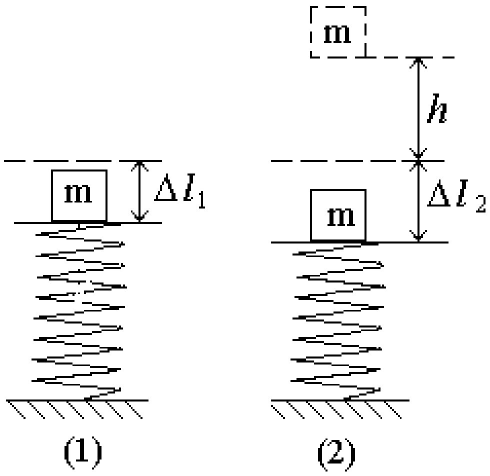
11 класс

Задача №1

Если на верхний конец вертикально расположенной спиральной пружины положить груз, то пружина сожмется на Δl = 3 мм. На сколько сожмет пружину тот же груз, упавший на конец пружины с высоты h = 8 см?

Решение:



1) Если на верхний конец пружины положить груз, то потенциальная энергия груза $E = mg \cdot \Delta l_1$ при его движении перейдет в потенциальную энергию сжатой пружины величиной $E = k \cdot \Delta l_1^2 / 2$. После того, как колебания груза прекратятся, пружина будет сжата действием силы тяжести. Таким образом, в первом случае

$$mg \cdot \Delta l_1 = k \cdot \Delta l_1^2 / 2 . \qquad (1)$$

2) Во втором случае первоначальная потенциальная энергия груза больше и составляет $E = mg \cdot \left(h + \Delta l_2\right)$, а затем при движении груза переходит в потенциальную энергию сжатой пружины $E = k \cdot \Delta l_2^2 / 2$. Таким образом, во втором случае

$$mg \cdot \left(h + \Delta l_2\right) = k \cdot \Delta l_2^2 / 2 . \qquad (2)$$

Разделив выражение (2) на(1), получим

$$\frac{h + \Delta l_2}{\Delta l_1} = \frac{\Delta l_2^2}{\Delta l_1^2} ;$$

$$\Delta l_2^2 - \Delta l_1 \cdot \Delta l_2 - \Delta l_1 \cdot h = 0 ;$$

$$\Delta l_2 = \frac{\Delta l_1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\Delta l_1}{2}\right)^2 + \Delta l_1 \cdot h}\ .$$

Расчет: $\Delta l_2 = 1,5 \cdot 10^{-3} \pm \sqrt{\left(1,5 \cdot 10^{-3}\right)^2 + 3 \cdot 10^{-3} \cdot 8 \cdot 10^{-2}} = 1,5 \cdot 10^{-3} \pm 15,56 \cdot 10^{-3}$ м.

Физический смысл имеют только положительные значения, поэтому

$$\Delta l_2 = 1,7 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

Критерии оценки:

1. Приведен и обоснован закон сохранения энергии для первого случая – 2 балла
2. Приведен и обоснован закон сохранения энергии для второго случая – 3 балла
3. Получено квадратное уравнение – 3 балла
4. Произведен расчет – 2 балла

Задача №2

Два сосуда одинакового объема содержат кислород. В одном сосуде давление p_1 = 2 Мпа и температура T_1 = 800 К, в другом p_2 = 2,5 Мпа, T_2 = 200 К. Сосуды соединили трубкой и охладили находящийся в них кислород до температуры T = 200 К. Определить установившееся в сосудах давление p.

Решение:

Воспользуемся уравнением состояния идеального газа Менделеева-Клапейрона

$$pV = \frac{m}{M}RT,$$

где V – объем, занимаемый газом, m – масса газа, M – молярная масса газа, R = 8,31 Дж/(моль·К) – универсальная газовая постоянная.

Запишем данное уравнение для рассматриваемых в задаче начальных условий:

$$p_1V = \frac{m_1}{M}RT_1; \qquad (1)$$

$$p_2V = \frac{m_2}{M}RT_2; \qquad (2)$$

и конечного состояния:

$$p \cdot 2V = \frac{m_1 + m_2}{M}RT = \left(\frac{m_1R}{M} + \frac{m_2R}{M}\right)T. \qquad (3)$$

Из выражений (1) и (2) следует, что

$$\frac{m_1R}{M} = \frac{p_1V}{T_1};$$

$$\frac{m_2R}{M} = \frac{p_2V}{T_2}.$$

После подстановки в (3) получим

$$p \cdot 2V = \left(\frac{p_1}{T_1} + \frac{p_2}{T_2}\right)VT;$$

$$p = \left(\frac{p_1}{T_1} + \frac{p_2}{T_2}\right)\frac{T}{2}.$$

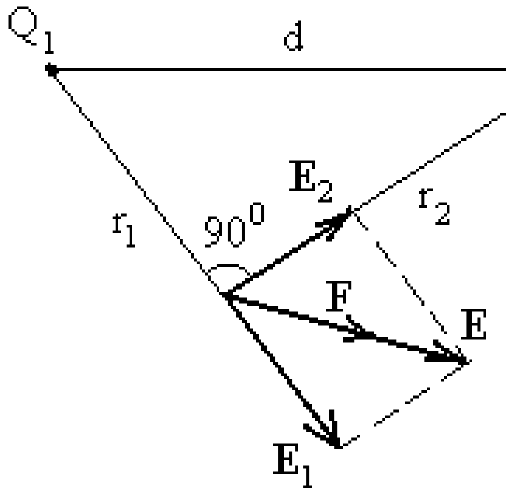
Расчет: $p = \left(\frac{2 \cdot 10^6}{800} + \frac{2,5 \cdot 10^6}{200} \right) \frac{200}{2} = 1,5 \cdot 10^6\ Па$.

