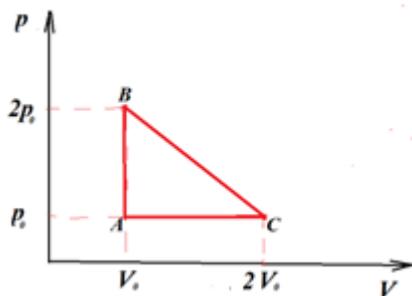


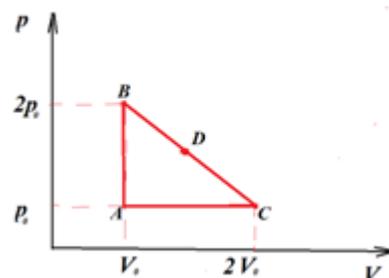
**КПД цикла (30 баллов)**

Определите КПД цикла ABCA, который совершает идеальный одноатомный газ.



**Вариант решения**

Работа газа за цикл определяется площадью, ограниченной треугольником  $A = \frac{1}{2} p_0 V_0$ . На участке AB тепло подводится и  $Q_{AB} = U_B - U_A = \frac{3}{2} \cdot 2p_0 V_0 - \frac{3}{2} p_0 V_0 = \frac{3}{2} p_0 V_0$ . На участке BC давление падает, объем растет, а температура до некоторой точки D растет, а потом падает, возвращаясь в точке C к первоначальному значению (как в точке B). Значит на участке BD тепло подводится к газу, а на участке DC - отводится от газа. Для малого количества теплоты первый закон термодинамики запишется:



$\Delta Q = \Delta U + p\Delta V = \Delta \left( \frac{3}{2} pV \right) + p\Delta V = \frac{5}{2} p\Delta V + \frac{3}{2} V\Delta p$ . Приравниваем  $\Delta Q$  к нулю, получаем  $\frac{\Delta p}{\Delta V} = -\frac{3p}{5V}$ . Из графика найдем  $\frac{\Delta p}{\Delta V} = -\frac{p_0}{V_0}$ , таким образом  $\frac{p_0}{V_0} = \frac{5p}{3V}$ . Уравнение прямой BC запишется по двум известным точкам:  $p = -\frac{p_0}{V_0} V + 3p_0$ . Так, для координат точки D получаем значения давления и объема  $p_1 = \frac{9}{8} p_0$ ,  $V_1 = \frac{15}{8} V_0$ . Находим количество теплоты, полученное газом на участке BD

$$Q_{BD} = (U_D - U_B) + \frac{1}{2} (2p_0 + p_1)(V_1 - V_0) = \frac{3}{2} p_1 V_1 - \frac{3}{2} \cdot 2p_0 V_0 + \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{25}{8} p_0 V_0 = \frac{49}{32} p_0 V_0.$$

Подведенное количество теплоты  $Q_1 = Q_{AB} + Q_{BD} = \frac{3}{2} p_0 V_0 + \frac{49}{32} p_0 V_0 = \frac{97}{32} p_0 V_0$ , и КПД цикла

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{(1/2)p_0 V_0}{(97/32)p_0 V_0} = \frac{16}{97} \approx 16,5 \%$$

**Критерии оценивания**

Определено количество теплоты на участке AB	5 баллов
Определено уравнение прямой BC	5баллов
Определено значение давления в точке D	5баллов
Определено значение объема в точке D	5баллов
Определено количество теплоты на участке BD	5баллов
Определено КПД цикла	5баллов

**Тонна золота (25 баллов)**

Тонну золота взвесили на сверхточных весах: сначала в Якутске при 43-х градусном морозе, а затем в Ташкенте при 47-ми градусной жаре. Насколько разойдутся показания весов? Ускорение свободного падения считать одинаковым, эффектом теплового расширения золота пренебречь. Плотность золота считать  $20 \text{ г/см}^3$ ; атмосферное давление  $P = 10^5 \text{ Па}$ ; молярная масса воздуха  $\mu = 29 \times 10^{-3} \text{ кг/моль}$ .

**Вариант решения**

Показания весов расходятся из-за различия выталкивающих сил воздуха при разных температурах.

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{1000}{20000} = 0,05 \text{ м}^3 \text{ — объем тонны золота,}$$

$T_1 = 320 \text{ К}$  —температура в Ташкенте,  $T_2 = 230 \text{ К}$  —температура в Якутии,  $P = 10^5 \text{ Па}$  — атмосферное давление,  $\mu = 29 \times 10^{-3} \text{ кг/моль}$  — молярная масса воздуха,  $R = 8,3 \text{ Дж/(моль}\times\text{К)}$  — универсальная газовая постоянная. Уравнение Клапейрона–Менделеева для вытесненного воздуха:

$$PV = \frac{mRT}{\mu},$$

откуда

$$m = \frac{\mu PV}{RT}.$$

Найдем разницу сил Архимеда:

$$F_2 - F_1 = (m_2 - m_1)g = \frac{\mu PV}{R} \left( \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) g = \frac{29 \cdot 10^{-3} \cdot 10^5 \cdot 0,05}{8,31} \left( \frac{1}{230} - \frac{1}{320} \right) 10 \approx 0,2 \text{ Н}$$

Разница показаний весов 0,2 Н, что соответствует по массе 20 г.

