10 класс

Задача №1

Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью $v_0 = 4$ м/с. Когда оно достигло верхней точки полета из того же начального пункта, с той же начальной скоростью вертикально вверх брошено второе тело. На каком расстоянии h от начального пункта встретятся тела? Сопротивление воздуха не учитывать.

Решение:

Расстояние, пройденное первым телом до верхней точки подъема

$$H = v_0t_1 - gt_1^2/2\ ;$$

Скорость в верхней точке $v = v_0 - gt_1 = 0$, значит $t_1 = v_0/g$. Тогда

$$H = v_0^2/g - gv_0^2/2g^2 = v_0^2/2g.$$

Путь, пройденный первым телом от верхней точки до встречи со вторым: $H\text{-}h = gt_2^2/2$. Тогда

$$v_0^2/2g - h = gt_2^2/2. \qquad \text{Отсюда}\ \ t_2^2 = \frac{v_0^2-2gh}{g^2}.$$

Расстояние, пройденное вторым телом до встречи: $h = v_0t_2 - gt_2^2/2$. Подставим t_2:

$h = \frac{v_0\sqrt{v_{0-2gh}^2}}{g} - \frac{v_{0-2gh}^2}{2g}$. Обозначим $x = \sqrt{v_0^2 - 2gh}$, тогда

$h = v_0x/g - x^2/2g$. Отсюда: $x^2 - 2v_0x + 2gh$. Решаем квадратное уравнение:

$x = v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 2gh}$, $\sqrt{v_0^2 - 2gh} = v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 2gh}$. Поскольку v_0 не равно нулю, то

$$v_0 = 2\sqrt{v_0^2 - 2gh}\ .\ \text{Отсюда:}\ v_0^2 = 4\ v_0^2 - 8gh.$$

$8gh = 3\ v_0^2$, $\quad h = 3\ v_0^2/8g = 3\cdot16/80\cdot10 = 0{,}6$ м.

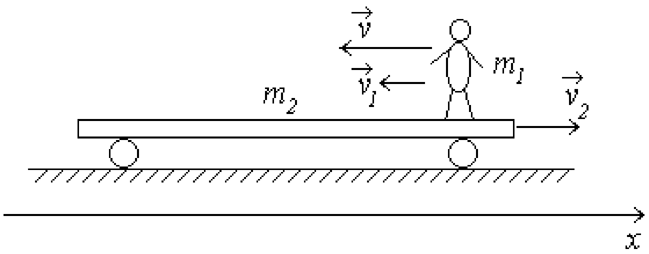
Критерии оценки:

1. Определен путь первого тела до верхней точки – 2 балла
2. Определен путь первого тела от верхней точки до встречи – 2 балла
3. Определен путь второго тела до встречи – 2 балла
4. Составлено квадратное уравнение – 2 балла
5. найдено численное значение h – 2 балла

Задача №2

На полу стоит тележка в виде длинной доски, снабженной легкими колесами. На одном конце доски стоит человек. Масса его m_1 = 60 кг, масса доски m_2 = 20 кг. С какой скоростью (относительно пола) будет двигаться тележка, если человек пойдет вдоль нее со скоростью (относительно доски) v = 1 м/с? Массой колес и трением пренебречь.

Решение:



Выберем систему отсчета, связанную с полом. Тогда в этой системе закон сохранения импульса примет вид:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = 0, \qquad (1)$$

так как исходный суммарный импульс системы равен нулю. Здесь $\vec{v}_1$ -скорость движения человека относительно пола, $\vec{v}_2$ - скорости движения тележки относительно пола.

Согласно правилу сложения скоростей $\vec{v}_1 = \vec{v} + \vec{v}_2$, (2)

где $\vec{v}$ - скорость движения человека относительно тележки.

Подставив выражение (2) в (1), получим $m_1\left(\vec{v} + \vec{v}_2\right) + m_2\vec{v}_2 = 0$.

В проекции на ось *x*, связанную с полом, векторное уравнение перейдет в скалярное

$$-m_1 v + \left(m_1 + m_2\right) v_2 = 0. \qquad (3)$$

Тогда окончательно получим: $v_2 = \dfrac{m_1 v}{m_1 + m_2}$.

