Физика, 11 класс, муниципальный этап

Возможные решения задач

<u>Задача № 1.</u> «Олимпийская трасса» (10 баллов)

Трасса для бобслея и скелетона олимпийского комплекса в Сочи проходит по склону хребта Аибгау поселка Красная Поляна. Перепад высот между точкой старта и точкой финиша составляет 124,5 *м*. Общая протяженность трассы 1814 *м*, при этом расстояние вдоль трассы между точкой старта и точкой финиша – 1500 *м*, остальное – зона торможения. Безопасность спортсменов обеспечивается, в частности, тремя контруклонами, которые гасят скорость, так что максимальная скорость на финише составляет 78 % от теоретически возможной. Зону торможения можно представить в виде приблизительно прямолинейного отрезка с плавным подъемом на 7,5 *м*. Найдите среднее значение коэффициента трения в зоне торможения, полагая, что спортсмен достиг максимальной скорости на финише и проехал зону торможения до конца.

Возможное решение:

Теоретически возможную максимальную скорость на финише можно найти из закона сохранения энергии, если пренебречь трением. Тогда максимальная скорость на финише равна:

$$V_m = 0{,}78 V_{th} = 0{,}78\sqrt{2gH} \qquad (1)$$

где H = 124,5 *м* – перепад высот.

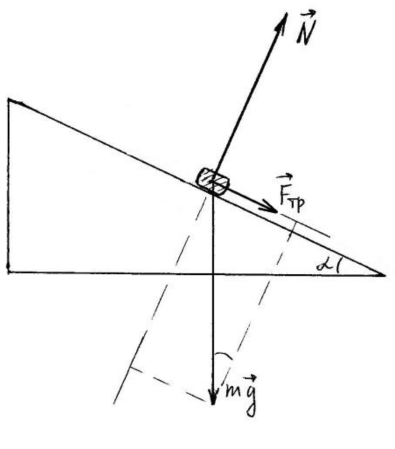
Скольжение спортсмена в зоне торможения можно описать как движение вверх по наклонной плоскости длиной l = 314 *м* и высотой h = 7,5 *м*.

Ускорение спортсмена в зоне торможения определяется из кинематики при начальной скорости $V_0 = V_m$ и нулевой конечной скорости:

$$V = V_m + at = 0\,,\ l = V_m t + \frac{at^2}{2} \qquad (2)$$

откуда получаем:

$$a = -\frac{V_m^2}{2l} \qquad (3)$$



С другой стороны, ускорение при движении вверх по наклонной плоскости можно найти из 2-го закона Ньютона, см. рисунок:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{mp} \qquad (4)$$

где $F_{тр} = \mu N$, $N = mg\cos\alpha$, $\sin\alpha = h/l$.

Проекция уравнения (4) на направление вдоль наклонной плоскости вверх датт для ускорения:

$$a = -g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) \qquad (5)$$

Из выражений (3) и (5) получаем:

$$\mu = \frac{1}{\cos\alpha}\left(\frac{V_m^2}{2gl} - \sin\alpha\right) \qquad (6)$$

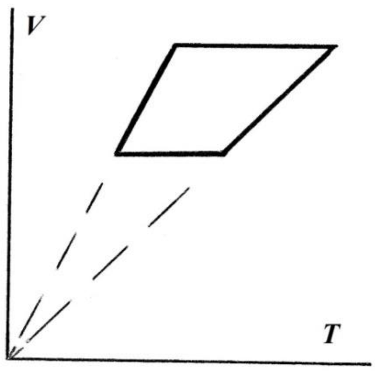
Подставляя численные значения, окончательно находим:

$$\mu = 0{,}22 \qquad (7)$$

Критерии оценивания:

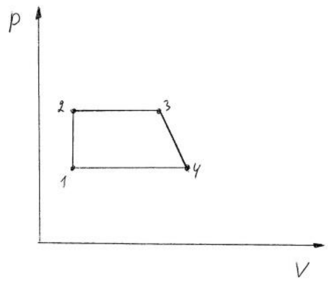
Записана максимальная скорость на финише, формула (1) …………………….……………… 2 балла
Ускорение выражено через начальную скорость, формула (3) ….……..…………………… 2 балла
Записан 2-й закон Ньютона, формула (4) …………………………..……..………………..… 1 балл
Имеется правильный рисунок ……….……………………………..……...…………..………… 1 балл
Записано ускорение, формула (5) ………………………………..……..…………………… 2 балла
Записана формула (6) для коэффициента трения …….…………………………...………… 1 балл
Вычислено правильное значение коэффициента трения, формула (7) …………...……….. 1 балл

Задача № 2. «Циклический процесс» (10 баллов)



В тепловом двигателе один моль идеального одноатомного газа участвует в циклическом процессе, см. рисунок, при этом максимальная температура газа в ходе цикла достигает 900 *К*, и ровно втрое превышает минимальную температуру, а максимальное давление в газе превышает минимальное ровно в 2 раза. Изобразите цикл в осях переменных *(p, T)* и *(p, V)*, указав на всех трех графиках направление процессов. Вычислите переданную газу теплоту, совершаемую им работу и изменение его внутренней энергии на участке изобарного расширения. Вычислите КПД двигателя.

Возможное решение:



Участок изобарного расширения соответствует отрезку *2-3* на каждом из графиков рис. 1-3.

Как видно из графиков, максимальная температура газа достигается в точке *3*, минимальная температура – в точке *1*, то есть $T_3 = 3\,T_1$.

Максимальному давлению соответствует отрезок *2-3*, минимальному – отрезок *4-1*, то есть $p_2 = p_3 = 2\,p_1 = 2\,p_4$.

Работа газа на участке изобарного расширения *2-3* равна:

$$A_{23} = p_3(V_3 - V_2) = p_3V_3 - p_3V_2 = p_3V_3 - 2p_1V_1 \qquad (1)$$

Уравнение состояния для одного моля идеального газа:

$$pV = RT \qquad (2)$$

то есть получаем:

$$A_{23} = R(T_3 - T_2) = R(T_3 - 2T_1) = R\left(T_3 - \frac{2}{3}T_3\right) = \frac{1}{3}RT_3 = 2{,}49 кДж \qquad (3)$$

Внутренняя энергия одного моля идеального одноатомного газа равна:

$$U = \frac{3}{2}RT \qquad (4)$$

следовательно, с учетом (3):

$$\Delta U_{23} = \frac{3}{2}R(T_3 - T_2) = \frac{1}{2}RT_3 = 3{,}74 кДж \qquad (5)$$

Из первого закона термодинамики

$$Q = \Delta U + A \qquad (6)$$

находим переданную газу теплоту на участке *2-3*:

$$Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23} = \frac{5}{6}RT_3 = 6{,}23 кДж \qquad (7)$$

Чтобы вычислить КПД процесса, нужно найти полезную работу за цикл и полное количество тепла, передаваемое газу. Работа газа в циклическом процессе может быть вычислена, как площадь прямоугольника, см. рис. 3:

$$A = (p_3 - p_1)(V_3 - V_2) \qquad (8)$$

Учитывая, что $p_3 = 2\,p_1$, с учетом (1) и (3) получаем:

$$A = \frac{1}{2}A_{23} = \frac{1}{6}RT_3 \qquad (9)$$

Полное количество тепла, передаваемое газу, равно:

$$Q = Q_{12} + Q_{23} \qquad (10)$$

Переданная газу теплота на участке *1-2*:

$$Q_{12} = \Delta U_{12} = \frac{3}{2}R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}RT_1 = \frac{1}{2}RT_3 \qquad (11)$$

