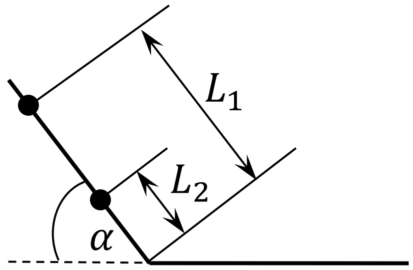
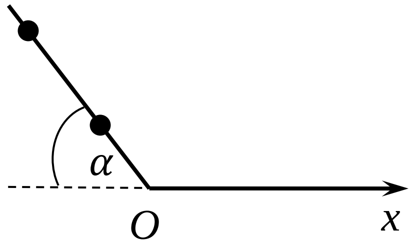
ОТВЕТЫ НА ЗАДАНИЯ
муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников
по физике
11 класс

*Время проведения – **3,5 астрономических часа.***

*Максимальное количество баллов – **50**.*





Задача 1. Две бусинки находятся на изогнутой под углом α спице на расстоянии L_1 и L_2 от места изгиба. Их одновременно отпускают с нулевой начальной скоростью. Через какое время левая бусинка догонит правую ? Ускорение свободного падения g , трением пренебречь.

Решение. На наклонном участке бусинки двигаются с одинаковым ускорением

$$a = g\sin\alpha \tag{1}$$

и поэтому левая бусинка не сможет догнать правую. На горизонтальном участке скорость левой бусинки

$$v_{10} = \sqrt{2gL_1\sin\alpha} \tag{2}$$

больше скорости правой

$$v_{20} = \sqrt{2gL_2\sin\alpha}. \tag{3}$$

Пусть начало системы координат помещено в точку изгиба O. Тогда уравнения движения бусинок запишутся в виде

$$x_{10} = v_{10}(t - t_{10}), \tag{4}$$

$$x_{20} = v_{20}(t - t_{20}), \tag{5}$$

где t_{10} и t_{20} время, за которое левая и правая бусинки достигнут точки изгиба O, t - полное время движения. Левая бусинка догонит правую, когда

$$x_{10} = x_{20}, \tag{6}$$

откуда

$$v_{10}(t - t_{10}) = v_{20}(t - t_{20}). \tag{7}$$

Найдем t из (7)

$$t = \frac{v_{10}t_{10} - v_{20}t_{20}}{v_{10} - v_{20}}. \tag{8}$$

Время t_{10} и t_{20}

$$t_{10} = \sqrt{\frac{2L_1}{g\sin\alpha}}, \qquad (9)$$

$$t_{20} = \sqrt{\frac{2L_2}{g\sin\alpha}}. \qquad (10)$$

Подставляя (9), (10), (2), (3) в (8), получим

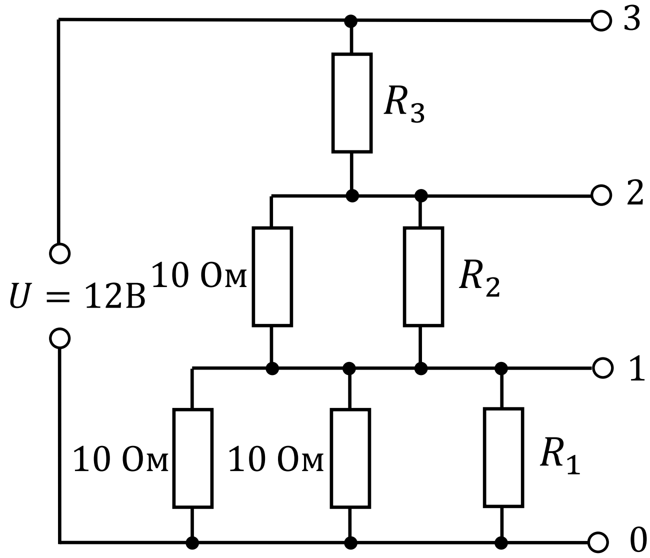
$$t = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{L_1} + \sqrt{L_2})}{\sqrt{g\sin\alpha}}. \qquad (11)$$

Ответ: Левая бусинка догонит правую через $t = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{L_1}+\sqrt{L_2})}{\sqrt{g\sin\alpha}}$

