

Физика, 10 класс, муниципальный этап

Возможные решения задач

Задача № 1. (10 баллов)

Шарик, подвешенный на нити длиной L , равномерно движется по окружности в горизонтальной плоскости. Нить при этом все время образует угол α с вертикалью. Найти период T вращения шарика, силу натяжения нити, может ли угол α достичь значения, равного $\frac{\pi}{2}$?

Возможное решение:

По ВТОРОМУ закону Ньютона (1 балл)

$$ma = mg \cdot \operatorname{tg} \alpha \quad (1)$$

отсюда $a = g \cdot \operatorname{tg} \alpha$ (2)

(1 балл)

Для вращательного движения $a = a_y = \frac{g^2}{R} = \frac{g^2}{L \sin \alpha}$ (3)

(2 балла)

Период вращения $T = \frac{C}{g}$, (4)

где C – длина окружности вращения шарика.

Следовательно: (1 балл)

$$T = \frac{2\pi R}{\sqrt{a \cdot L \cdot \sin \alpha}} = \frac{2\pi L \sin \alpha}{\sqrt{g \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot L \sin \alpha}} = 2\pi \sqrt{\frac{L \cos \alpha}{g}} \quad (5)$$

(2 балла)

Сила натяжения нити N равна

$$N = \frac{mg}{\cos \alpha} \quad (1 \text{ балл})$$

Т.к. центростремительная сила с увеличением угловой скорости возрастает, а сила тяжести остается постоянной, то из силового треугольника следует, что угол между нитью и вертикалью не может достичь значения $\frac{\pi}{2}$ (2 балла)

Ответ:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L \cos \alpha}{g}};$$

$$N = \frac{mg}{\cos \alpha};$$

не может достичь значения $\frac{\pi}{2}$.

Задача № 2. (10 баллов)

Вагон массой 20 т движется с постоянным отрицательным ускорением, равным $0,3\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ и начальной скоростью, равной 54 км/ч .

- 1) Какая сила торможения действует на вагон?
- 2) Через сколько времени вагон остановится?
- 3) Какое расстояние вагон пройдет до полной остановки?

Возможное решение:

Силой торможения является сила трения.

По II закону Ньютона модуль силы $F = ma$ (1)
(2 балла)

Движение до остановки определяется из формулы:

$$g^2 = 2a \cdot s \quad (2)$$

(2 балла)

отсюда
$$S = \frac{g^2}{2a} \quad (3)$$

(2 балла)

$$S = \frac{225}{2 \cdot 0.3} = 275\text{ м}, \quad (1\text{ балл})$$

$$t = \frac{g}{a}; \quad (4)$$

(2 балла)

$$t = \frac{15}{0.3} = 50\text{ сек}. \quad (1\text{ балл})$$

Ответ:

$$F = 6 \cdot 10^3\text{ Н};$$

$$t = 50\text{ с};$$

$$S = 275\text{ м}$$

Задача № 3. (10 баллов)

С вершины A наклонной плоскости длиной 8 м начинает скользить без начальной скорости маленькая тележка массой 1 кг. Через 4 сек она приходит в точку B в конце наклонной плоскости.

- 1) Пренебрегая трением, рассчитать угол, образованный линией AB с горизонтом.
- 2) Какова будет скорость тележки в точке B ?
- 3) Какое количество теплоты выделится, если тележка внезапно остановится в точке B , при этом вся ее кинетическая энергия перейдет в тепло?

Возможное решение:

Дано: $L = 8\text{ м}$, $m = 1\text{ кг}$, $t = 4\text{ сек}$

$\alpha = ?$, $g = ?$, $Q = ?$

Тележка движется вдоль наклонной плоскости равноускоренно.

Следовательно,
$$L = \frac{at^2}{2} \tag{1}$$

(1 балл)

откуда
$$a = \frac{2L}{t^2} \tag{2}$$

Разложим вес тележки на две составляющие: скатывающая сила $F_{\text{ск}}$, параллельная наклонной плоскости и сила нормального давления P_n , перпендикулярная наклонной плоскости.