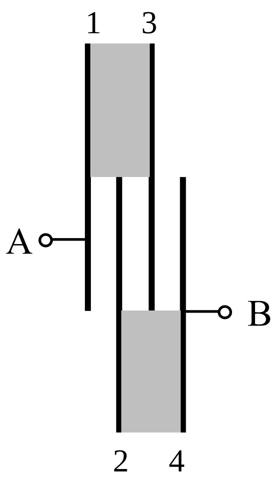
Находим КПД:

$$\eta = \frac{A}{Q} = 0{,}125 = 12{,}5\% \qquad (12)$$

Критерии оценивания:

Имеются правильные рисунки ……………………………………………………………… 3 балла
Вычислена работа газа на участке *2-3*, формула (3) ……………………………………. 2 балла
Вычислено изменение внутренней энергии на участке *2-3*, формула (5) …………………… 1 балл
Вычислена переданная газу теплота на участке *2-3*, формула (7) …………………………… 1 балл
Записана полезная работа газа за цикл, формула (9) ……………………………………… 1 балл
Записана переданная газу теплота на участке *1-2*, формула (11) ………………………… 1 балл
Вычислен КПД, формула (12) ……………………………………………………………… 1 балл

Задача № 3. «Пластины» (10 баллов)



Из тонких металлических пластин собрана изначально незаряженная система с воздушно-диэлектрическим заполнением так, как показано на рисунке (в сечении). Закрашенные участки заполнены диэлектриком с относительной диэлектрической проницаемостью ε.

а) Изобразите эквивалентную схему такой системы относительно точек *A* и *B*;

б) найдите выражения для эквивалентной емкости ее отдельных элементов;

в) при каких ε эквивалентная схема будет представлять собой комбинацию из последовательного и/или параллельного соединения конденсаторов?

г) какова при этом будет эквивалентная емкость всей системы, если пластины имеют размеры 10×10 *см*^{2}, а расстояние между пластинами 1 и 3 равно 1 *см*.

Возможное решение:

Разобьем пространство между пластинами на однородные участки и пронумеруем их (см. рис. 1, цифры курсивом). Части однородного диэлектрика между металлическими пластинами представляют собой плоские конденсаторы. При этом в случае стыковки разных диэлектриков у поверхности одной пластины это будут параллельно соединённые конденсаторы, а в случае примыкания разных диэлектриков к разным пластинам – последовательно соединённые конденсаторы. Таким образом, эквивалентная схема системы будет иметь вид, приведённый на рис. 2.

