шар, используется как метеорологический зонд. У поверхности Земли его удерживали веревкой, а когда веревку отвязали, шар стал подниматься вверх и остановился на высоте $H = 15$ км. При этом его объем, который был равен $V_0 = 0,8$ м³, увеличился в 2 раза. Известно, что плотность воздуха у поверхности равна $\rho_0 = 1,2$ кг/м³, а при подъеме она уменьшается в 2 раза на каждые 5 км высоты. Найдите:

1) архимедову силу, действовавшую на зонд у Земли и на высоте H .

2) силу натяжения веревки, удерживавшей зонд у поверхности Земли.

При расчетах считать ускорение свободного падения $g = 9,8$ м/с².

Возможное решение

1. Архимедова сила, действующая на зонд у земли

$$F_{0a} = \rho_0 V_0 g. (1)$$

Ее численное значение $F_{0a} \approx 9,4$ Н.

Т.к плотность уменьшается в 2 раза на каждые 5 км, то на высоте $H = 15$ км она уменьшится в $2^3 = 8$ раз. С учетом, что объем увеличился в 2 раза

$$F_a = \frac{1}{4} \rho_0 V_0 g, (2)$$

Или $F_a \approx 2,4$ Н.

2. Когда груз находился на него действовали сила тяжести $m\vec{g}$, архимедова сила \vec{F}_{0a} и сила натяжения веревки \vec{F}_H . Условие равновесия шара у Земли

$$m\vec{g} + \vec{F}_{0a} + \vec{F}_H = 0. (3)$$

В проекции на вертикальную ось, направленную вверх

$$F_{0a} - mg - F_H = 0. (4)$$

Поднявшись на максимальную высоту шар прекратил движение, поэтому

$$m\vec{g} + \vec{F}_a = 0. (5)$$

$$F_a = mg. (6)$$

Подставляя (6) в (4) и выражая F_H

$$F_H = F_{0a} - F_a. (7)$$

Подставляя значения, найденные в первой части, получаем $F_H \approx 7$ Н.

Рекомендуемые критерии оценки

Максимальна оценка за полное правильное решение всей задачи – 10 баллов, складывается из оценок за каждую из частей задачи. Решение не обязательно должно быть представлено в общем виде, допускается возможность промежуточных вычислений «по действиям».

1. За решение **первой части** задачи (определение архимедовой силы у поверхности и на высоте) **максимальная оценка составляет 5 баллов.** При этом можно использовать следующую шкалу:

- полное правильное решение – 5 баллов;
- оба соотношения для архимедовой силы у Земли и на высоте (соотношения (1) и (2) или эквивалентные им) определены верно, но имеется арифметическая ошибка в вычислениях – 4 балла;
- верно определено одно из значений архимедовой силы, а в другом есть ошибка - 3 балла;
- есть понимание физики явления, но в записанных соотношениях имеются физические ошибки, поэтому из них невозможно найти правильное решение – 2 балла;
- имеются отдельные записи, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении) - 1 балл;
- нет попыток решить задачу – 0 баллов.

2. За решение **второй части задачи** (определение силы натяжения веревки) **максимальная оценка составляет 5 баллов.** При этом можно использовать следующую шкалу:

- полное правильное решение – 5 баллов;
- соотношения, отражающие физические законы и закономерности (в данном случае (3)-(7) или эквивалентные им) записаны верно, система уравнений полна, произведены необходимые преобразования и вычисления, получен ответ, но имеются арифметические ошибки в вычислениях (либо ответ получен в общем виде, вычисления не произведены) – 4 балла;
- соотношения, отражающие физические законы и закономерности записаны верно, система уравнений полна, но имеется ошибка в математических преобразованиях, приводящих к ответу или они не завершены – 3 балла;
- есть понимание физики явления, но в записанных соотношениях имеются физические ошибки, поэтому из них невозможно найти правильное решение – 2 балла;
- имеются отдельные записи, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении) - 1 балл;
- нет попыток решить задачу – 0 баллов.