Критерии оценивания:

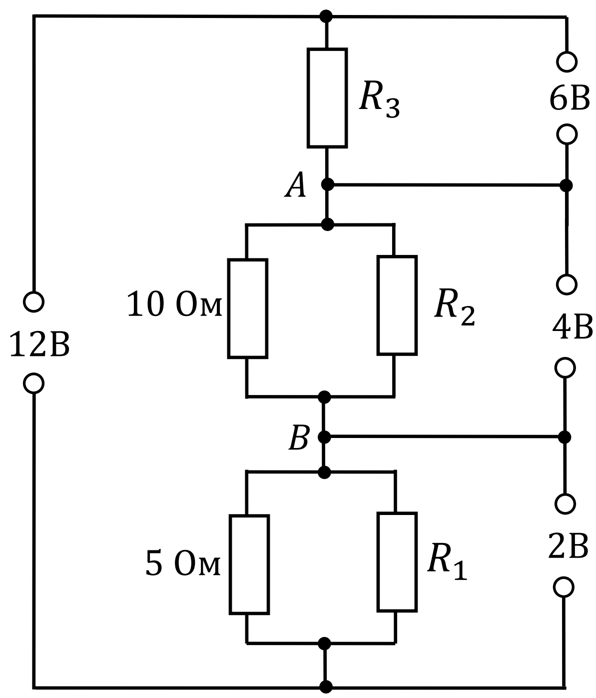
1.	Определены скорости на горизонтальном участке (2), (3)	-	2
2.	Записаны уравнения движения (4), (5)	-	3
3.	Записано условие столкновения	-	1
4.	Найдено время движения на наклонном участке	-	1
5.	Найдено время столкновения и записан ответ	-	3
	Всего	-	10

Задача 2. В электрической цепи, изображенной на рисунке, значения



сопротивлений R_1, R_2, R_3 неизвестны, но два из них одинаковы. Найти значения всех неизвестных сопротивлений, если напряжение между точками 0 и 2 равно 6 В, а между 3 и 1 - 10 В.

Решение. Нарисуем эквивалентную схему



Тогда, токи через резисторы R_1, R_2, R_3 равны

$$I_1 = \frac{2}{R_1}, \qquad I_2 = \frac{4}{R_2}, \qquad I_3 = \frac{6}{R_3} \tag{1}$$

Возможны три случая:

1) $R_3 = R_2 = R-?$ $\qquad R_1-?$

2) $R_3 = R_1 = R-?$ $\qquad R_2-?$

3) $R_2 = R_1 = R-?$ $\qquad R_3-?$

Случай 1: для узла A

$$\frac{6}{R} = \frac{4}{10} + \frac{4}{R}, \tag{2}$$

$$R = 5\ \text{Ом}. \tag{3}$$

Для узла B

$$\frac{6}{5} = \frac{2}{5} + \frac{2}{R_1}, \tag{4}$$

откуда

$$R_1 = 2.5\ \text{Ом}. \tag{5}$$

Случай 2: для узла B

$$\frac{6}{R} = \frac{2}{5} + \frac{2}{R}, \tag{6}$$

откуда

$$R = 10\ \text{Ом}. \tag{7}$$

Для узла A

$$\frac{6}{10} = \frac{4}{10} + \frac{4}{R_2}, \tag{8}$$

откуда

$$R_2 = 20\ \text{Ом}. \tag{9}$$

Случай 3: для узла B

$$\frac{2}{5} + \frac{2}{R} = \frac{4}{10} + \frac{4}{R}, \tag{10}$$

решения не существует.