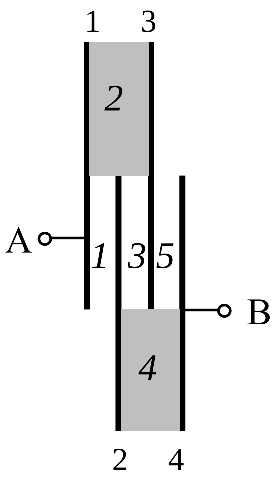


Рис. 1

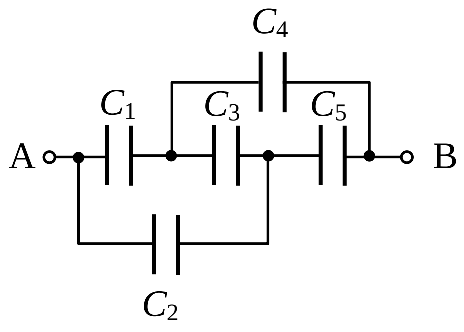


Рис. 2

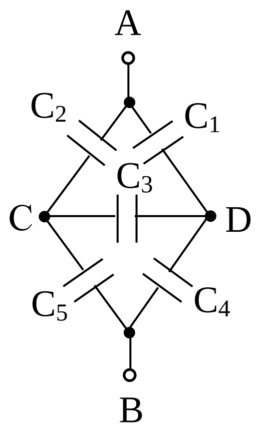


Рис. 3

Если теперь развернуть схему в более привычную форму, отслеживая конденсаторы, присоединенные к одинаковым узлам, то получим схему, приведённую на рис. 3. Она не является ни последовательным, ни параллельным соединением конденсаторов, ни их комбинацией, причём этому мешает наличие в схеме конденсатора C_3. Чтобы можно было не принимать его во внимание при вычислении эквивалентной емкости всей системы, требуется, чтобы при подключении источника он оставался незаряженным, а это будет, если точки C и D имеют один потенциал, т.е. разность потенциалов между точками C и D равна нулю, а разности потенциалов между точками A и C, A и D – одинаковы по модулю. Это будет выполняться, если емкости C_1 и C_2 равны. Чтобы зачесть за правильный ответ на 3-ий вопрос задачи, таких рассуждений достаточно. В принципе, это можно показать, например, следующим образом. Если принять потенциал какой-нибудь точки из *A, C* и *D* за ноль (например, точки *C*), то можно убедиться, что для верхнего контура должно выполняться условие: сумма напряжений на конденсаторах равна нулю. Если при этом C_3 оказывается незаряженным, то из $q_3 = C_3U_3 = 0$ следует, что напряжения на нем нет, т.е. сумма двух оставшихся напряжений равна нулю. Т.е. равны по модулю и противоположны по знаку отношения заряда к ёмкости на C_1 и C_2. Но т.к. пластины этих конденсаторов соединены проводником, то сумма зарядов на обращённых друг к другу пластинах есть величина постоянная, в ситуации, когда к системе не приложена разность потенциалов (исходная ситуация по условию задачи – система не заряжена), - нулевая. Отсюда следует, что должны быть равны и ёмкости $C_1 = C_2$.

Можно поступить и так: расставить знаки зарядов на обкладках конденсаторов и, обходя цепь от точки *C* к точке *A* и от точки *A* к точке *D*, от точки *D* снова к точек *C*, расставить потенциалы точек *C, A* и *D* (рис. 4):

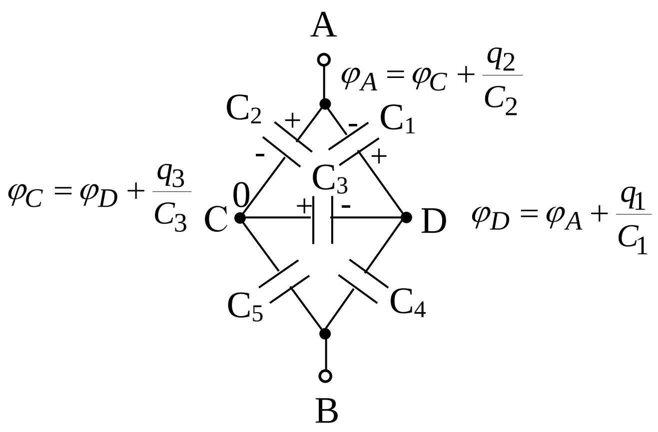


Рис. 4

$$\varphi_C = 0,\ \varphi_A = \varphi_C + \frac{q_2}{C_2},\ \varphi_D = \varphi_A + \frac{q_1}{C_1}$$

и наконец снова потенциал точки *C*:

$$\varphi_C = \varphi_D + \frac{q_3}{C_3}.$$

Подставляя в последнюю формулу все предыдущие, получим:

$$\varphi_C = \frac{q_3}{C_3} + \frac{q_2}{C_2} + \frac{q_1}{C_1} = 0 \qquad (1)$$

Дополнительно учтем, что соседние пластины конденсаторов C_1 и C_2 соединены идеальным проводником, т.е. их можно считать концами одного проводника и заряд на положительной обкладке конденсатора C_2 равен по модулю заряду на отрицательной обкладке конденсатора C_1:

$$q_2 = -q_1 \qquad (2)$$

Подставляя (2) в (1) и выражая заряд на конденсаторе C_3, получим: $q_3 = q_1\left(\frac{1}{C_1} - \frac{1}{C_2}\right)C_3$,

т.е. он может обратиться в ноль при отличном от нуля заряде q_1 только в случае, когда $C_1 = C_2$.