Проверка размерности: [v] = $\dfrac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{кг}\cdot\text{с}} = м/с$.

Расчет: v = $\dfrac{60\cdot 1}{60+20}\cdot 3,5 = 0,75 м/с$.

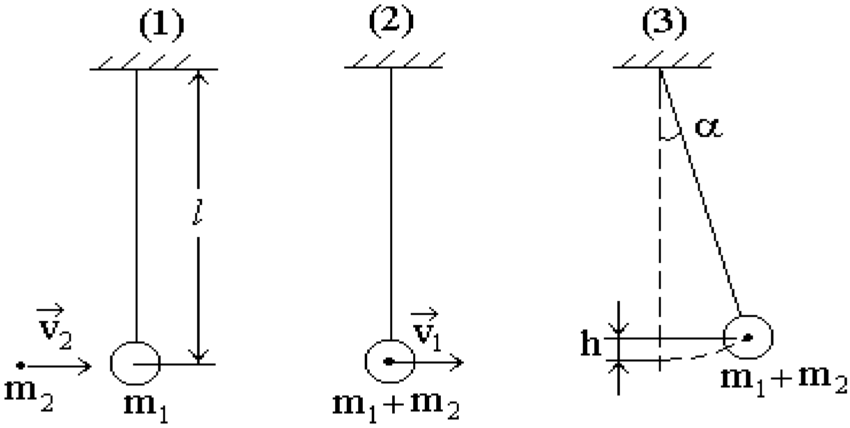
Критерии оценки:

1. Записан закон сохранения импульса – 2 балла
2. Записано правило сложения скоростей – 2 балла
3. Записано уравнение в проекциях на ось x – 3 балла
4. Найдена скорость тележки – 3 балла

Задача №3

В деревянный шар массой m_1 = 8 кг, подвешенный на нити длиной l = 1,8 м, попадает горизонтально летящая пуля массой m_2 = 4 г. С какой скоростью летела пуля, если нить с шаром и застрявшей в нем пулей отклонилась от вертикали на угол $\alpha = 3^0$? Размером шара пренебречь. Удар пули считать прямым, центральным.

Решение:



При попадании пули в шар имеет место центральное абсолютно неупругое столкновение тел, для которого закон сохранения импульса примет вид:

$$m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}_1.$$

Поскольку скорости $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ направлены одинаково, то

$$v_1 = \frac{m_2 v_2}{m_1 + m_2}.$$

Таким образом, сразу после попадания пули скорость шара с застрявшей в нем пулей равна $\vec{v}_1$ и он обладает кинетической энергией

$$E_k = \frac{(m_1 + m_2)v_1^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2)m_2^2 v_2^2}{2(m_1 + m_2)^2} = \frac{m_2^2 v_2^2}{2(m_1 + m_2)}$$

При отклонении шара из положения равновесия кинетическая энергия переходит в потенциальную

$$E_П = (m_1 + m_2)gh,$$

где $h = l - l \cdot cos\alpha$ - высота, на которую поднялся шар, g = 9,8 м/с^2.
Согласно закону сохранения механической энергии $E_к = E_п$ и

$$\frac{m_2^2 v_2^2}{2(m_1 + m_2)} = (m_1 + m_2)gl(1 - \cos\alpha).$$

Следовательно, окончательно получим

$$v_2 = \frac{m_1 + m_2}{m_2}\sqrt{2gl\left(1 - \cos\alpha\right)}.$$

Проверка размерности: $[v_2] = \frac{кг + кг}{кг}\sqrt{\frac{м}{с^2}\cdot м} = \sqrt{\frac{м^2}{с^2}} = \frac{м}{с}$.

Расчет: $v_2 = \frac{8 + 0{,}004}{0{,}004}\sqrt{2\cdot 9{,}8\cdot 1{,}8\left(1 - \cos 3^0\right)} = 440$ м/с.