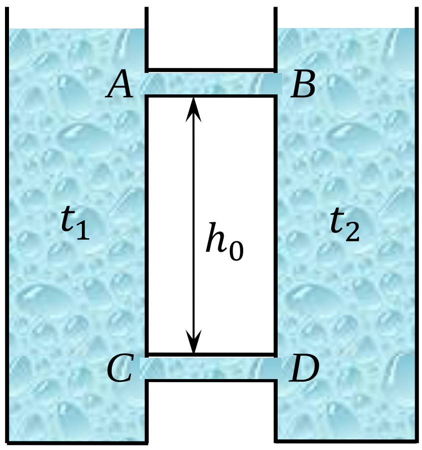
Ответ: 1) $R_1 = 2.5$ Ом, $R_2 = R_3 = 5$ Ом
2) $R_2 = 20$ Ом, $R_1 = R_3 = 10$ Ом

Критерии оценивания:

1. Нарисована эквивалентная схема - 1
2. Приведены формулы для токов (1) - 1
3. Записаны варианты значений сопротивлений - 1
4. Рассмотрен случай 1) - 2
5. Рассмотрен случай 2) - 2

6.	Рассмотрен случай 3)	-	2
7.	Записан ответ	-	1
	Всего	-	10

Задача 3. Два цилиндра заполнены водой и соединены трубками AB и CD, которые расположены на расстоянии $h_0 = 1$м друг от друга. Температура воды в цилиндрах равна $t_1 = 100^oC$ и $t_2 = 40^oC$. Плотность воды зависит от температуры как $\rho = \rho_0[1 - \beta(t - t_0)]$, $\rho_0 = 1000$ кг/м^3 - плотность воды при комнатной температуре t_0, $\beta = 2.1 \cdot 10^{-6}$ град$^{-1}$. При таких условиях между цилиндрами устанавливается циркуляция воды по трубкам. Найти разность давлений Δp_{AB} и Δp_{DC}, если масса воды, протекающей через трубки за секунду пропорциональна разности давлений.



Решение. Пусть давления в точках A, B, C, D равны p_A, p_B, p_C, p_D, причем, согласно условию $p_D > p_C$ и $p_A > p_B$, что и вызывает циркуляцию воды между цилиндрами. Давления p_D, p_B и p_C, p_A связаны между собой как

$$p_D = p_B + \rho_1 g h_0, \quad (1)$$

$$p_C = p_A + \rho_2 g h_0. \quad (2)$$

Разность давлений между точками D и C

$$\Delta p_{DC} = p_D - p_C = p_B - p_A + (\rho_2 - \rho_1) g h_0 \quad (3)$$

или, учитывая, что $p_B - p_A = -\Delta p_{AB}$,

$$\Delta p_{DC} = -\Delta p_{AB} + (\rho_2 - \rho_1) g h_0. \quad (4)$$

Так как в установившемся режиме через трубки за секунду протекает одинаковая масса воды, то

$$\Delta p_{DC} = \Delta p_{AB} \quad (5)$$

и тогда (4) можно переписать как

$$2\Delta p_{DC} = (\rho_2 - \rho_1) g h_0. \quad (6)$$

Выражая ρ_2 и ρ_1 через t_1 и t_2, получим

$$\Delta p_{DC} = \frac{1}{2}\rho_0 \beta (t_1 - t_2) g h_0. \quad (7)$$

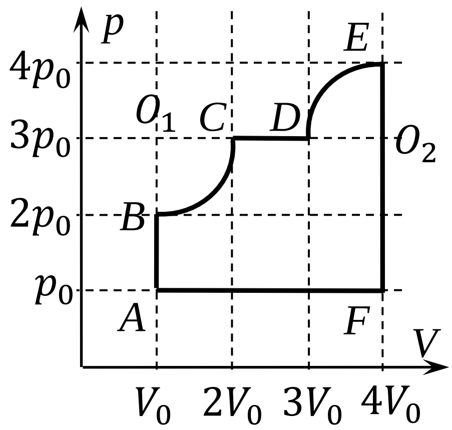
Подставляя данные задачи, получим для разности давлений:

$$\Delta p_{DC} = 0.63 \text{ Па}. \quad (8)$$

Ответ: разность давлений равна $\Delta p_{DC} = \Delta p_{AB} = 0.63$ Па.

Критерии оценивания:

1.	Записаны уравнения для давлений (1) и (2)	-	2



2.	Вычислено Δp_{DC} (3)	-	1
3.	Записано условие равенства давлений (5)	-	3
4.	Получено выражение (6)	-	1
5.	Использована зависимость плотности от температуры (7)	-	2
6.	Выполнены вычисления (8) и записан ответ	-	1
	Всего	-	10

Задача 4. Идеальный, одноатомный газ совершает цикл, показанный на рисунке. Найти коэффициент полезного действия, если участки BC и DE представляют собой дуги окружностей с центрами в точках O_1 и O_2.