Для ответа на второй вопрос задачи обратим внимание на то, что расстояния между пластинами, свойства диэлектрика и размеры пластин будут разные у разных конденсаторов. Обозначив минимальное расстояние между пластинами *d*, а максимальную площадь пластин *S*, получим:

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 S/2}{d/2} = \frac{\varepsilon_0 S}{d},\ C_3 = C_5 = C_1; \qquad C_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S/2}{d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{2d},\ C_4 = C_2.$$

Этих выражений и/или соотношений достаточно.

Чтобы ответить на третий вопрос задачи, приравняем выражения для емкостей конденсаторов C_1 и C_2: $\frac{\varepsilon_0 S}{d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{2d}$, откуда получим, что искомая относительная диэлектрическая проницаемость равна $\varepsilon = 2$.

Наконец, найдем эквивалентную ёмкость всей системы без конденсатора C_3.

Конденсаторы C_2 и C_5 соединены последовательно, поэтому

$$C_{25} = \frac{C_2 C_5}{C_2 + C_5} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{(d+2)}.$$

Аналогично конденсаторы C_1 и C_4 соединены последовательно, поэтому

$$C_{14} = \frac{C_1 C_4}{C_1 + C_4} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{(d+2)}.$$

Эквивалентные конденсаторы C_{25} и C_{14} соединены параллельно, поэтому $C_{экв} = C_{14} + C_{25} = \dfrac{2\varepsilon\varepsilon_0 S}{d(\varepsilon+2)}$.

Подставляем числовые данные и находим:

$$C_{экв} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}1}{10^{-2} \cdot (2+2)} = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\text{Ф, т.е. } 8{,}85 \text{ пФ.}$$

<u>Ответ:</u>

3) $\varepsilon = 2$.
4) $C_{экв}$=8,85 пФ.

Критерии оценивания:

Приведена в любом виде правильная эквивалентная схема цепи ………………………..…. 3 балла
Получены выражения для емкостей частей системы …………………………………….... 2 балла
Указано с хотя бы кратким объяснением условие для пункта «в» ……………………..…… 2 балла
Найдена величина ε, обеспечивающей условие в пункте «в» ……………………………..... 1 балл
Получено выражение для эквивалентной емкости системы ……………………….............. 1 балл
Получено значение эквивалентной емкости системы ………………………………………… 1 балл

Задача № 4. «Футбольный мяч» (10 баллов)

Футбольный мяч с объемом внутренней камеры $V = 5$ *л* имеет давление воздуха в камере $p_0 = 1$ *атм*. Определите:

а) сколько циклов работы насоса с объёмом цилиндра $V_н = 150$ *мл* надо совершить, чтобы неспешно накачать мяч до необходимого для игр давления $p_{треб} = 1{,}1$ *атм*? (перенакачка не допускается, но можно слегка не докачать);

б) какое давление установится после этого в камере?

в) до какого давления можно тем же насосом неспешно откачать воздух из камеры мяча за то же число циклов работы насоса?

г) совпадет ли итоговое давление в камере мяча с первоначальным?

д) дайте объяснение такому результату;

Указание: изменением температуры газов в условиях задачи пренебречь.

Возможное решение:

Рассмотрим процесс накачивания камеры мяча воздухом. Цилиндр насоса и атмосферу можно считать сообщающимися сосудами. Поэтому, когда поршень насоса идет вверх, насос всасывает воздух из атмосферы до тех пор, пока в цилиндре не установится давление $p_н = p_{атм}$. Так как атмосферу можно считать неисчерпаемым в условиях задачи источником воздуха, то за каждый цикл будет закачиваться одно и то же количество воздуха $\nu_н$ (который полагаем идеальным газом), определяемое из уравнения Менделеева-Клапейрона: $p_н V_н = \nu_н RT$, т.е.

$$\nu_н = \frac{p_н V_н}{RT}. \qquad (1)$$

Во второй половине цикла открывается клапан, ведущий из насоса в мяч, и эта порция воздуха добавляется к порции ν_0, которая уже была внутри камеры:

$$p_0 V = \nu_0 RT, \qquad (2)$$

итого, $\nu_0 = \dfrac{p_0 V}{RT}$.

