Всероссийская олимпиада школьников по физике

2018-2019 учебный год

Муниципальный этап

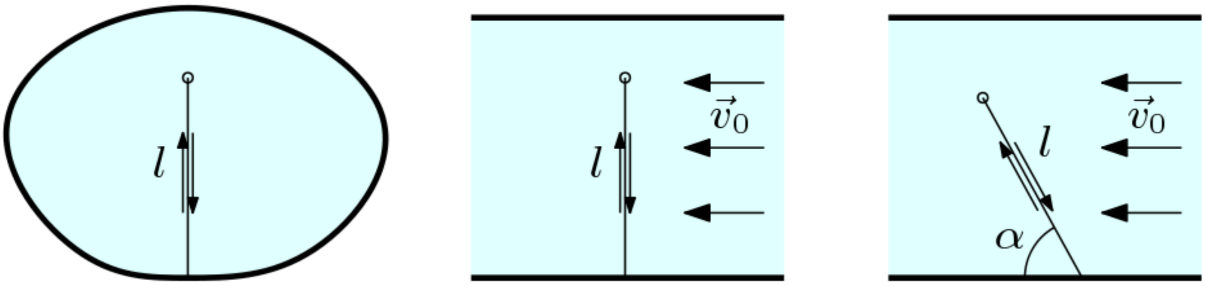
Свердловская область

10 класс

Решения задач и критерии оценивания

Задача 1. Пловец (12 баллов)

На природе проводятся соревнования по плаванию. В ходе соревнований на скорость нужно отплыть от берега на фиксированное расстояние l по прямой и затем вернуться в исходную точку. В каком случае пловец покажет лучшее время: когда соревнования проходят в спокойном озере или в реке с течением v_0, если пловец движется перпендикулярно течению? Ответ обоснуйте. Скорость пловца относительно воды v' считайте постоянной и одинаковой в обоих случаях, скорость течения ниже скорости пловца. Под каким углом α к берегу будет расположена траектория пловца с наилучшим временем в реке?



<u>Решение</u>

Обозначим расстояние, которое необходимо проплыть в одну сторону, за l, скорость пловца относительно воды за v', скорость течения — v_0.

Очевидно, время преодоления дистанции в озере будет равно $t_1 = 2l/v'$.

При движении в реке под прямым углом к берегу пловцу, чтобы его не снесло течением, необходимо развернуть вектор собственной скорости $\vec{v'}$ под углом к течению, как показано на рисунке б). По закону сложения скоростей скорость пловца относительно земли $\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_0$. Величину этой скорости найдём из прямоугольного треугольника: $v = \sqrt{v'^2 - v_0^2}$. Скорость движения в прямом и обратном направлениях одинакова, следовательно, время движения пловца в реке равно

$$t_2 = \frac{2l}{\sqrt{v'^2 - v_0^2}}.$$

Сравнивания t_1 и t_2, отметим, что знаменатель дроби t_2 будет меньше знаменателя t_1, следовательно, время движения в озере будет меньше времени движения при наличии течения.