### Критерии оценивания

Дано пояснение причины разности показаний весов	5 баллов
Определена масса вытесненного воздуха	8 баллов
Определена разница сил Архимеда	8 баллов
Дан правильный ответ	4 балла

### Неспокойный электрон (15 баллов)

Электрон влетает со скоростью близкой к нулю в электростатическое поле протяженностью 10 см, при этом значение напряженности поля линейно меняется от 1 до 9 В/м. Какую скорость приобретет электрон, вылетая из электростатического поля?

#### Вариант решения

Т.к. напряженность поля меняется линейно, мы можем заменить на ее среднее значение:

$$E_{cp} = \frac{E_n + E_k}{2} = \frac{1 + 9}{2} = 5 \text{ В/м.}$$

Разность потенциалов будет равна  $\Delta\varphi = E_{cp} \cdot d = 5 \cdot 0,1 = 0,5 \text{ В}$ .

Работа по перемещению заряда в электрическом поле равна:

$$A = q \cdot \Delta\varphi = \frac{mV^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2}, \text{ т.к. } V_0 = 0$$

$$V = \sqrt{\frac{2q\Delta\varphi}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,5}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 0,42 \cdot 10^6 \text{ м/с.}$$

### Критерии оценивания

Предложен способ вычисления средней напряженности поля	4 балла
Вычислена разность потенциалов	4балла
Вычислена работа	4балла
Вычислена скорость	3балла

### Избыточное сопротивление(15 баллов)

В электрическую цепь параллельно соединили 2017 резисторов. Сопротивление первого резистора 1 Ом, второго 2 Ом, третьего 4 Ом (сопротивление каждого последующего в два раза больше предыдущего). Рассчитайте сопротивление полученной цепи. Сколько резисторов можно оставить в цепи, чтобы ее сопротивление изменилось не более чем на 10 %?

#### Вариант решения

Запишем формулу для общего сопротивления N параллельных резисторов:

$$\frac{1}{R_{об}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \dots \dots + \frac{1}{R_N};$$

$$\frac{1}{R_{об}} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} \dots \dots + \frac{1}{R_N}$$

Формула для вычисления сопротивления цепи соответствует формуле геометрической прогрессии, где  $b_{n+1} = b_n$ ;  $b_1 = 1$ ,  $q = \frac{1}{2}$

Сумма n членов геометрической прогрессии равна:

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} = 2.$$

Примем:  $(\frac{1}{2})^{2017} = 0$ , тогда  $\frac{1}{R_{об}} = 2$ , следовательно,  $R_{об} = \frac{1}{2}$ .

### 2 часть задачи:

Чтобы сопротивление цепи изменилось на 10%, сумма геометрической прогрессии должна равняться 1,8. Способом простого суммирования слагаемых  $\frac{1}{R_{об}} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = 1,875$ , таким образом, можно ограничиться всего четырьмя сопротивлениями.

#### Критерии оценивания:

Записано уравнение для сопротивления параллельного соединения проводников	2 балла
Выявлена геометрическая прогрессия	3 балла
Записана формула суммы n членов геометрической прогрессии	3 балла
Рассчитано сопротивление цепи из 2017 проводников	5 баллов
Рассчитано минимальное количество проводников, которые необходимо оставить в цепи, чтобы сопротивление уменьшилось не более чем на 10 %.	2 балла

### Невысокий потолок(15 баллов)

Мальчик бросает мяч со скоростью 15 м/с, под углом  $60^\circ$  к горизонту в спортивном зале с высотой потолка 6 м. На каком расстоянии от точки броска мячик упадет на пол после абсолютно упругого удара о потолок? Считать, что бросок совершается с уровня пола.

#### Вариант решения.

Т.к. при абсолютно упругом ударе меняется только направление скорости, рассмотрим случай, когда потолка нет.

Определим, на каком расстоянии от точки броска находился мяч, когда достиг потолка:

$$h = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2},$$

решаем квадратное уравнение:

$6 = 15 \cdot \sin 60 \cdot t - \frac{10 t^2}{2} \Rightarrow t_1 = 0,6 \text{ с}$  и  $t_2 = 2,015 \text{ с}$ . Первое время соответствует удару мяча о потолок, вычислим, какое расстояние по горизонтальной оси пролетел мяч за время 0,6 с:

$$S_1 = v_0 \cos \alpha \cdot t = 15 \cdot \cos 60 \cdot 0,6 = 4,5 \text{ м.}$$

После соударения дальнейшее движение является зеркальным относительно вертикальной оси, проходящей через точку соударения. Общее расстояние до точки падения:

$$S = 2S_1 = 2 \cdot 4,5 = 9 \text{ м.}$$

#### Критерии оценивания

Определена горизонтальная проекция траектории от точки броска до точки соударения с потолком	5 баллов
Предложено решение из соображений симметрии движения	5баллов
Получен правильный ответ	5баллов