

Физика, 10 класс, муниципальный этап

Возможные решения задач

Задача № 1. (10 баллов)

Вдоль наклонной доски пустили катиться снизу вверх шарик. На расстоянии 0,6 м от начала движения шарик побывал дважды: через 2 и 5 секунд после начала движения. Считая движение равнопеременным, определить его начальную скорость и ускорение.

Дано: $l = 0,6 \text{ м}$, $t_1 = 2 \text{ сек}$, $t_2 = 5 \text{ сек}$

Найти: $V_0 - ?$
 $a - ?$

Возможное решение:

Ось координат выбрать вдоль наклонной плоскости.

$$\text{Путь, пройденный шариком: } l = V_0 t - at^2/2 \quad (1)$$

$$\text{после преобразования } V = t^2 - 2V_0 t/a + 2l/a \quad (2)$$

Получим квадратное уравнение относительно t .

$$\text{По теореме Виета: } t_1 + t_2 = -2V_0/a \quad (3)$$

$$t_1 * t_2 = 2l/a \quad (4)$$

$$\text{Из (4) находим: } a = 2l/t_1 * t_2 \quad (5)$$

Подставим значение a в уравнение (3), отсюда находим V_0

$$V_0 = a(t_1 + t_2)/2 = l(t_1 + t_2)/t_1 * t_2 \quad (6)$$

Подставим значения t_1 , t_2 и l из условия задачи и получим:

$$a = 1,2/2 * 5 = 0,12 \text{ м/с}^2;$$

$$V_0 = 0,12 * 6/2 = 0,36 \text{ м/с}$$

Ответ: $V_0 = 0,36 \text{ м/с}$, $a = 0,12 \text{ м/с}^2$

Критерии оценивания:

приведено уравнение движения – 2 балла,

получено квадратное уравнение относительно t – 1 балл,

анализ решения квадратного уравнения с помощью теоремы Виета – 3 балла,

найдено значение ускорения – 2 балла,

найдено значение скорости – 2 балла.

Задача № 2. (10 баллов)

Автобус, отходя от остановки, движется равноускоренно и проходит за третью секунду 4 метра. Определить перемещение автобуса за пятую секунду.

Возможное решение:

Направим ось x в направлении движения автобуса, начало отсчета выберем в точке, из которой автобус начинает движение.

В соответствии с уравнением движения:

$$x_2 = at_2^2 / 2 \quad (1)$$

$$x_3 = at_3^2 / 2 \quad (2)$$

где x_2, x_3 – соответствующие координаты автобуса через промежуток времени $t_2 = 2$ секунды, $t_3 = 3$ секунды.

Тогда перемещение автобуса за третью секунду:

$$S_3 = x_3 - x_2 = a/2 \cdot (t_3^2 - t_2^2) \quad (3)$$

Аналогично перемещение автобуса за пятую секунду:

$$S_5 = x_5 - x_4 = a/2 \cdot (t_5^2 - t_4^2) \quad (4)$$

Разделив (3) на (4) мы получим:

$$\frac{S_3}{S_5} = \frac{(t_3^2 - t_2^2)}{(t_5^2 - t_4^2)} \quad (5)$$

Откуда найдем:

$$S_5 = \frac{S_3(t_3^2 - t_2^2)}{(t_5^2 - t_4^2)} \quad (6)$$

Найдем значение S_5 :

$$S_5 = 4 \cdot (25 - 16) / (9 - 4) = 7,2 \text{ м.}$$

Ответ: 7,2 м.

Критерии оценивания:

приведено уравнение движения и соответствующие координаты движения автобуса – 2 балла,

найдено перемещение автобуса за третью секунду – 2 балла,

найдено перемещение автобуса за пятую секунду – 2 балла,

найдено отношение перемещений S_5 и S_3 – 2 балла,

определено перемещение за 5-ую секунду – 2 балла.