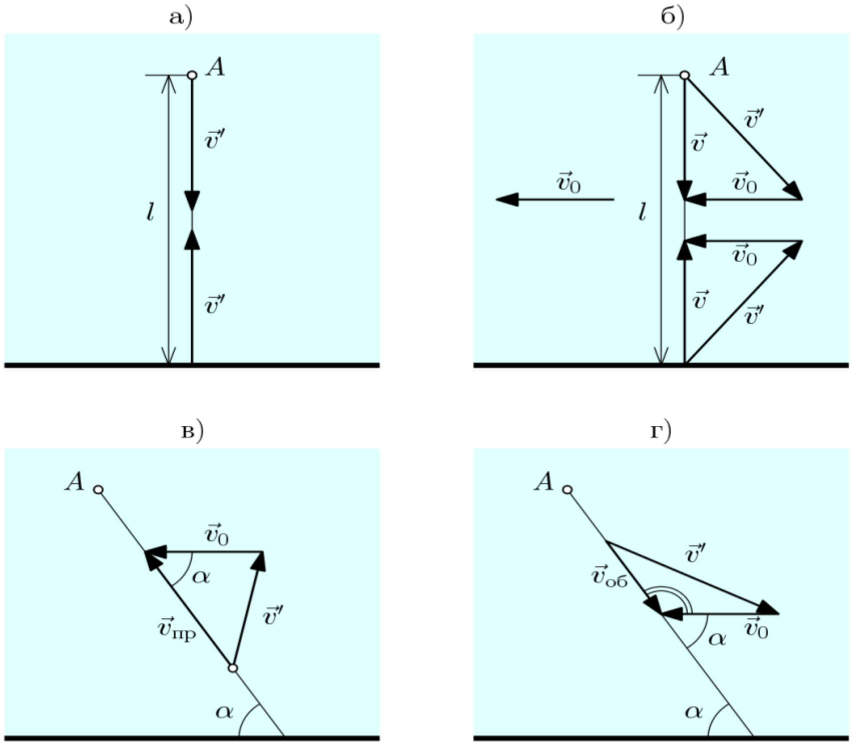


Рисунок: а) движение в озере, б) движение в реке перпендикулярно течению, в, г) движение в реке под углом к течению в прямом и обратном направлении.

Теперь рассмотрим, как должен плыть пловец в реке, чтобы время его движения было наименьшим. При движении под произвольном углом α к течению скорость пловца в прямом и обратном направлении будет различной. Обозначим эти скорости как $v_{пр}$ и $v_{об}$ соответственно. На рисунке в) показано, как должен направить свою скорость пловец при движении в прямом направлении под углом α к течению. По теореме косинусов для треугольника скоростей

$$v'^2 = {v_{пр}}^2 + v_0^2 - 2v_{пр}v_0 \cos\alpha,$$

$${v_{пр}}^2 - 2v_{пр}v_0 \cos\alpha + (v_0^2 - v'^2) = 0.$$

Решая это уравнение относительно $v_{пр}$, получим

$$v_{пр} = v_0 \cos\alpha \pm \sqrt{v'^2 - v_0^2 \sin^2\alpha},$$

причём второй корень имеет отрицательное значение и должен быть отброшен. Записывая теорему косинусов для движения в противоположном направлении и аналогично решая уравнение, определим скорость движения пловца в обратном направлении

$$v'^2 = {v_{об}}^2 + v_0^2 - 2v_{об}v_0 \cos(180^\circ - \alpha) = {v_{об}}^2 + v_0^2 + 2v_{об}v_0 \cos\alpha,$$

Также оставляем только положительный корень:

$$v_{об} = -v_0 \cos\alpha + \sqrt{v'^2 - v_0^2 \sin^2\alpha}.$$

Таким образом, общее время движения

$$t = \frac{l}{v_0 \cos(\alpha) + \sqrt{v'^2 - v_0^2 \sin^2(\alpha)}} + \frac{l}{-v_0 \cos(\alpha) + \sqrt{v'^2 - v_0^2 \sin^2(\alpha)}} = \frac{2l\sqrt{v'^2 - v_0^2 \sin^2(\alpha)}}{v'^2 - v_0^2}.$$

Время t примет минимальное значение, когда числитель последней дроби будет наименьшим. Для этого $\sin\alpha$ должен быть максимален, т.е $\sin\alpha = 1$, следовательно, пловец должен плыть под прямым углом к направлению течения.

Критерий оценивания		**Балл**
Найдено время движения в озере	$t_1 = 2l/v'$	1
Определена скорость движения пловца в реке при движении перпендикулярно течению	$v = \sqrt{v'^2 - v_0^2}$	2
Сделан вывод о соотношении времён движения в озере и реке при движении под прямым углом к течению	$t_1 < t_2$	1
Сделаны необходимые построения для определения времени движения под произвольным углом к течению		2
Определены скорости движения в прямом и обратном направлении под произвольным углом к течению	$v_{пр} = v_0 \cos\alpha + \sqrt{v'^2 - v_0^2 \sin^2\alpha}$, $v_{об} = -v_0 \cos\alpha + \sqrt{v'^2 - v_0^2 \sin^2\alpha}$.	1 1
Получено время движения под произвольным углом к течению	$\frac{2l\sqrt{v'^2 - v_0^2 \sin^2(\alpha)}}{v'^2 - v_0^2}$	2
Сделан вывод об оптимальном угле движения	$\alpha = 90°$	2

Задача 2. Котогреватель (8 баллов)

Одинокая старушка проживает в комнате в коммуналке и постоянно мерзнет. Осенью на улице –1^{0}С, а в комнате после её возвращения с долгой прогулки всего 1^{0}С.

