

10 класс

Случай в походе (15 баллов)

Класс пошел в поход. Так получилось, что мальчики шли цепочкой по правой стороне дороги, а девочки по левой. В какой-то момент времени Катя заметила, что если ее скорость равна 1 км/час, то через каждые 2 секунды ее обгоняет одноклассник. Когда девочки побежали со скоростью 3 км/ч, то каждые 8 секунд Катя обгоняет одноклассника. Как часто Катю будут обгонять одноклассники (мальчики), если она остановится завязать шнурки? Ответ привести с точностью до десятых.

Вариант решения

Переведены необходимые величины в СИ: $v_1 = 1 \frac{\text{км}}{\text{ч}} = 1 \frac{1000 \text{ м}}{60 \cdot 60 \text{ с}} = 0,28 \frac{\text{м}}{\text{с}}$,

$$v_2 = 3 \frac{\text{км}}{\text{ч}} = 3 \frac{1000 \text{ м}}{60 \cdot 60 \text{ с}} = 0,83 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Обозначим v_k – скорость движения мальчиков, если S – расстояние между мальчиками, тогда время движения:

$$t_1 = \frac{S}{v_k - v_1}, \quad (1)$$

$$t_2 = \frac{S}{v_2 - v_k}, \quad (2),$$

где $(v_k - v_1)$ и $(v_2 - v_k)$ относительные скорости движения, соответственно, в первом и во втором случае.

Выразим расстояние в (1) и (2) и вычтем из первого выражения второе:

$$v_k = \frac{v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot t_2}{t_1 + t_2}$$

После математических преобразований получаем:

$$S = \frac{(v_2 - v_1) \cdot t_1 \cdot t_2}{t_1 + t_2}$$

Промежуток времени можем найти как:

$$t = \frac{S}{v_k} = \frac{\frac{(v_2 - v_1) \cdot t_1 \cdot t_2}{t_1 + t_2}}{\frac{v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot t_2}{t_1 + t_2}} = \frac{(v_2 - v_1) \cdot t_1 \cdot t_2}{v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot t_2} = \frac{(0,83 - 0,28) \cdot 2 \cdot 8}{0,28 \cdot 2 + 0,83 \cdot 8} = \frac{2,2}{1,8} = 1,2 \text{ с}.$$

Критерии оценивания

Записано выражение для времени t_1 и t_2 через относительные скорости	4 балла
Получено выражение для нахождения пути	4 балла
Получено выражение для нахождения времени	4 балла
Получен правильный ответ	3 балла

Сосуд с водой (30 баллов)

Школьник, выполняя лабораторную работу, поставил сосуд с водой на батарею отопления и стал каждые три минуты записывать температуру воды. Данные этого опыта приведены в таблице. Определите по этим данным, до какой максимальной температуры нагреется вода в сосуде.

Таблица 1

t, °C	25,0	26,4	27,6	28,7	29,8	30,7	31,5	32,3	33,0
-------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

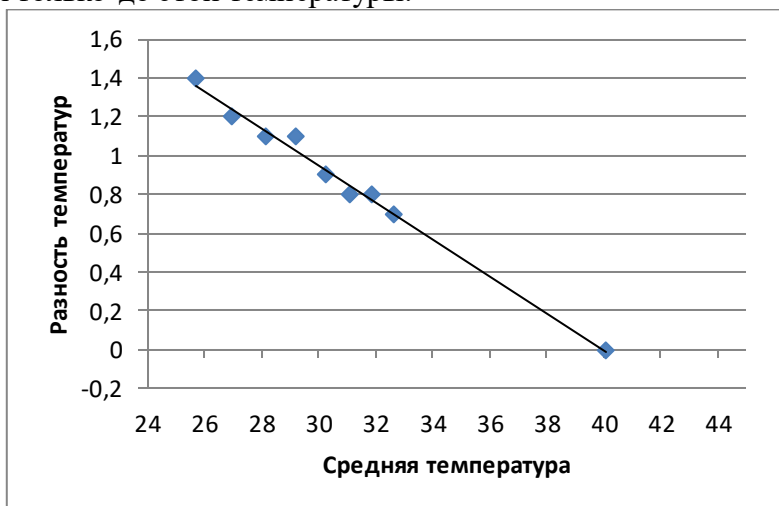
Вариант решения

Предлагается графический способ решения данной задачи. Считаем, что температура воды увеличивается неравномерно за счет усиления теплоотдачи с ростом температуры. Чтобы учесть влияние теплоотдачи, посмотрим, как меняется приращение Δt температуры воды за каждые $\Delta \tau = 3$ мин. в зависимости от температуры воды. Температуру будем считать как среднюю между ее значениями в начале и в конце каждого интервала времени. Построим на основе этого наблюдения следующую таблицу:

Таблица 2

t _{ср} , °C	25,7	27	28,15	29,25	30,25	31,1	31,9	32,65
Δt , °C	1,4	1,2	1,1	1,1	0,9	0,8	0,8	0,7

По точкам этой таблицы построим график зависимости Δt от t_{cp} . Из графика видно, что прямая может пересекать ось абсцисс. Эта точка пересечения соответствует температуре $t_{cp} \approx 40^\circ\text{C}$. Таким образом, вода нагреется только до этой температуры.