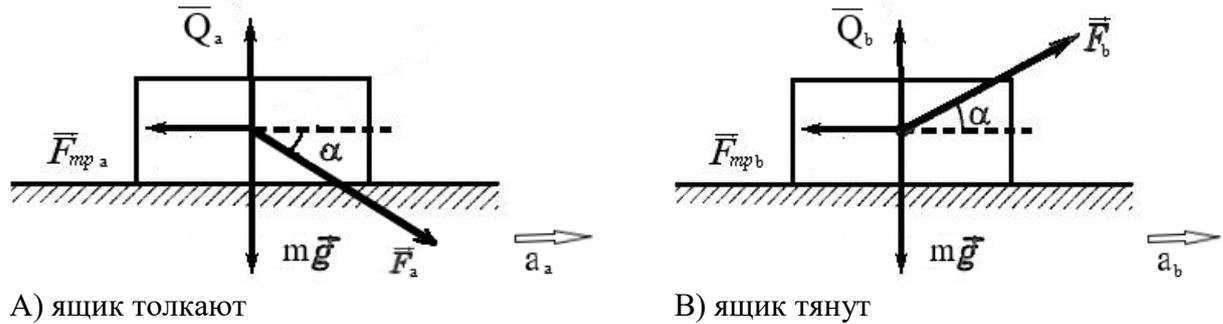
Задача № 3. (10 баллов)

Груз, в виде ящика массой $m = 60$ кг начинают перемещать по горизонтальной поверхности с ускорением $a = 1$ м/с², действуя на него постоянной силой, направленной под углом 30° к горизонту. Коэффициент трения между ящиком и поверхностью равен 0,2.

Считая движение ящика прямолинейным, определить силу тяги в двух случаях:

- а) ящик толкают,
- б) ящик тянут.

Возможное решение:



В обоих случаях на ящик действует сила тяжести $m\vec{g}$, сила нормальной реакции поверхности \vec{Q} и сила трения \vec{F}_{mp} и некая сила тяги \vec{F} .

Уравнения динамики в случае А и в случае В:

$$\vec{F}_a + \vec{Q}_a + (\vec{F}_{mp})_a + m\vec{g} = m\vec{a} \quad (1)$$

$$\vec{F}_b + \vec{Q}_b + (\vec{F}_{mp})_b + m\vec{g} = m\vec{a} \quad (2)$$

Выбираем систему отсчета: по горизонтали – ось x , по вертикали – ось y .

Проектируем уравнения (1) и (2) на выбранные оси координат:

$$F_{a_x} + Q_{a_x} + (F_{mp})_{a_x} + mg_x = ma_x \quad (3)$$

$$F_{a_y} + Q_{a_y} + (F_{mp})_{a_y} + mg_y = ma_y \quad (4)$$

$$F_{b_x} + Q_{b_x} + (F_{mp})_{b_x} + mg_x = ma_x \quad (5)$$

$$F_{b_y} + Q_{b_y} + (F_{mp})_{b_y} + mg_y = ma_y \quad (6)$$

Из этих уравнений получим:

$$F_a \cos \alpha - (F_{mp})_a = ma \quad (7)$$

$$Q_a - F_a \sin \alpha - mg = 0 \quad (8)$$

$$F_b \cos \alpha - (F_{mp})_b = ma \quad (9)$$

$$F_b \sin \alpha - Q_b - mg = 0 \quad (10)$$

Учитывая, что $(F_{mp})_a = \mu \cdot Q_a \quad (11)$

$$(F_{mp})_b = \mu \cdot Q_b \quad (12)$$

Силы реакции:

$$Q_a = F_a \sin \alpha + mg \quad (13)$$

$$Q_b = mg - F_b \sin \alpha \quad (14)$$

Из (13) и (14) видно, что $Q_a > Q_b$, поэтому с учетом (13) и (14), получаем:

$$(F_{mp})_a = \mu(F_a \sin \alpha + mg) \quad (15)$$

$$(F_{mp})_b = \mu(mg - F_b \sin \alpha) \quad (16)$$

Далее получаем:

$$F_a \cos \alpha - \mu(F_a \sin \alpha + mg) = ma \quad (17)$$

$$F_b \cos \alpha - \mu(mg - F_b \sin \alpha) = ma \quad (18)$$

Откуда

$$F_a = \frac{m(a + g)}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha},$$

$$F_b = \frac{m(a + \mu g)}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}.$$

Критерии оценивания:

определить уравнения динамики в случаях А и В – 2 балла,
найжены уравнения в проекциях на оси координат – 1 балл,
определена связь реакции опоры и силы F – 3 балла,
определены силы трения – 2 балла,
найдено значение силы F – 2 балла.