Пока она долго сидит на диване, читая книгу, температура поднимается до 9^{0}С. Она купила обогреватель, но с ним в комнате держалось 29^{0}С, отчего ей было очень жарко. Кроме того, электричество сейчас дорогое. Когда на улице похолодало до –2^{0}С, избавившись от обогревателя, она приютила у себя дома 10 бездомных кошек, благодаря которым температура в комнате держалась 18^0С, и бабушка спокойно читала, любуясь на новых питомцев. Считая температуру на улице постоянной, а параметры помещения неизменными, оцените тепловую мощность бабушки и нагревателя, используя в качестве единицы измерения среднюю тепловую мощность одной кошки. Мощность теплообмена между комнатой и улицей пропорциональна разности температур.

<u>Решение</u>

Поскольку площадь стен комнаты, которые участвуют в теплопередаче, не изменилась, можно ввести общий коэффициент K пропорциональности между мощностью теплогенерации в комнате P и разницей температур между комнатой и окружающей средой, который будет постоянен для всех случаев: $P = K \cdot (T_{\text{комнаты}} - T_{\text{среды}})$.

Запишем уравнения для всех случаев. Когда бабушки дома нет, там присутствует только некоторая фоновая теплогенерация, например, от электроприборов, в таком случае:
$P_{\text{фоновая}} = K \cdot (T_{\text{комнаты1}} - T_{\text{среды1}}) = K \cdot (1 + 1)$.
После возвращения бабушки:
$P_{\text{фоновая}} + P_{\text{бабушки}} = K \cdot (T_{\text{комнаты2}} - T_{\text{среды1}}) = K \cdot (9 + 1)$.
Вместе с обогревателем:
$P_{\text{фоновая}} + P_{\text{бабушки}} + P_{\text{обогревателя}} = K \cdot (T_{\text{комнаты3}} - T_{\text{среды1}}) = K \cdot (29 + 1)$.
Без обогревателя, но с кошками:
$P_{\text{фоновая}} + P_{\text{бабушки}} + 10 \cdot P_{\text{кота}} = K \cdot (T_{\text{комнаты3}} - T_{\text{среды2}}) = K \cdot (18 + 2)$.

Решив систему уравнений, найдем требуемые величины

$$P_{\text{бабушки}} = 8 \cdot P_{\text{кота}}$$

Из второго уравнения:

$$P_{\text{обогревателя}} = 20 \cdot P_{\text{кота}}$$

Критерий оценивания		**Балл**
Составлены верные уравнения для теплового баланса для всех 4 случаев	**по 1 баллу за случай**	4
Из уравнений теплового баланса получены верные значения мощностей	$P_{\text{бабушки}} = 8 \cdot P_{\text{кота}}$	2
	$P_{\text{обогревателя}} = 20 \cdot P_{\text{кота}}$	2

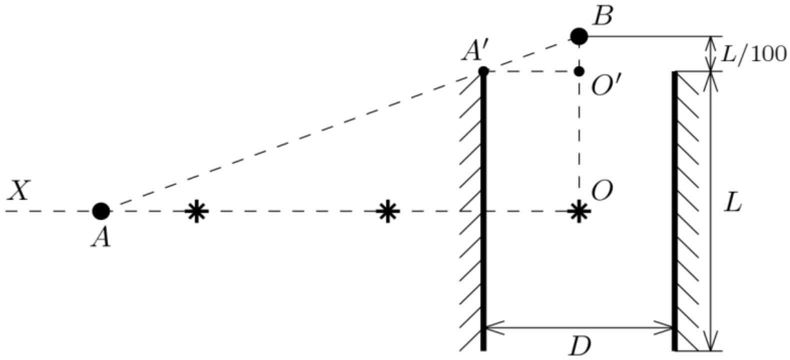
Задача 3. Зеркальная комната (8 баллов)

Две противоположные стены прямоугольной комнаты зеркальные, их длина L, а о двух других известно только их первоначальное положение - их разобрали. По центру комнаты положили горошину. Сколько изображений горошины увидит наблюдатель, смотрящий в одно из зеркал? Наблюдатель находится снаружи комнаты на одинаковом расстоянии от обеих зеркальных стен и на расстоянии L/100 до разобранной стены.

Вместо горошины параллельно зеркальным стенам положили шест длины L/10, причем центр шеста совпадает с центром комнаты. Сколько промежутков между изображениями шеста насчитает наблюдатель в одном из зеркал?