Критерии оценивания

Построен график зависимости изменения температуры в координатах T_{cp} от ΔT	10 баллов
Представлены необходимые пояснения	10 баллов
Определена максимальная температура	10 баллов

Эффективный нагреватель (25 баллов)

По проводу сопротивлением 100 Ом может протекать максимальный ток 10 А. Нагреватель, какой максимальной мощности можно изготовить из этого провода, если присоединить его к сети 220 В? С проволокой можно производить любые манипуляции, кроме растягивания, сплющивания и переплавки.

Вариант решения

Увеличить мощность нагревателя можно, если разрезать провод на N частей и соединить их параллельно.

Определим минимальное сопротивление куска провода, при котором через него будет течь ток 10 А:

$$R_0 = \frac{U}{I} = \frac{220}{10} = 22 \text{ Ом.}$$

Найдем, на сколько частей можно разрезать провод:

$$N = \frac{R}{R_0} = \frac{100}{22} = 4,54 \approx 4 \text{ части.}$$

Т.к. сопротивление должно быть больше $R_0 = 25 \text{ Ом}$

Общее сопротивление при параллельном соединении N одинаковых проводников:

$$R_{об} = \frac{R_0}{N} = \frac{25}{4} = 6,25 \text{ Ом.}$$

Мощность нагревателя:

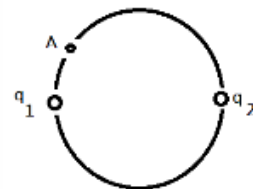
$$P = \frac{U^2}{R_{об}} = \frac{220^2}{6,25} = 7744 \text{ Вт.}$$

Критерии оценивания

Предложен способ увеличения мощности нагревателя	5 баллов
Найдено минимальное сопротивление куска провода	5 баллов
Определено, на сколько частей можно разрезать провод	5 баллов
Определено общее сопротивление нагревателя	5 баллов
Определена мощность нагревателя	5 баллов

Две бусины (15 баллов)

Две точечные бусинки с зарядами $q_1 = q_2$ закреплены на кольце, как показано на рисунке. Какую работу нужно совершить, чтобы, разрезав кольцо в точке А, распрямить кольцо в линию? Силы деформации кольца не учитывать.



Вариант решения

Работа по изменению конфигурации электрических зарядов равна изменению потенциальной энергии системы.

В первом случае: расстояние между зарядами равно D – диаметру кольца, а потенциальная энергия их взаимодействия

$$W_1 = \frac{kq_1q_2}{D}$$

После того, как кольцо развернули в линию, расстояние между зарядами стало равным:

$$l = \frac{2\pi R}{2} = \frac{\pi D}{2},$$

а их энергия взаимодействия:

$$W_2 = \frac{kq_1q_2}{l} = \frac{2kq_1q_2}{\pi D}$$

$$\text{Работа равна } A = W_2 - W_1 = \frac{2kq_1q_2}{\pi D} - \frac{kq_1q_2}{D} = \frac{kq_1q_2}{D} \left(\frac{2}{\pi} - 1 \right)$$

Критерии оценивания

Определено выражение потенциальной энергии бусинок на кольце	5 баллов
Определено выражение потенциальной энергии бусинок на кольце	5 баллов
Определено выражение для нахождения работы	5 баллов

Неравнозначные шары (15 баллов)

Взяв бильярдный шар и надувной мячик одинакового размера, наблюдали следующий эксперимент: бросив вертикально вниз надувной мячик на покоящийся на полу бильярдный шар увидели, что мяч после удара подскакивает вверх, а шар остается в покое. Когда тела поменяли местами, т.е. бильярдный шар бросили вертикально вниз на покоящийся надувной мячик, то наблюдали, что оба тела подскочили вверх. Оцените, во сколько раз будут отличаться высоты, на которые подпрыгивают надувной и бильярдный шар во втором случае?

Вариант решения

Бильярдный шар после соударения начинает движение вверх со скоростью V_0 . Максимальную

высоту подъема определим по формуле: $h = \frac{V_0^2}{2g}$. В момент отрыва бильярдного

шара от надувного мячика, у последнего скорость точки В соприкосновения с полом равна нулю, а скорость точек А касавшихся бильярдного шара соответствуют V_0 . Тогда результирующая скорость, с которой начнет двигаться надувной мячик (скорость центра масс), будет равна $V_0/2$.

Максимальная высота подъема надувного мяча составит: $h^* = \frac{V_0^2}{8g}$. Отношение

высот составит: $h/h^* = 4$. Бильярдный шар подскочит в четыре раза выше, чем надувной мячик.

Критерии оценивания

Представлена связь максимальной высоты подъема и начальной скорости движения	4 балла
Определена скорость движения центра масс надувного мячика	8 баллов
Представлен правильный ответ	3 балла