Сила $F_{\text{ск}}$ приводит тележку в равноускоренное движение тележку:

$$F_{\text{ск}} = ma = m \frac{2Lm}{t^2} = \frac{2Lm}{t^2} \tag{3}$$

(1 балл)

Из силового треугольника, образованного силами веса \vec{P} , силой скатывания и силой нормального давления, следует:

$$\sin \alpha = \frac{F_{\text{ск}}}{P} = \frac{2L}{gt^2} \tag{4}$$

(2 балла)

отсюда
$$\alpha = \arcsin \frac{2L}{gt^2} \tag{5}$$

(1 балл)

Подставляя численные значения, получим:

$$\sin \alpha = \frac{2 \cdot 8}{9.8 \cdot 16} \approx 0.1; \alpha = 6^\circ \approx 0.1 \text{ рад}$$

Скорость тележки в точке B :
$$g = at \tag{6}$$

(1 балл)

$$g = \frac{2L}{t^2} t = \frac{2L}{t}; g = \frac{2 \cdot 8}{4} = 4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Кинетическая энергия тележки в точке В:

$$W_k = \frac{m \vartheta^2}{2} \quad (7)$$

$$W_k = \frac{m \cdot 4L^2}{2t^2}$$

(2 балла)

Т.к. вся кинетическая энергия тележки переходит в тепло, то:

$$Q = W_k = \frac{m \cdot 4L}{2t^2} \quad (8)$$

$$Q = \frac{1 \cdot 16}{2} = 8 \text{ Дж} \quad (2 балла)$$

Ответ:

$$\alpha = 6^\circ \approx 0,1 \text{ рад};$$

$$\vartheta = 4 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$Q = 8 \text{ Дж}$$

Задача № 4. (10 баллов)

Найти максимальную разность между силами натяжения нити при вращении в вертикальной плоскости шарика массой m на невесомой нити. Зависит ли эта разность от угловой скорости вращения шарика?

Возможное решение:

На шарик действуют две силы: сила натяжения нити и сила тяжести.

Максимальная разность между силами натяжения определяется разностью максимальной и минимальной сил натяжения, возникающих при вращении шарика.

Очевидно, что натяжение нити максимально в точке 1, находящейся на вертикали внизу окружности вращения и минимально в точке 2, находящейся вверху этой вертикали.

Для точки 1 II закон Ньютона (для вращения тела)

$$\frac{m\vartheta_1^2}{L} = T_1 - mg \quad (1)$$

(1 балл)

отсюда

$$T_1 = \frac{m\vartheta_1^2}{L} + mg \quad (2)$$

В точке 2:

$$\frac{m\vartheta_2^2}{L} = T_2 + mg \quad (3)$$

(1 балл)

откуда

$$T_2 = \frac{m\vartheta_2^2}{L} - mg \quad (4)$$

Найдем разность

$$T_1 - T_2 = \frac{m\vartheta_1^2}{L} - \frac{m\vartheta_2^2}{L} + mg - (-mg) \quad (5)$$

(1 балл)

$$T_1 - T_2 = \frac{m}{L}(\vartheta_1^2 - \vartheta_2^2) + 2mg \quad (5)$$

(1 балл)

Разность $\vartheta_1^2 - \vartheta_2^2$ находим из закона сохранения энергии

$$\frac{m\vartheta_1^2}{2} = \frac{m\vartheta_2^2}{2} + mg \cdot 2L \quad (6)$$

Преобразуем

(2 балла)

$$\vartheta_1^2 - \vartheta_2^2 = 4mgL; \quad (7)$$

(1 балл)

подставляя в формулу (5), найдем:

$$T_1 - T_2 = \frac{m}{L} \cdot 4gL + 2mg = 6mg \quad (8)$$

(2 балла)

Из формулы (8) следует, что эта разность не зависит от угловой скорости вращения.

(1 балл)

Ответ:

$$T_1 - T_2 = 6mg;$$

не зависит.

Задача № 5. (10 баллов)

С какой скоростью \mathcal{V} должен ехать автомобиль, чтобы сорвавшийся с его колеса в точке A камешек попал в ту же точку колеса, от которой оторвался? Радиус колеса $R = 20$ см.

Возможное решение:

Задачу естественно решать в системе отсчета, связанной с автомобилем, где точки обода колеса движутся по окружности со скоростью \mathcal{V} .

В этой системе отсчета камешек начнет двигаться вертикально вверх именно с такой скоростью.

За полное время его полета
$$t = \frac{2\mathcal{V}}{g} \quad (1)$$

(3 балла)

колесо должно совершить целое число k оборотов,

т.е.
$$t = k \frac{2\pi R}{\mathcal{V}}; \quad (2)$$

(4 балла)

отсюда
$$\frac{2\mathcal{V}}{g} = k \frac{2\pi R}{\mathcal{V}} \quad (3)$$

находим \mathcal{V} :

$$\mathcal{V} = \sqrt{k\pi g R} = 5,54 \cdot \sqrt{kR} \quad (3 \text{ балла})$$

Ответ:

$$\mathcal{V} = 5,54\sqrt{kR}$$

Всего за все задания олимпиады – 50 баллов.