<u>Решение:</u>

Как видно из построения, все изображения горошины находятся на одной прямой OX, причем расстояние между соседними изображениями, а также между горошиной и ближайшим изображением, равно расстоянию между зеркалами D. Расстояние от горошины до самой дальней точки А, лежащей на прямой ОХ, которую еще увидит наблюдатель, найдем из подобия треугольников ОАВ и О'А'В.



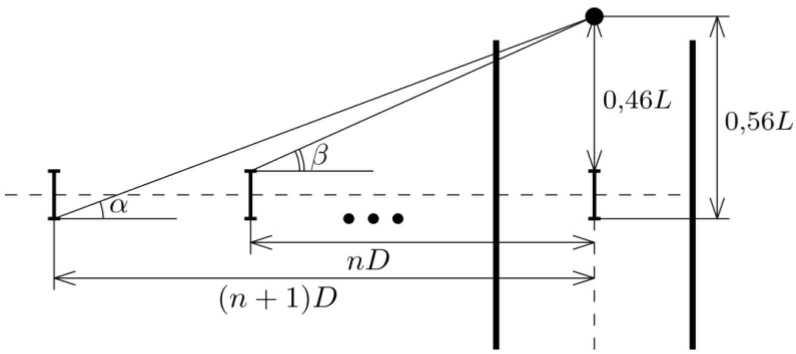
$$\frac{OA}{OA'} = \frac{OB}{OB'} \qquad (1)$$

$$\frac{2OA}{D} = \frac{0{,}51L}{0{,}01L} \qquad (2)$$

$$OA = 25{,}5D. \quad (3)$$

На этом расстоянии уместится 25 изображений.

Хотя изображения шеста также находятся на расстоянии D друг от друга, наблюдатель увидит, как, начиная с некоторого номера они будут накладываться одно на другое, и промежутков между ними не будет. Условие того, что между изображениями шеста с номером n и n+1 виден промежуток, можно записать как



$$tg\ \alpha < tg\ \beta \quad (4)$$

$$\frac{0{,}56L}{(n+1)D} < \frac{0{,}46L}{nD} \quad (5)$$

Решая это неравенство, получим

$$n < 4{,}6 \qquad (6)$$

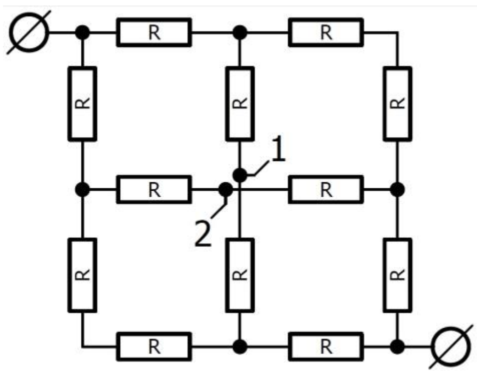
Промежуток между четвертым и пятым изображением еще будет виден, следовательно, всего промежутков будет 4.

Критерий оценивания		**Балл**
Правильно посчитаны изображения горошины. Если получено выражение (2) или аналогичное, но сделан неверный вывод о количестве изображений, ставится на 1 балл меньше.	25	3

Записано верное условие для наблюдения промежутка между изображениями шеста.		3
Верно посчитано число промежутков. Если получена информативная оценка для n в явном виде (например, (6)), но сделан неверный вывод о количестве промежутков, ставится на 1 балл меньше.	4	2

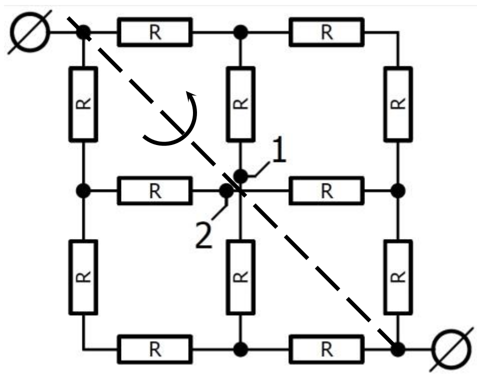
Задача 4. R-window (12 баллов)

Школьник Петя собирал красивые схемы из резисторов и подключал их к источнику с напряжением U. Во время одной сборки у него получилось то, что показано на рисунке. В начальном варианте между точками 1 и 2 была перемычка. Затем из-за некачественной пайки она отвалилась. Определите возникшую между точками 1 и 2 разность потенциалов. Какой ток новая схема стала потреблять от источника питания?