Задача № 4. (10 баллов)

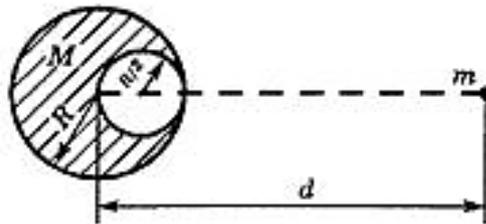
В свинцовом шаре радиуса R сделана сферическая полость радиуса $R/2$, поверхность которой касается шара. Масса сплошного шара была равна M .

С какой силой свинцовый шар будет притягивать маленький шарик массы m , находящийся на расстоянии d от центра свинцового шара на продолжении прямой, соединяющей центр свинцового шара с центром полости?

Какого радиуса нужно поместить вместо свинцового шара с полостью шар из вольфрама, чтобы он притягивал маленький шар, находящийся на том же расстоянии d от центра вольфрамового шара с такой же силой, как и в первом случае?

Плотность вольфрама – $19,3 \text{ г/см}^3$, свинца – $11,3 \text{ г/см}^3$.

Возможное решение:



Сила притяжения $F = G \cdot Mm / R^2$

Пусть шар свинцовый будет сплошным, тогда

$$F_1 = G \frac{Mm}{d^2} \quad (1)$$

Сила притяжения шара, который находится в полости

$$F_2 = G \frac{M_n m}{(d - R/2)^2} \quad (2)$$

M_n – масса шара, который находится в полости.

$$M = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_{Pb} \quad (3)$$

$$M_n = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{R}{2}\right)^3 \rho_{Pb} \quad (4)$$

Тогда результирующая сила притяжения:

$$F = F_1 - F_2 = G \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_{Pb} \frac{m}{d^2} - G \frac{4}{3} \pi \left(\frac{R}{2}\right)^3 \rho_{Pb} \frac{m}{\left(d - \frac{R}{2}\right)^2} = \frac{4}{3} \pi G \rho_{Pb} m \left(\frac{R^3}{d^2} - \frac{\left(\frac{R}{2}\right)^3}{\left(d - \frac{R}{2}\right)^2} \right)$$

$$F = \frac{4}{3} \pi G \rho_w m \frac{r^3}{\left(d - \frac{r}{2}\right)^2} = \frac{4}{3} \pi G \rho_{Pb} m \left(\frac{R^3}{d^2} - \frac{\left(\frac{R}{2}\right)^3}{\left(d - \frac{R}{2}\right)^2} \right)$$

После сокращения, имеем:

$$\frac{\rho_w r^3}{\left(d - \frac{r}{2}\right)^2} = \rho_{Pb} \left(\frac{R^3}{d^2} - \frac{\left(\frac{R}{2}\right)^3}{\left(d - \frac{R}{2}\right)^2} \right)$$

$$\frac{\rho_w r^3}{\left(d - \frac{r}{2}\right)^2} = \rho_{Pb} \left(\frac{R^3}{d^2} - \frac{\left(\frac{R}{2}\right)^3}{\left(d - \frac{R}{2}\right)^2} \right)$$

Полагая, что $r \ll d$, тогда

$$\frac{\rho_w r^3}{d^2} = \rho_{Pb} \left(\frac{R^3}{d^2} - \frac{\left(\frac{R}{2}\right)^3}{\left(d - \frac{R}{2}\right)^2} \right)$$

Отсюда

$$r = \sqrt[3]{\frac{\rho_{Pb} d^2}{\rho_w} \left(\frac{R^3}{d^2} - \frac{\left(\frac{R}{2}\right)^3}{\left(d - \frac{R}{2}\right)^2} \right)}$$

Критерии оценивания:

написано уравнения закона всемирного тяготения – 2 балла,

найдена результирующая сила – 5 баллов,

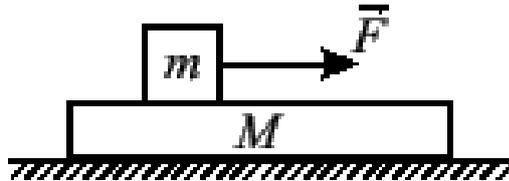
найден радиус шара из вольфрама – 3 балла.