Решение. Коэффициент полезного действия цикла

$$\eta = \frac{A}{Q_{\text{н}}}. \tag{1}$$

Работа равна площади цикла и тогда из рисунка следует, что

$$A = 6p_0V_0. \tag{2}$$

Тепло, полученное от нагревателя $Q_{\text{н}}$

$$Q_{\text{н}} = A + Q_{\text{х}}, \tag{3}$$

где $Q_{\text{х}}$ - тепло, отданное холодильнику. Найдем $Q_{\text{х}}$, которое отбирается на участках EF и FA:

1) на участке EF $V = Const$, процесс изохорический

$$Q_{EF} = \Delta U = \frac{3}{2}R\Delta T = \frac{3}{2}R(T_E - T_F). \tag{4}$$

2) на участке FA $p = Const$, процесс изобарический

$$Q_{FA} = p\Delta \mathrm{V} + \Delta U = R(T_F - T_A) + \frac{3}{2}R(T_F - T_A) = \frac{5}{2}R(T_F - T_A). \tag{5}$$

Тогда

$$Q_{\text{х}} = \frac{3}{2}R(T_E - T_F) + \frac{5}{2}R(T_F - T_A). \tag{6}$$

Для одного моля газа

$$RT_E = 4p_0 4V_0 = 16p_0V_0, \tag{7}$$

$$RT_F = 4p_0V_0, \tag{8}$$

$$RT_A = p_0V_0 \tag{9}$$

и, подставляя в (6), получим

$$Q_х = \frac{3}{2}p_0V_0(16-4) + \frac{5}{2}p_0V_0(4-1) = \frac{51}{2}p_0V_0. \tag{10}$$

Коэффициент полезного действия

$$\eta = \frac{A}{A+Q_х} = \frac{6p_0V_0}{\frac{51}{2}p_0V_0 + 6p_0V_0} = \frac{4}{21}. \tag{11}$$

Ответ: $\eta = \frac{4}{21}$.

Критерии оценивания:

1.	Записано определение коэффициента полезного действия (1)	-	1
2.	Вычислена работа газа (2)	-	2
3.	Записано выражение для $Q_х$ (6)	-	3
4.	$Q_х$ выражено через p_0V_0 (10)	-	3
5.	Вычислено значение η (11) и записан ответ	-	1
	Всего	-	10

Задача 5. К легкой пружине прикрепили груз массой m, при этом равновесная длина растянутой пружины составила l_1. После того, как от пружины отрезали четверть и прикрепили груз массой $2m$, ее равновесная длина стала l_2. Найти коэффициент упругости пружины в первоначальном состоянии.

Решение. Пусть длина нерастянутой пружины равна l_0. Условие равновесия для первого случая запишется в виде

$$mg = k(l_1 - l_0). \tag{1}$$

Коэффициент жесткости пружины обратно пропорционален ее длине, откуда

$$kl_0 = k'l'_0 \tag{2}$$

где l'_0 длина нерастянутой пружины во втором случае. Тогда,

$$k' = k\frac{l_0}{l'_0} = \frac{4}{3}k. \tag{3}$$

Условие равновесия для второго случая запишется в виде

$$2mg = \frac{4}{3}k(l_2 - \frac{4}{3}l_0). \tag{4}$$

Исключая l_0 из (1) и (4), получаем

$$k = \frac{3mg}{4l_2 - 3l_1}. \tag{5}$$

Ответ: $k = \frac{3mg}{4l_2 - 3l_1}$.

Критерии оценивания:

1.	Записано условие равновесия для первого случая (1)	-	2
2.	Использована зависимость k от длины пружины (2)	-	2
3.	Вычислена жесткость k' (3)	-	2
4.	Записано условие равновесия для второго случая (4)	-	2
5.	Получено выражение для жесткости (5) и записан ответ	-	2
	Всего	-	10