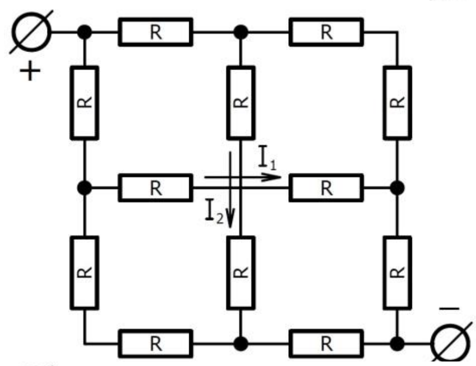


Решение

Задача легко решается из соображений симметрии схемы. Предположим, что потенциалы точек 1 и 2 не равны. Тогда если мы будем поворачивать схему по стрелке относительно пунктирной оси, как показано на рисунке, то можем заметить, что схема не изменится при любом повороте на 180^0 и 360^0. Следовательно, потенциалы точек 1 и 2 переходят один в другой в идентичных схемах, а значит они равны. Если потенциалы точек 1 и 2 равны, то ток между ними отсутствует, следовательно, после того, как отпала перемычка, общее сопротивление схемы не изменилось.

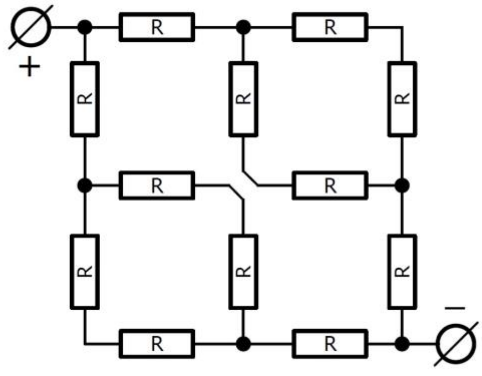


Из симметрии схемы следует также равенство токов $I_1 = I_2$ (см рис. справа=>).



Тогда схема может быть легко разбита на 2 параллельные ветви A и B, как показано на рисунке справа.

В этом случае легко находим, что:



$$R_X = \frac{R_A R_B}{R_A + R_b},$$

из симметрии схемы $R_A = R_B = 3R$, получаем $R_X = 3R/2$,

$$I = \frac{2U}{3R}.$$

<table>
<tr><th colspan="2">Критерий оценивания</th><th>Балл</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Обнаружено равенство потенциалов точек 1 и 2</td><td>с обоснованием</td><td>5</td></tr>
<tr><td>без обоснования</td><td>0</td></tr>
<tr><td>Найдено общее сопротивление схемы R_X</td><td>$R_X = 3R/2$</td><td>6</td></tr>
<tr><td>Найден ток I. Если для его нахождения не потребовалось R_X (предыдущий п.), то ставим сумму баллов по двум пп. (в скобках)</td><td>$I = \frac{2U}{3R}$</td><td>1(7)</td></tr>
</table>

Задача 5э. Резиновый маятник (20 баллов)

Исследуйте пружинный маятник, в котором вместо пружины - резинка. Определите зависимость периода колебания резинового маятника от длины резинки T(L) и проверьте её экспериментально, построив необходимый для этого график. Проделайте эксперимент для двух разных масс подвешенного груза (массы грузов должны отличаться не менее чем в два раза).

<u>Оборудование:</u> Секундомер, резинка канцелярская (5-6 штук), пластилин, миллиметровая бумага, ножницы по требованию (одни на аудиторию).

<u>Решение</u>

Период колебания маятника $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, где m - масса подвешенного груза, k - коэффициент жесткости резинки. При увеличении длины резинки коэффициент жесткости уменьшается, например, для двух резинок коэффициент жесткости будет равен $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$.

Период колебания маятника через удлинение резинки $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m\Delta x}{F_{\text{упр}}}}$, так как удлинение резинки под действием силы тяжести груза пропорционально длине этой резинки, можно записать следующее(*)

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m\Delta x}{F_{\text{упр}}}} \sim 2\pi\sqrt{\frac{ml}{F_{\text{упр}}}}$, то есть период колебания пропорционален корню квадратному от длины резинки $T \sim A\sqrt{l}$, где A - некоторый коэффициент пропорциональности, зависящий от массы груза. Следовательно, экспериментальная зависимость качественно будет иметь вид как на рисунке 1. На рисунке 1 представлены три зависимости для различных масс груза маятника.