Задача № 5. (10 баллов)

Брусок массой M находится на гладкой горизонтальной поверхности, по которой он может двигаться без трения. На бруске лежит маленький кубик массой m . Коэффициент трения между кубиком и бруском μ . К кубику приложили горизонтальную силу \vec{F} .

При каком минимальном значении F_{min} силы \vec{F} начнется скольжение кубика по бруску? Через какое время кубик соскользнет с бруска? Длина бруска l .

Возможное решение:

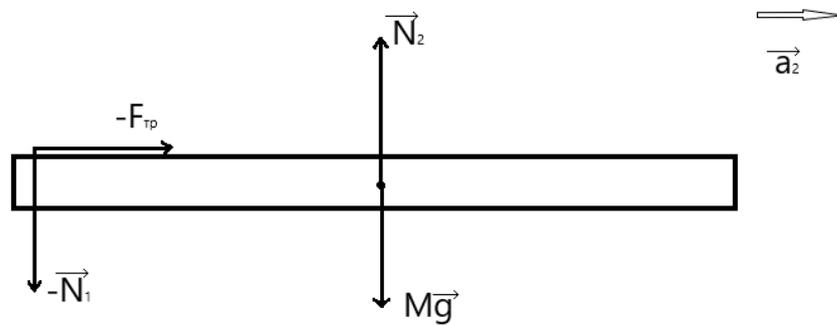


Кубик движется в горизонтальном направлении и вследствие трения увлекает за собой брусок. Механическая сила, с которой кубик действует на брусок, в направлении движения равна максимальной силе трения покоя. Эта сила сообщает бруску ускорение \vec{a}_2 .

На кубик действует сила тяжести $m\vec{g}$, сила тяги \vec{F} , сила реакции опоры \vec{N} , максимальная сила трения покоя $\vec{F}_{тр}$. Под действием этих сил кубик движется с ускорением \vec{a}_1 .

При $a_1 > a_2$ кубик начнет обгонять брусок, скользя по его поверхности, пока не упадет с него.

Уравнение движения кубика в проекциях на горизонтальную ось имеет вид:



$$F - F_{тр} = ma_1 \quad (1)$$

$$F_{тр} = \mu N_1 \quad (2)$$

$$N_1 = mg \quad (3)$$

$$F - \mu mg = ma_1 \quad (4)$$

Уравнение движения бруска в проекции на горизонталь:

$$F_{тр} = Ma_2 \quad (5)$$

С учетом (2) $\mu mg = Ma_2 \quad (6)$

Кубик скользит относительно бруска с ускорением:

$$a = a_1 - a_2 \quad (7)$$

Из (5) и (7), находим

$$a = \frac{F}{m} - \mu g \left(1 + \frac{m}{M} \right) \quad (8)$$

F_{\min} силы F находим из условия $a = 0$ (9)

Тогда $F_{\min} = \mu mg \left(1 + \frac{m}{M} \right) F_{\min} = \mu mg \left(1 + \frac{m}{M} \right)$ (10)

Расстояние, которое проходит кубик, равное длине бруска l , за время t :

$$t = \sqrt{\frac{2l}{a}} \quad (11)$$

Отсюда

$$t = \sqrt{\frac{2l}{\frac{F}{m} - \mu g \left(1 + \frac{m}{M} \right)}} \quad (12)$$

Критерии оценивания:

написано уравнение движения кубика – 2 балла,

написано уравнение движения бруска – 2 балла,

найдено значение ускорения кубика – 2 балла,

записано условие нахождения F_{\min} силы F – 2 балла,

определено время движения кубика – 2 балла.

Всего за все задания олимпиады – 50 баллов.