При этом по подсказке, данной в указании, пренебрегаем всеми тепловыми эффектами, считая, что температура воздуха в ходе всех процессов сохраняется неизменной и равной температуре окружающего воздуха. Итого, по окончании первого цикла работы поршня в камере мяча оказывается воздух, состояние которого описывается уравнением $p_1 V = (\nu_0 + \nu_н)RT$.

Аналогично, после n циклов добавляется $n\nu_н$ воздуха и давление в камере мяча становится равным $p_n = (\nu_0 + n\nu_н)RT/V$. Преобразуем это выражение с учётом (1) и (2) и получим связь исходного давления в камере мяча и давления, достигнутого после n циклов накачки воздуха:

$$p_n = p_0 \frac{\nu_n}{\nu_0} = p_0 \frac{\nu_0 + n\nu_н}{\nu_0} = p_0 \left(1 + \frac{n\nu_н}{\nu_0}\right) = p_0 \left(1 + n \frac{p_{атм}}{p_0} \frac{V_н}{V}\right) = p_0 + n p_{атм} \frac{V_н}{V}. \qquad (3)$$

Отсюда, чтобы накачать до нужной величины давления воздуха в камере мяча, требуется сделать n циклов накачки, компенсируя недостаток давления: $p_n - p_0 = n p_{атм} \dfrac{V_н}{V}$, т.е.

$$n = \frac{p_n - p_0}{p_{атм}} \frac{V}{V_н}. \qquad (4)$$

Подставляя числовые данные из условия, получим

$$n = \frac{1{,}1-1}{1}\frac{5}{150\cdot 10^{-3}} = 10/3 \approx 3{,}33,$$

но т.к. число циклов должно быть целым, а перекачивать мяч нельзя, придётся округлить вниз, т.е. принять $n = 3$.

Достигнутое давление определится при этом по формуле (3): $p_n = 1 + 3\cdot 1\cdot \frac{5}{150\cdot 10^{-3}} \approx 1{,}09$ атм.

Теперь рассмотрим процесс откачивания воздуха из камеры мяча. Теперь сообщающимися сосудами при открытом впускном клапане в ходе откачивания воздуха из мяча в насос являются камера и цилиндр насоса. Воздух будет откачиваться одинаковыми объёмами, но т.к. количество воздуха в камере будет уменьшаться, давление в ней будет падать с начального $p_{нач}$ до некоторой величины p'_n. Опишем состояние воздуха в камере мяча как идеального газа. До первого цикла один и тот же воздух занимал только объём мяча:

$$p_{нач}V = \nu RT,$$

в ходе первого цикла при максимально поднятом поршне – и объем мяча, и объем цилиндра поршня:

$$p'_1(V + V_н) = \nu RT,$$

т.е. можно связать давления в начале и в конце 1-го цикла откачивания:

$$p'_1 = p_{нач}\frac{V}{V+V_н} = p_{нач}\frac{1}{1+V_н/V}.$$

Каждый раз при откачке давление будет уменьшаться в такой же пропорции относительно предыдущего значения. В итоге после n циклов давление воздуха в мяче станет равным

$$p'_n = p_{нач}\frac{1}{(1+V_н/V)^n}. \qquad (5)$$

Подставляя числовые данные, получим

$$p'_3 = 1{,}09\frac{1}{(1+150\cdot 10^{-3}/5)^3} \approx 0{,}9975 \text{ атм},$$

что близко к исходному значению, однако с ним не совпадает. Чтобы убедиться в этом, можно поставить в (5) $p_{нач}$ из (3) и убедиться, что в общем случае результат преобразований отличается от p_0. Зачастую эту задачу решают приблизительно, полагая отношение объёмов цилиндра насоса и камеры мяча много меньше единицы, тогда дробь в (5) можно представить в виде ряда по степеням малого параметра и вычислить приблизительно, что даст в итоге совпадение давлений. Однако в условиях нашей задачи (реальные данные к игровым мячам взяты из требований международной футбольной ассоциации, объёмы цилиндров – из описаний производителей типичных футбольных насосов) это не так, таким образом, будет отличие от исходного давления.

