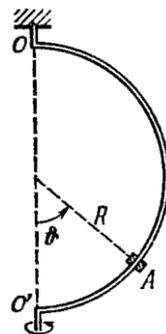


**Задача 1. Движение муфточки.**

Муфточка массы  $m$  может перемещаться по стержню, изогнутому в виде полукольца радиуса  $R$ . Систему привели во вращение вокруг вертикальной оси  $OO'$  с угловой скоростью  $\omega$ . При каком коэффициенте трения  $\mu$  между стержнем и муфточкой она будет находиться на полуокружности в указанной точке  $A$ , определяемой углом  $\theta$ ? (10 баллов)



**Возможное решение**

На муфточку действуют три силы: сила тяжести  $mg$ , сила реакции  $N$  направленная к центру полуокружности, сила трения  $\mu N$  - по касательной.

I случай: Сила трения направлена вверх слева направо.  
1. Проекция второго закона Ньютона на направление нормального (центростремительного) ускорения и вертикальное направление:

$$N \sin \vartheta - \mu N \cos \vartheta = m\omega^2 R \sin \vartheta \quad (1)$$

$$N \cos \vartheta + \mu N \sin \vartheta = mg$$

2. Откуда находим

$$\mu = \frac{tg \vartheta - \frac{\omega^2 R}{g} \sin \vartheta}{1 + \frac{\omega^2 R}{g} \sin \vartheta tg \vartheta} \quad (2)$$

3. Т.к. коэффициент трения есть положительная величина, то из формулы (2) следует, что этот случай (решение) существует при условии

$$\omega^2 < \frac{g}{R \cos \vartheta} = \omega_*^2, \quad (3)$$

где  $\omega_*^2$  угловая скорость, соответствующая равновесному положению при отсутствии трения.

II случай: Сила трения направлена вниз справа налево.

4. Проекция второго закона Ньютона на направление нормального (центростремительного) ускорения и вертикальное направление:

$$N \sin \vartheta + \mu N \cos \vartheta = m\omega^2 R \sin \vartheta$$

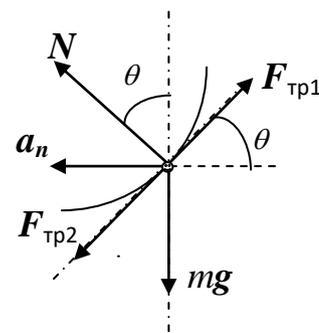
$$N \cos \vartheta - \mu N \sin \vartheta = mg \quad (4)$$

5. В этом случае искомый коэффициент трения равен

$$\mu = \frac{\frac{\omega^2 R}{g} \sin \vartheta - tg \vartheta}{1 + \frac{\omega^2 R}{g} \sin \vartheta tg \vartheta} \quad (5)$$

6. Это реализуется при

$$\omega^2 > \frac{g}{R \cos \vartheta} = \omega_*^2 \quad (6)$$



**Критерии оценивания решения:**

**Для каждого случая :**

Представлен рисунок с указанием сил и правильно записаны проекции уравнения движения на оси.

– 2 балла.

Найден коэффициент трения

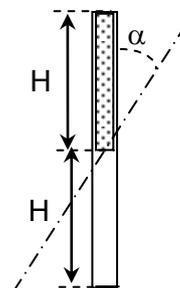
– 1 балл.

Записано условие существования (реализации) такого решения

– 2 балла.

**Задача 2. Трубка с ртутью.**

Нижний конец вертикальной узкой трубки длиной  $2H$  (см) запаян, верхний открыт в атмосферу. В нижней половине трубки находится идеальный газ, а верхняя половина заполнена ртутью. Трубку медленно наклоняют. Определить зависимость длины столбика ртути  $h$ , находящегося в трубке, от угла наклона трубки  $\alpha$  к вертикали. При каком угле наклона ртуть вся выльется из трубки. Капиллярными эффектами пренебречь. Атмосферное давление  $H$  см. ртутного столба. Процесс считать изотермическим. (10 баллов)



**Возможное решение**

1. Давление газа в вертикальной трубке  $P_0=2\rho gH$ , объем  $V_0=HS$ .
2. В наклоненной трубке  $P_1=\rho g(H+h \cos\alpha)$ , а объем  $V_1=(2H-h)S$ .
3. Из закона Бойля-Мариотта следует:

$$2H^2=(H+h \cos\alpha) (2H-h)$$

4. Откуда  $h = H(2 \cos\alpha-1)$  (тривиальное решение не представляет для нас интереса).
5. Искомый угол находится из условия  $h=0$ .