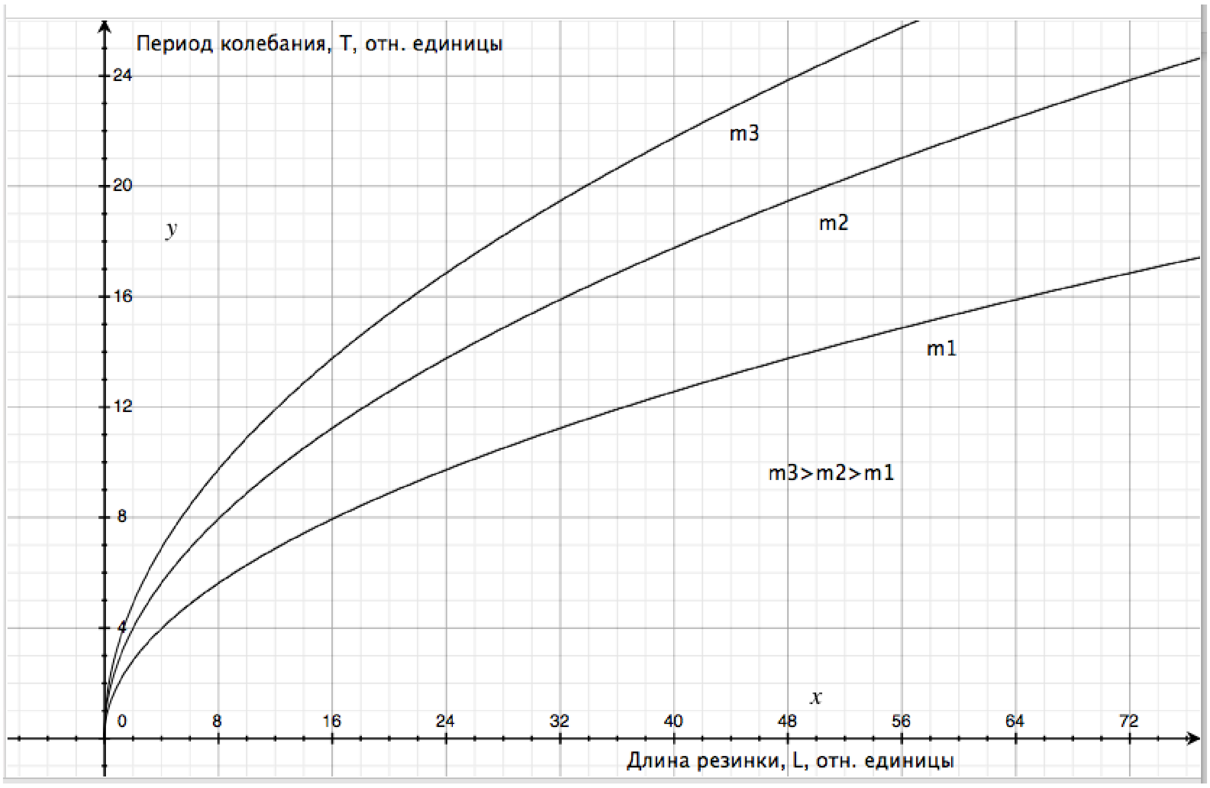


Рисунок 1 – Качественный вид зависимости $T \sim A\sqrt{l}$ для трех различных масс.

Банковские резинки необходимо один раз разрезать (разорвать), чтобы они не были кольцом. Резинки связываются в одну длинную резинку, на один конец которой прилепляется пластилин. Необходимо подобрать массу груза таким образом, чтобы система имела период колебания удобный для измерения и колебания не затухали полностью в течении 7-8 колебаний и была возможность измерить время 5-6 колебаний.

После подбора необходимой массы груза необходимо провести серию экспериментов по определению периода колебания маятника при различной длине резинки. Полученные данные занести в таблицу и построить по ним график T(L).