В случае накачки мяча набор воздуха в мяч происходит порциями с одинаковым количеством вещества и при постоянном давлении (атмосферном) забора воздуха впускным клапаном насоса из атмосферы, а в случае откачки воздуха из мяча количество воздуха в нём уменьшается с каждым разом, и давление тоже является переменным, таким образом, это разные термодинамические процессы, что и обуславливает разницу

Ответ:

1) 3.
2) 1,09 атм.
3) 0,9975 атм.
4) Не совпадает.

5) Это разные термодинамические процессы.

Критерии оценивания:

Дано термодинамическое описание процесса накачки ……………………..………………... 2 балла
Найдено число циклов ………………………………………………………….................... 1 балл
Определено конечное давление, до которого мяч накачан ……………………….............. 1 балл
Дано термодинамическое описание процесса откачки ………………………………………. 2 балла
Найдено конечное давление, до которого воздух откачан …………………….................. 1 балл
Дан ответ на 4-тый вопрос ………………………………………………………………... 1 балл
Дан ответ на 5-тый вопрос задачи ………………………………………………….…….. 1 балл
Наличие аргументов в ответах на 4 и 5 вопросы задачи ……………………………….... 1 балл

Задача № 5. «Капли и капельки» (10 баллов)

Лабораторная установка зафиксировала, что при падении капли прозрачной бесцветной жидкости радиусом $r_0 = 1$ *мм* с высоты $h = 5$ *см* на натертый воском гладкий стол она разбилась на $n = 27$ одинаковых мелких капелек. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определите:

а) как связаны радиусы исходной капли r_0 и дочерних капелек r_1;

б) отношение коэффициента поверхностного натяжения (удельной работы против сил сцепления молекул) к плотности наблюдаемой жидкости σ / ρ;

в) какая из приведенных в таблице 1 бесцветных прозрачных жидкостей наиболее соответствует результатам эксперимента;

г) как изменится число капелек, на которые распадается большая капля, если высоту, с которой она падает, увеличить вдвое?

Таблица 1. Свойства жидкостей

Наименование	Коэффициент поверхностного натяжения, *мН/м* (*Дж/м*^{2})	Плотность, *кг/м*^{3}
Вода пресная	72,86	1000
Вода соленая	82,55	1010
Глицерин	59,40	1260
Жидкое мыло	20,00	1030

Возможное решение:

Ответим на первый вопрос задачи. Так как большая капля массы m_0 разбивается на несколько маленьких с массами m_1, то для их масс можно записать: $m_0 = \sum m_1 = n \cdot m_1$. С учётом того, что $m_0 = \rho V_0 = \rho \frac{4}{3}\pi r_0^3$ и $m_1 = \rho V_1 = \rho \frac{4}{3}\pi r_1^3$, получим: $r_0^3 = n r_1^3$, т.е.

$$r_1 = r_0 / \sqrt[3]{n} \qquad (1)$$

При падении капли выполняется закон сохранения энергии: разбиение капли на несколько мелких (и, следовательно, увеличение суммарной свободной поверхности капель) может произойти за счёт «избыточной» потенциальной энергии большой капли, поднятой первоначально над Землёй:

$$\sum E_{пов\,1} - E_{пов\,0} = E_{пот\,0},$$

т.е. $nE_{пов1} - E_{пов0} = E_{пот0}$, а т.к. энергия свободной поверхности $E_{пов\,0} = \sigma S_0 = \sigma 4\pi r_0^2$, $E_{пов\,1} = \sigma S_1 = \sigma 4\pi r_1^2$, $E_{пот\,0} = m_0 gh = \rho V_0 gh = \rho \frac{4}{3}\pi r_0^3 gh$, то получим

$$n\sigma S_1 - \sigma S_0 = m_0 gh, \qquad (2)$$

$$n\sigma 4\pi r_1^2 - \sigma 4\pi r_0^2 = \rho \frac{4}{3}\pi r_0^3 gh.$$

Или из подсказки в условии о том, что σ - удельная работа против сил сцепления молекул можно догадаться, что это работа по увеличению площади поверхности капель и записать (2) в виде: разность площадей поверхностей маленьких и большой капель, умноженная на сигму, есть изменение потенциальной энергии большой капли: $(S_0 - nS_1)\sigma = m_0 gh$.