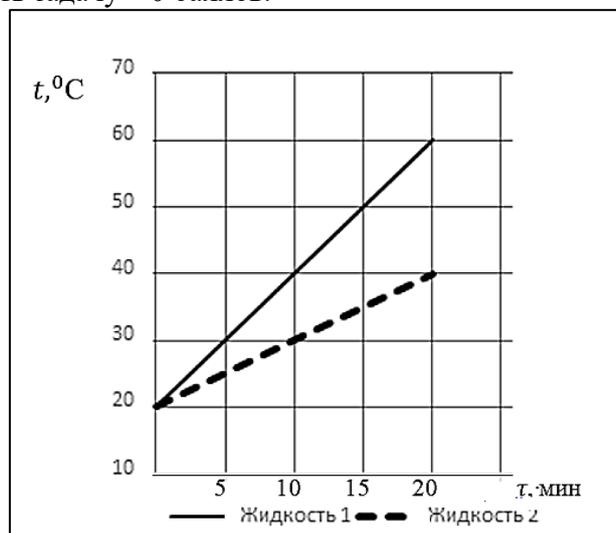


Рисунок 1

4. «Два нагревателя»

При помощи двух нагревателей производится нагрев двух жидкостей в одинаковых калориметрах. Графики изменения температуры со временем приведены на рис. 1.

Мощность спирали первого нагревателя равна 60 Вт, второго 40 Вт. В момент времени $\tau = 20$ минут жидкости переливают в один калориметр.

1. Найдите температуру смеси после установления теплового равновесия, если нагрев был прекращен сразу же после переливания.

2. Какова будет температура смеси через $\Delta t = 20$ минут после переливания, если нагрев смеси будет сразу же продолжен нагревателем, спираль которого представляет

собой соединение спиралей первого и второго (рассмотреть два случая: последовательное и параллельное). Временем на замену нагревателя и теплообменом с окружающей средой можно пренебречь.

Возможное решение

1. По графику начальная температура жидкостей $t_0 = 20^\circ\text{C}$. Через $\tau = 20$ минут температура первой жидкости $t_1 = 60^\circ\text{C}$, а второй $t_2 = 40^\circ\text{C}$. Первая жидкость получила за это время количество теплоты

$$Q_1 = P_1 \tau, (1)$$

вторая

$$Q_2 = P_2 \tau. (2)$$

С другой стороны

$$Q_1 = c_1 m_1 (t_1 - t_0), (3)$$

$$Q_2 = c_2 m_2 (t_2 - t_0). (4)$$

Из этих уравнений

$$c_1 m_1 = \frac{P_1 \tau}{(t_1 - t_0)}, (5)$$

$$c_2 m_2 = \frac{P_2 \tau}{(t_2 - t_0)}. (6)$$

После перемешивания и установления теплового равновесия смесь будет иметь температуру t , которую найдем из уравнения теплового баланса:

$$c_1 m_1 (t_1 - t) = c_2 m_2 (t - t_2); (7)$$

$$t = \frac{\frac{P_1}{(t_1 - t_0)} t_1 + \frac{P_2}{(t_2 - t_0)} t_2}{\frac{P_1}{(t_1 - t_0)} + \frac{P_2}{(t_2 - t_0)}}. (8)$$

Расчет дает $t \approx 48,6^\circ\text{C}$.

2. Так как нагреватели работают от одной сети, во всех случаях напряжение на них будет одинаковым. Обозначим его U . Из формулы для мощности

$$P = \frac{U^2}{R} (9)$$

найдем сопротивление каждой спирали

$$R_1 = \frac{U^2}{P_1}, R_2 = \frac{U^2}{P_2}. (10)$$

Сопротивления при последовательном и параллельном соединении

$$R_{\text{посл}} = R_1 + R_2; \frac{1}{R_{\text{пар}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}. (11)$$

Мощность нового нагревателя при последовательном соединении

$$P_{\text{посл}} = \frac{U^2}{R_1 + R_2} = \frac{P_1 P_2}{P_1 + P_2} (12)$$

при параллельном

$$P_{\text{пар}} = U^2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = P_1 + P_2. (13)$$

Уравнение теплового баланса во втором случае

$$P \Delta \tau = c_1 m_1 (t - t_1) + c_2 m_2 (t - t_2); (14)$$

откуда

$$t = \frac{\frac{P_1 \tau}{(t_1 - t_0)} t_1 + \frac{P_2 \tau}{(t_2 - t_0)} t_2 + P \Delta \tau}{\frac{P_1 \tau}{(t_1 - t_0)} + \frac{P_2 \tau}{(t_2 - t_0)}}. (15)$$

Расчет для последовательного соединения ($P_{\text{посл}} \approx 24$ Вт) дает $t_{\text{посл}} = 55,4^\circ\text{C}$, для параллельного ($P_{\text{пар}} = 100$ Вт) $t_{\text{пар}} = 77,1^\circ\text{C}$.