Примерный график экспериментальной зависимости представлен на рисунке 2. Видно, что она не является линейной, но по полученному графику сложно подтвердить теоретическую зависимость $T \sim 2A\sqrt{l}$. Для большей наглядности, следует начертить зависимость квадрата периода колебания от длины резинки $T^2(L)$. В таких координатах график будет представлять прямую, которую проще анализировать. Зависимость $T^2(L)$ представлена на рисунке 3.

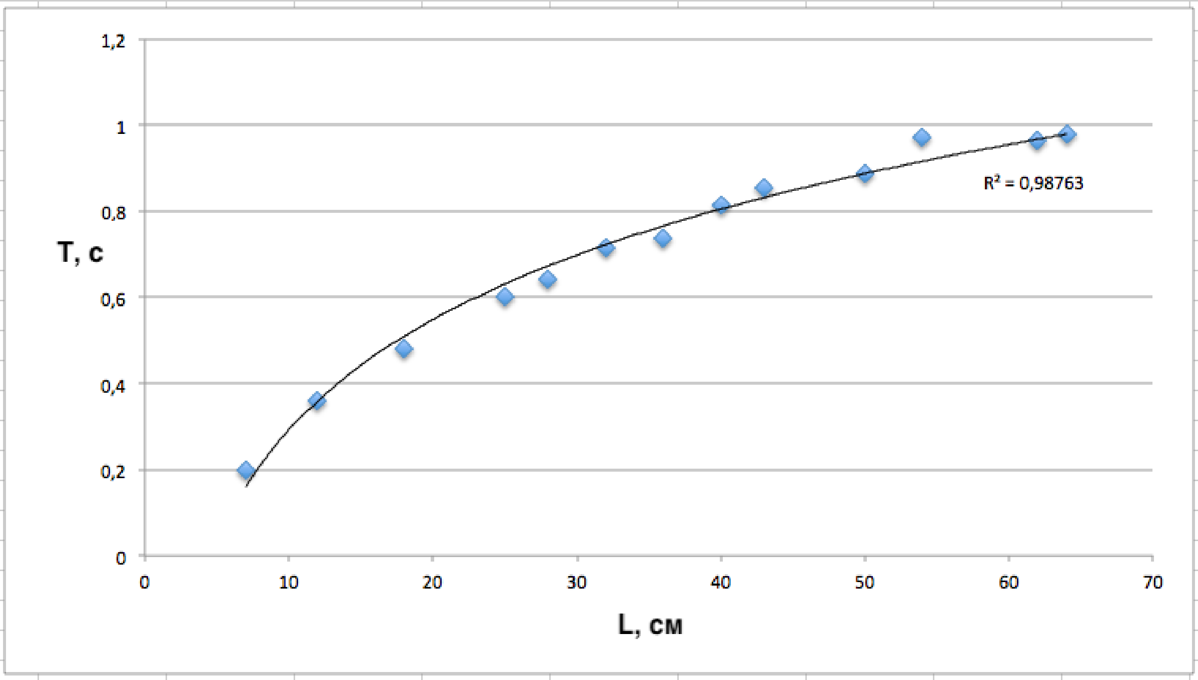


Рисунок 2 – Экспериментальная зависимость периода колебания маятника T от длины резинки L