При этом  $\cos\alpha=0.5$ , и  $\alpha = 60^\circ$

**Критерии оценивания решения:**

Пункт 1	1 балл
Пункт 2	4 балла
Закон Бойля-Мариотта	1 балл
Получено выражение для $h$	2 балла
Найден искомый угол	2 балла

**Задача 3. Неизвестный процесс**

Найти уравнение процесса (в переменных  $T, V$ ), при котором молярная теплоемкость  $C$  идеального газа изменяется по закону:  $C=C_v+\alpha p$ , где  $C_v$  – молярная теплоёмкость газа при изохорном процессе,  $p$  – давление газа,  $\alpha$  - const. (10 баллов)

**Возможное решение**

1. Из определения теплоёмкости газа

$$Q = C\Delta T = C_v \Delta T + \alpha p\Delta T \quad (1)$$

2. По первому закону термодинамики

$$Q = \Delta U + A = C_v \Delta T + p \Delta V \quad (2)$$

3. Сравнение (1) и (2) дает

$$\Delta V = \alpha \Delta T, \text{ или } \frac{\Delta V}{\Delta T} = \alpha = \text{const.} \quad (3)$$

4. Из соотношения (3) справедливого для любых  $\Delta V$  и  $\Delta T$ , следует, искомое уравнение процесса :

$$V - \alpha T = \text{const} \neq 0. \quad (4)$$

5. Константа не может быть равной нулю, т.к. в этом случае получится уравнение изобары, а молярная теплоемкость при изобарном процессе – величина постоянная. И это противоречит условию задачи.

### Критерии оценивания решения:

Пункт 1. – **2 балла**.

Первый закон термодинамики с расшифровкой работы и изменения внутренней энергии - **1 балл**.

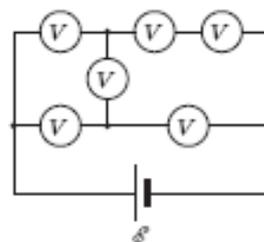
Вывод соотношения (3) – **2 балла**.

Получено выражение искомого процесса – **3 балла**.

Обоснование отличия от нуля константы – **2 балла**.

### Задача 4. Идеальный вольтметр.

Батарейка имеет напряжение  $\varepsilon = 12\text{В}$ . Пять из шести использованных вольтметров имеют одинаковые сопротивления, один вольтметр можно считать идеальным, его сопротивление во много раз больше чем у остальных. Найти возможные показания этого идеального вольтметра. Внутреннее сопротивление батарейки считать равным нулю. **(10 баллов)**



### Возможное решение

Идеальный вольтметр можно заменить на разрыв в цепи, т.к. его сопротивление много больше других сопротивлений в схеме. Пусть  $R$  - вольтметров. Тогда в зависимости от подключения идеального вольтметра имеем пять различных схем.

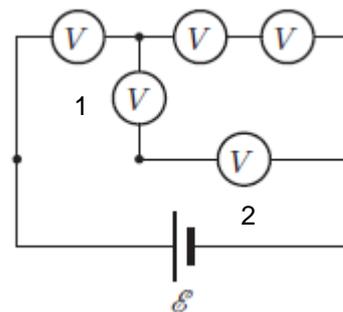
1. Ток через батарейку

$$I = \frac{\varepsilon}{R + \frac{2R}{2}} = \frac{\varepsilon}{2R}.$$

Ток через вольтметры 1 и 2

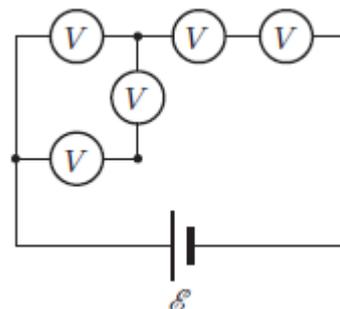
$$I_1 = I_2 = \frac{I}{2} = \frac{\varepsilon}{4R}.$$

Искомое напряжение  $U = \varepsilon - U_2 = \varepsilon - I_2 R = \frac{3}{4} \varepsilon = 9\text{В}$ .



2. Аналогично для второй схемы получаем

$$U = \frac{7}{8} \varepsilon = 10.5\text{В}.$$

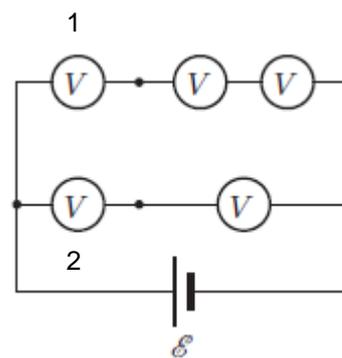


$$3. U = U_2 - U_1 = (I_2 - I_1)R.$$

Ток через батарейку

$$I = \frac{\varepsilon}{\frac{6}{5}R} = \frac{5\varepsilon}{6R}. \quad I_1 = \frac{2}{5}I; I_2 = \frac{3}{5}I.$$