В этих выкладках можно принимать в роли высоты падения капли не расстояние между центрами масс, равное в условиях задачи $h - r_1 = 50 - 1/\sqrt[3]{27} \approx 49{,}67$ мм (что точнее), а высоту большой капли над поверхностью, т.е. 50 мм, т.к., как показывают дальнейшие выкладки, искомое отношение σ/ρ оказывается прямо пропорциональным высоте, то точность его оценки определяется отношением r_1/h, составляющим меньше 1 процента, т.е. очень малым. Таким образом, раскрытие закона сохранения энергии через запись (2) с такой приближённой величиной нужно считать корректной даже без указания на то, что это приближение. Более того, и на число капель данный фактор тоже не оказывает влияния.

Далее удобно сразу с учётом (1) выразить число маленьких капелек, на которые разбивается большая:

$$n = \left(1 + \frac{\rho g h r_0}{3\sigma}\right)^3. \qquad (3)$$

Преобразовывая выражение, получим искомое отношение

$$\frac{\sigma}{\rho} = \frac{g h r_0}{3(\sqrt[3]{n} - 1)}. \qquad (4)$$

Подстановка исходных данных с анализом размерностей даёт

$$\frac{\sigma}{\rho} = \frac{9{,}81 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-3}}{3(\sqrt[3]{27} - 1)} \approx 81{,}75 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{с}^2.$$

Для определения жидкости по таблице требуется найти отношение σ/ρ для этих жидкостей и сравнить с тем, которое получается в ходе эксперимента. Самым близким оказывается значение σ/ρ для солёной воды, делаем вывод, что наблюдаемая жидкость – соленая вода.

Ответ на последний вопрос потребует ряда преобразований. Удобно заметить, что не стоит напрямую сравнивать числа капель, т.к. они нелинейно зависят от высоты падения большой капли. Можно пойти, например, таким путём: извлечь кубический корень из числа капель и вычесть 1, тогда для первого эксперимента (падение с первой высоты h_1) получим $\frac{\rho g h_1 r_0}{3\sigma} = \sqrt[3]{n_1} - 1$, для второго $\frac{\rho g h_2 r_0}{3\sigma} = \sqrt[3]{n_2} - 1$. Эти выражения уже можно поделить: $\frac{h_2}{h_1} = \frac{\sqrt[3]{n_2} - 1}{\sqrt[3]{n_1} - 1} = 2$, откуда после преобразований получим искомую связь:

$$n_2 = \left(2\sqrt[3]{n_1} - 1\right)^3.$$

Подстановка числовых данных даёт ответ 125 капелек, что на 98 капелек больше, чем с исходной высоты.

<u>Ответ:</u>

1) $r_1 = r_0 / \sqrt[3]{n}$.
2) $81{,}75 \cdot 10^{-6}$ м^3/с^2.
3) Соленая вода.
4) Увеличивается до 125, т.е. увеличивается на 98 штук.

Критерии оценивания:

Дан ответ на первый вопрос (1) ………………………………………………………....... 1 балл
Записано уравнение энергетического баланса (2) ……………………………….......... 3 балла
Найдено отношение σ/ρ наблюдаемой жидкости ………………….......................... 2 балла
Правильно определена жидкость ……………………………………………………….. 1 балл
Дан ответ на четвёртый вопрос задачи ………………………………………………….. 3 балла

Всего за все задания олимпиады – 50 баллов.