Рекомендуемые критерии оценки

Максимальна оценка за полное правильное решение всей задачи – 10 баллов, складывается из оценок за каждую из частей задачи. Решение не обязательно должно быть представлено в общем виде, допускается возможность промежуточных вычислений «по действиям».

1. За решение **первой части** задачи (определение температуры смеси после установления теплового равновесия) **максимальная оценка составляет 5 баллов.** При этом можно использовать следующую шкалу:

- полное правильное решение – 5 баллов;
- соотношения, отражающие физические законы и закономерности (в данном случае – формулы, связывающие мощность и количество теплоты (1), (2), для количеств теплоты при нагревании (3), (4), уравнение теплового баланса (7) или эквивалентные им), записаны верно, система уравнений полна, произведены необходимые преобразования и вычисления, получен ответ, но имеются арифметические ошибки в вычислениях (либо ответ получен в общем виде, вычисления не произведены) – 4 балла;
- соотношения, отражающие физические законы и закономерности записаны верно, система уравнений полна, но имеется ошибка в математических преобразованиях, приводящих к ответу или они не завершены – 3 балла;
- есть понимание физики явления, но в записанных соотношениях имеются физические ошибки, поэтому из них невозможно найти правильное решение – 2 балла;
- имеются отдельные записи, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении) - 1 балл;
- нет попыток решить задачу – 0 баллов.

2. За решение **второй части задачи** (определение температуры смеси после продолжения нагрева с заменой нагревателя) **максимальная оценка составляет 5 баллов.**

- полное правильное решение – 5 баллов;
- соотношения, отражающие физические законы и закономерности (в данном случае – формулы, связывающие мощность с сопротивлением (10), формулы для последовательного и параллельного соединений (11), уравнение теплового баланса (14)) или эквивалентные им), записаны верно, система уравнений полна, произведены необходимые преобразования и вычисления, получен ответ, но имеются ошибки в вычислениях (либо ответ получен в общем виде, вычисления не произведены), а также в случае, когда получено полное решение только для одного из соединений – 4 балла;
- соотношения, отражающие физические соотношения записаны верно, система уравнений полна, но имеются ошибки в математических преобразованиях, приводящих к ответу или они не завершены – 3 балла;
- есть понимание физики явления, но в записанных соотношениях имеются физические ошибки, поэтому из них невозможно найти правильное решение – 2 балла;
- имеются отдельные записи, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении) - 1 балл;
- нет попыток решить задачу – 0 баллов.

5. «Проводник на рельсах»

На горизонтальных рельсах, расстояние между которыми равно L , перпендикулярно к ним лежит металлический стержень. Коэффициент трения стержня о рельсы μ . Вся система помещена в однородное вертикальное магнитное поле, индукция которого равна B . Через стержень начинают пропускать ток, плавно увеличивая напряжение, подаваемое на концы стержня. Плотность материала стержня равна D , удельное сопротивление ρ .

1. При каком значении напряжения, подаваемого на концы стержня, он придет в движение?

2. Изобразите примерный график зависимости силы трения, действующей на стержень от подаваемого напряжения. Укажите на нем найденное в п. 1 напряжение и соответствующую силу трения.

Возможное решение

1. Проводник придет в движение, когда сила Ампера превысит максимальную силу трения покоя

$$F_A \geq F_{\text{тр max}}. (1)$$

$$F_{\text{тр max}} = \mu N, (2)$$

где N – сила реакции опоры, уравновешенная силой тяжести

$$N = mg. (3)$$

Сила Ампера, с учетом что угол между линиями магнитной индукции и направлением тока равен 90° ,

$$F_A = IBL. (4)$$

Из закона Ома

$$I = \frac{U}{R}, (5)$$

где R – сопротивление проводника, которое можно найти, зная его длину L , удельное сопротивление ρ и площадь поперечного сечения S