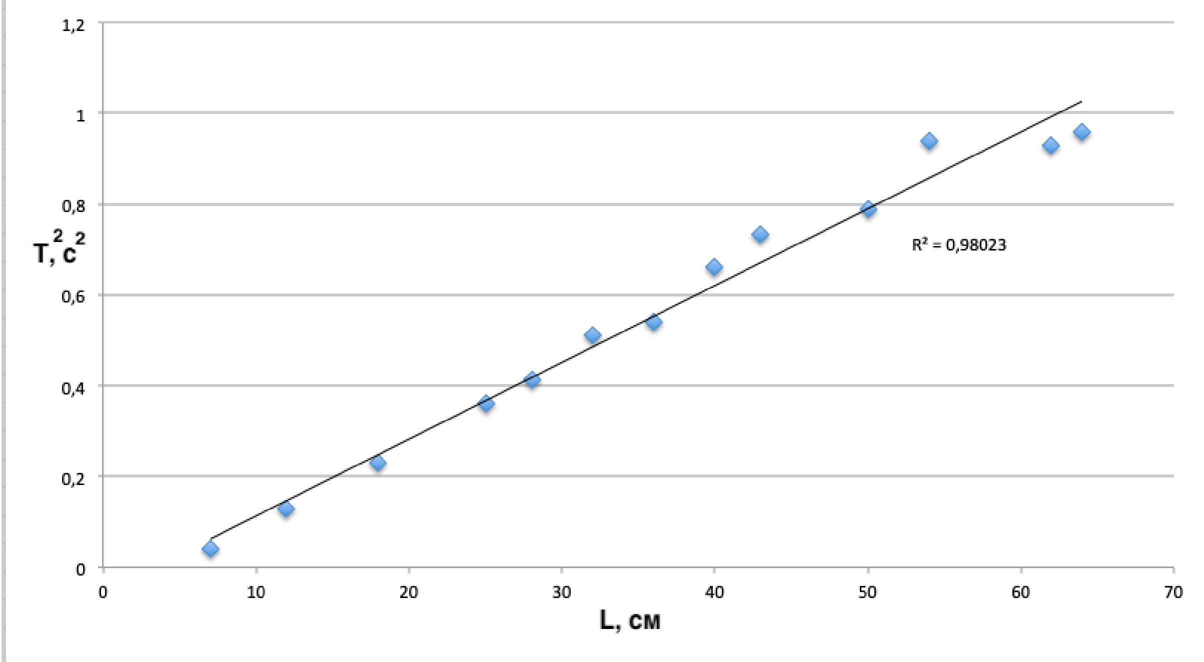


Рисунок 3 – Зависимость квадрата периода колебания маятника от длины резинки $T^2(L)$

(*)Вывод зависимости $T \sim \sqrt{l}$:

Для двух последовательно соединённых резинок коэффициент жёсткости: $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$.

Представим, что резинка длиной l разбита на n одинаковых резинок длины l_0 и жёсткости k_0. l_0 возьмём за единицу измерения длины.

Тогда для коэффициента жёсткости всей пружины получим

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_0} + \cdots + \frac{1}{k_0} = \frac{n}{k_0} = \frac{l}{k_0 l_0}.$$

$$k = \frac{k_0 l_0}{l} \sim \frac{1}{l}.$$

Т.е. коэффициент жёсткости резинки обратно пропорционален её длине.

Как известно, период колебаний пружинного маятника $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \sim \sqrt{\frac{1}{k}} \sim \sqrt{l}$, то есть период колебания пропорционален корню квадратному от длины резинки.

<table>
<tr><td colspan="2">Критерий оценивания</td><td>Балл</td></tr>
<tr><td>Получено соотношение для зависимости периода колебания пружинного маятника от длины</td><td>$T \sim A\sqrt{l}$</td><td>3</td></tr>
<tr><td colspan="2">Чертеж (схема) экспериментальной установки</td><td>1</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Для каждого значения длины резинки проведено несколько измерений, значение периода получено усреднением</td><td>10 и более</td><td>3</td></tr>
<tr><td>5 - 9</td><td>2</td></tr>
<tr><td>2 - 5</td><td>1</td></tr>
<tr><td>1 измерение</td><td>0</td></tr>
<tr><td colspan="2">Проведена серия экспериментов по измерению зависимости T(L) с количеством точек не менее десяти</td><td>4</td></tr>
<tr><td colspan="2">Проведен эксперимент для двух разных масс груза</td><td>3</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Построены ТОЛЬКО графики зависимостей T(L) на миллиметровой бумаге (баллы из этого критерия начисляются только в случае отсутствия графика $\boldsymbol{T^2(L)}$)</td><td>Кривые занимают всё поле графика (правильно выбран масштаб) и экспериментальные точки отмечены четко</td><td>1</td></tr>
<tr><td>подписаны оси, название графика</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Построены графики зависимостей $\boldsymbol{T^2(L)}$ на миллиметровой бумаге</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Кривые занимают всё поле графика (правильно выбран масштаб) и экспериментальные точки отмечены четко</td><td>2</td></tr>
<tr><td colspan="2">Экспериментальные точки аппроксимированы линейной зависимостью</td><td>2</td></tr>
<tr><td colspan="2">Подписаны оси, название графика</td><td>1</td></tr>
</table>

* При использовании в решении графиков $T^2(L)$, графики зависимостей T(L) не являются обязательными в решении задачи. В случае, если построен только график T(L) – участник получает 2 балла за правильно построенный график (см. критерии), а в случае построения графика $T^2(L)$ – участник получает 5 баллов за правильное построение и аппроксимацию линейной зависимостью.