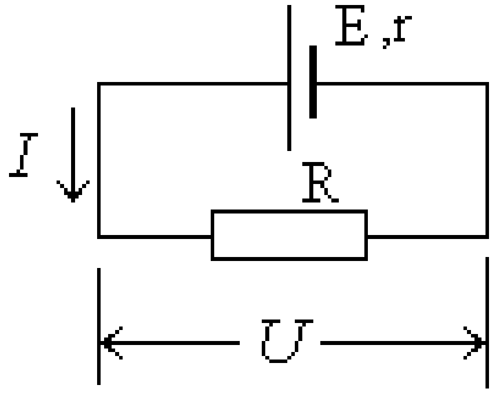
Критерии оценки:

1. Записан закон сохранения импульса для неупругого удара -2 балла
2. Получено выражение для кинетической энергии шара – 2 балла
3. Применен закон сохранения энергии – 2 балла
4. Найдена высота подъема шара – 2 балла
5. Произведен расчет скорости пули – 2 балла

Задача №4

При внешнем сопротивлении R_1 = 8 Ом сила тока в цепи I_1 =0,8 А, при сопротивлении R_2 = 15 Ом сила тока I_2 =0,5 А. Определить силу тока $I_{к.з.}$ короткого замыкания источника ЭДС.

Решение:



Согласно закону Ома для полной цепи, ток равен

$$I = \frac{E}{R + r},$$

где E – ЭДС источника тока, R – внешнее сопротивление, r – внутреннее сопротивление.

Тогда при различных значениях внешнего сопротивления получим три выражения:

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + r};\ I_2 = \frac{E}{R_2 + r};\ I_{к.з.} = \frac{E}{r}.$$

Из третьего выражения получим $r = \frac{E}{I_{к.з.}}$ и после подстановки в первые два придем к системе уравнений:

$$I_1 R_1 I_{к.з.} + E I_1 = E I_{к.з.};$$

$$I_2 R_2 I_{к.з.} + E I_2 = E I_{к.з.}.$$

Решение полученных уравнений позволяет получить значение тока короткого замыкания:

$$\begin{cases} I_1 R_1 I_{к.з.} = E\left(I_{к.з.} - I_1\right) \Big| \times \left(I_{к.з.} - I_2\right) \\ I_2 R_2 I_{к.з.} = E\left(I_{к.з.} - I_2\right) \Big| \times \left(I_{к.з.} - I_1\right) \end{cases} - ;$$

$$I_1 R_1 I_{к.з.}\left(I_{к.з.} - I_2\right) - I_2 R_2 I_{к.з.}\left(I_{к.з.} - I_1\right) = 0;$$

$$I_1 R_1 I_{к.з.} - I_1 I_2 R_1 - I_2 R_2 I_{к.з.} + I_1 I_2 R_2 = 0;$$

$$I_2 R_2 I_{к.з.} - I_1 R_1 I_{к.з.} = I_1 I_2 \left(R_2 - R_1\right);$$

$$I_{к.з.} = \frac{I_1 I_2 \left(R_2 - R_1\right)}{I_2 R_2 - I_1 R_1}.$$

Расчет: $I_{к.з.} = \dfrac{0,8 \cdot 0,5(15-8)}{0,5 \cdot 15 - 0,8 \cdot 8} \approx 2,5$ А.

Критерии оценки:

1. Записан закон Ома для разных сопротивлений – 2 балла
2. Получена система уравнений – 3 балла
3. Приведено решение системы уравнений – 3 балла
4. Произведен расчет тока короткого замыкания – 2 балла

5. **Определить максимальную скорость движения пальца руки.**

Положив камешек на край стола, щелкнем по нему пальцем и заметим точку падения камешка на пол. Измерим максимальное расстояние l от стола до места падения камешка, полученное в результате нескольких опытов, а также высоту стола h. На основании полученных данных определим максимальную скорость движения пальца руки.

Решение:

Максимальная скорость пальца v (скорость, сообщенная в данном опыте камешку) вычислим по формуле:

$v = l/t$, (1)

где t (время полета камешка) можно определить по формуле

$t = \sqrt{2h/g}$. (2)

Здесь h − высота стола, а g − ускорение свободного падения.

Подставляя t из формулы (2) в формулу (1), получим:

$v = l/\sqrt{2h/g}$.

Критерии оценки:

1. Написано выражение для скорости пальца – 2 балла
2. Получено выражение для времени падения – 3 балла
3. Получено уравнение для расчета максимальной скорости – 5 баллов