$$\text{Тогда } U = \frac{1}{5}IR = \frac{\varepsilon}{6} = 2B$$



$$4. U = U_1 + U_2 = (I_1 + I_2)R.$$

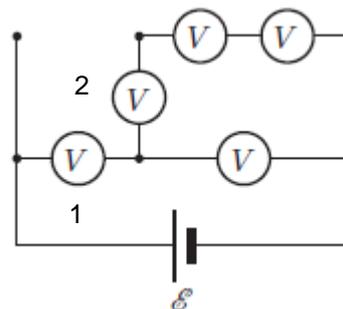
Ток через батарейку и первый вольтметр

$$I = \frac{\varepsilon}{R + \frac{3}{4}R} = \frac{4\varepsilon}{7R} = I_1.$$

Ток через вольтметр №2

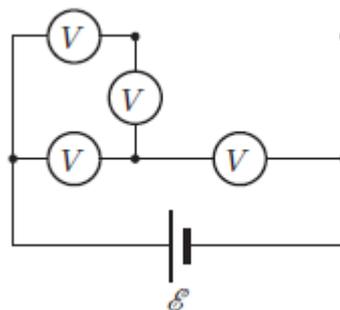
$$I_2 = \frac{1}{4}I = \frac{1}{7} \frac{\varepsilon}{R}.$$

$$U = \frac{5}{7}\varepsilon = 8.57 \text{ В}.$$



5. Расчет аналогичен предыдущему

$$U = \frac{4}{5}\varepsilon = 9.6 \text{ В}.$$



**Критерии оценивания решения:**

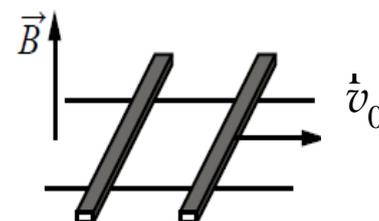
За каждый правильный расчет  
схемы с числовым ответом – **2 балла**

### Задача 5. Движение стержней.

По горизонтально расположенным гладким рельсам с пренебрежимо малым сопротивлением могут скользить два одинаковых стержня массой  $m$  и сопротивлением единицы длины  $\rho$  каждый. Расстояние между рельсами  $L$ . Рельсы со стержнями находятся в однородном вертикальном магнитном поле с индукцией  $B$ .

В начальный момент времени первому из покоящихся стержню сообщают скорость  $v_0$  вдоль рельс. Какое

количество теплоты выделится в стержнях за время движения? Какой заряд пройдет за это время по стержням? Считать, что оба стержня движутся параллельно друг другу и расположены всегда перпендикулярно рельсам. Самоиндукцией контура пренебречь. **(10 баллов)**



### Возможное решение

1. ЭДС индукции, возникающая в контуре при движении стержней:

$$\varepsilon_i = (v_1 - v_2)LB \quad (1)$$

Ток в контуре  $I = \frac{\varepsilon_i}{2\rho L} = \frac{(v_1 - v_2)LB}{2\rho L}$ . (2)

2. Второй закон Ньютона для стержней

1:  $ma_1 = -F_A = -IBL$

2:  $ma_2 = F_A = IBL$ . (3)

Значит первый стержень тормозится, а второй ускоряется.

Когда скорости стержней выровняются, ток, согласно (2) прекратится, силы Ампера обратятся в нуль. Далее стержни двигаются равномерно с одинаковыми скоростями. ЭДС в контуре не возникает. Ток отсутствует.

3. Если сложить уравнения (3), то

$$m(a_1 + a_2) = \frac{\Delta(mv_1 + mv_2)}{\Delta t} = 0.$$

Значит, полный импульс системы сохраняется.

По закону сохранения импульса

$$mv_0 = 2mv_{\text{кон}} \cdot v_{\text{кон}} = \frac{v_0}{2}.$$

4. Количество теплоты, выделившееся в проводниках

$$Q = \Delta E_{\text{кин}} = \frac{mv_0^2}{2} - 2 \frac{mv_{\text{кон}}^2}{2} = \frac{mv_0^2}{4}.$$

5. Второй закон Ньютона для второго стержня

$$ma_2 = m \frac{\Delta v_2}{\Delta t} = F_A = IBL = \frac{\Delta q}{\Delta t} BL.$$

Т.к. это соотношение выполняется для любых промежутков времени, суммируя

получим  $q = \frac{m\Delta v_2}{BL} = \frac{m(v_{2\text{кон}} - 0)}{BL} = \frac{mv_0}{2BL}$ .

**Критерии оценивания решения:**

Пункт 1. – **1 балл.**

Пункт 2 – **2 балла.**

Закон сохранения импульса.

получено выражение для установившейся скорости – **2 балла.**

Получено выражение для выделившейся теплоты – **2 балла.**

Найдена величина протекшего заряда – **3 балла**