$$R = \rho \frac{L}{S}. (6)$$

Выражаем массу через плотность D и объем V , а объем – через длину L и площадь поперечного сечения S

$$m = DV = DLS. (7)$$

С учетом (2) - (7) преобразуем неравенство (1)

$$IBL \geq \mu mg;$$

$$\frac{U}{R}BL \geq \mu mg;$$

$$\frac{U}{\rho L}LBS \geq \mu gDLS;$$

$$\frac{U}{\rho}B \geq \mu gDL;$$

$$U \geq \frac{\mu gDL\rho}{B}. (8)$$

2.. Пока сила трения не достигнет значения $F_{\text{тр max}} = \mu N$, она будет равна той силе, которая стремится привести тело в движение по поверхности рельсов, то есть силе Ампера, которая при заданных параметрах стержня и магнитного поля будет пропорциональна приложенному напряжению. То есть пока

$$U < \frac{\mu gDL\rho}{B}. (9)$$

сила трения растет пропорционально U , а при

$$U \geq \frac{\mu gDL\rho}{B} U. (10)$$

она будет равна

$$F_{\text{тр max}} = \mu N. (11)$$

Схематичный график приведен на рис. 2. Значение U_0 на графике

$$U_0 = \frac{\mu gDL\rho}{B}. (12)$$

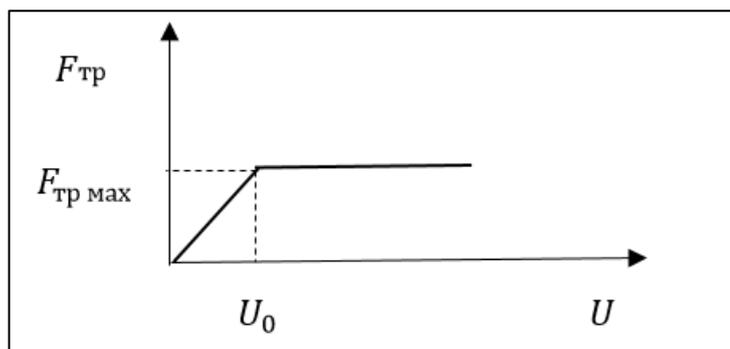


Рисунок 2

Рекомендуемые критерии оценки

Максимальна оценка за полное правильное решение всей задачи – 10 баллов, складывается из оценок за каждую из частей задачи.

1. За решение **первой части** задачи (определение значения напряжения при котором стержень придет в движение) **максимальная оценка составляет 5 баллов**. При этом можно использовать следующую шкалу:

- полное правильное решение – 5 баллов;
- соотношения, отражающие физические законы и закономерности (в данном случае – условие начала движения (1), выражение для максимальной силы трения покоя (2), равенство сил в вертикальном направлении (3), выражение для силы Ампера (4), закон Ома (5), формулы для сопротивления (6) и массы (7) или эквивалентные им), записаны верно, система уравнений полна, произведены необходимые преобразования, получен ответ, но имеются ошибки в математических преобразованиях – 4 балла;
- соотношения, отражающие физические соотношения записаны верно, система уравнений полна, но математические преобразования, не завершены, ответ не получен – 3 балла;
- есть понимание физики явления, но найдены не все из необходимых для решения соотношений, либо в них содержатся ошибки, в результате полученная система уравнений не полна или содержит физические ошибки, и из нее невозможно найти правильное решение – 2 балла;
- имеются отдельные записи, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении) - 1 балл;
- нет попыток решить задачу – 0 баллов.

2. За решение **второй части задачи** (построение графика) **максимальная оценка составляет 5 баллов**.

- полное правильное решение, на графике отражены оба участка с различной зависимостью (пропорциональная зависимость и постоянство), указано при каких значениях силы трения и напряжения вид графика меняется (выражения (11), (12) или эквивалентные им) – 5 баллов;
- на графике отражены оба участка, но не указаны (на графике или в пояснениях) значения величин, при которых вид графика меняется – 4 балла;
- вид зависимости установлен правильно только на одном из участков изменения напряжения – 3 балла;
- записаны соотношения или имеются рассуждения, указывающие на понимание физики явления, но график не построен – 2 балла;
- имеются отдельные записи, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении) - 1 балл;
- нет попыток решить задачу – 0 баллов.