Критерии оценки:
1. Записаны уравнения состояния для первого и второго объемов – 2 балла
2. Записано уравнение Менделеева- Клапейрона для конечного состояния – 3 балла
3. Получено выражение для давления – 3 балла
4. Произведен расчет – 2 балла

Задача №3

Точечные заряды Q_1 = 20 мкКл, Q_2 = - 10 мкКл находятся на расстоянии d = 5 см друг от друга. Определить напряженность поля в точке, удаленной на r_1 = 3 см от первого и на r_2 = 4 см от второго заряда. Определить также силу **F**, действующую в этой точке на точечный заряд Q = 1 мкКл.

Решение:



Согласно принципу суперпозиции электрических полей напряженность поля системы точечных электрических зарядов равна векторной сумме напряженностей, создаваемых каждым из зарядов в отдельности. В данном случае

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2,$$

Где величина и направление векторов напряженностей $\mathbf{E}_1$ и $\mathbf{E}_2$ определяются расстояниями от зарядов Q_1 и Q_2 и их величинами:

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|Q_1|}{r_1^2}, \quad E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|Q_2|}{r_2^2},$$

где $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная, r_1 и r_2 – расстояния от зарядов до точки, в которой определяется напряженность.

Из условий задачи следует, что это «египетский треугольник», т.е. $r_1^2 + r_2^2 = d^2$ $(3^2 + 4^2 = 5^2)$.

Поэтому векторы $\mathbf{E}_1$ и $\mathbf{E}_2$ взаимно перпендикулярны и согласно теореме Пифагора

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{Q_1^2}{r_1^4} + \frac{Q_2^2}{r_2^4}}.$$

Проверка размерности:

$$[E] = \frac{м}{Ф}\sqrt{\frac{Кл^2}{м^4} + \frac{Кл^2}{м^4}} = \frac{м \cdot В \cdot Кл}{Кл \cdot м^2} = \frac{В}{м}.$$

Расчет: $E = \dfrac{1}{4\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}\sqrt{\dfrac{\left(2\cdot 10^{-5}\right)^2}{(0{,}03)^4}+\dfrac{\left(10^{-5}\right)^2}{(0{,}04)^4}} = 2\cdot 10^8$ В/м.

Сила, действующая на заряд величиной Q, помещенный в данную точку электрического поля определяется произведением

$$F = Q\cdot E.$$

Расчет: F = $10^{-6}\cdot 2\cdot 10^8$ = 200 Н.

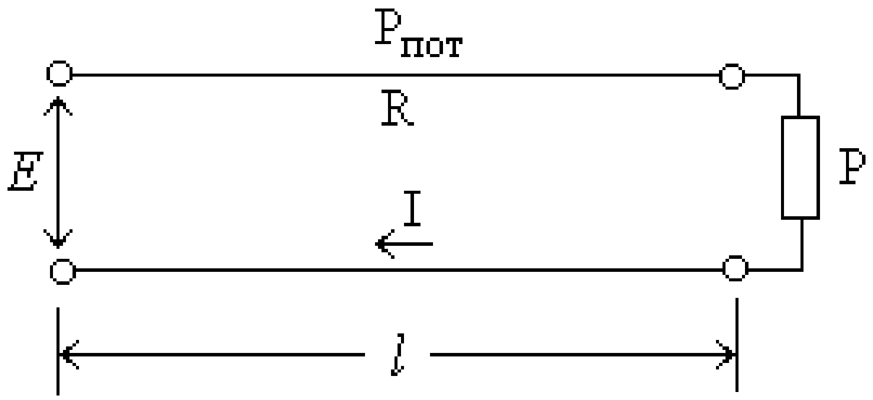
Критерии оценки:

1. Приведен рисунок с изображением направлений векторов напряженности – 2 балла
2. Использован принцип суперпозиции электрических полей – 2 балла
3. Определено, что полученный треугольник является прямоугольным – 2 балла
4. Записаны выражения для напряженностей – 2 балла
5. Произведен расчет напряженности – 1 балл
6. Произведен расчет силы Кулона – 1 балл

Задача №4

От батареи, ЭДС которой E = 600 В, необходимо передать энергию на расстояние l = 1 км. Потребляемая мощность P = 5 кВт. Найти минимальные потери мощности в сети, если диаметр медных подводящих проводов d = 0,5 см.

Решение:



Электрическое сопротивление линии электропередачи: $R = \rho \frac{2l}{S}$,

где $\rho = 1{,}7\cdot10^{-8}$ Ом·м, 2l - длина провода, $S = \frac{\pi d^2}{4}$ - площадь поперечного сечения провода. Следовательно, получим

$$R = \rho \frac{8l}{\pi d^2} = 1{,}7\cdot10^{-8}\frac{8\cdot10^3}{3{,}14\cdot25\cdot10^{-6}} = 1{,}7 \text{ Ом.}$$

По закону сохранения общая мощность, потребляемая от источника, равна

$$EI = P_{пот} + P = I^2R + P,$$

где $P_{пот} = I^2R$ - потери мощности в линии электропередачи.

Таким образом, ток в цепи определится решением квадратного уравнения:

$$RI^2 - EI + P = 0;$$

$$1{,}7\cdot I^2 - 600\cdot I + 5000 = 0;$$

$$I = \frac{600 \pm \sqrt{600^2 - 4\cdot1{,}7\cdot5000}}{2\cdot1{,}7}; \quad I_1 = 344 \text{ А}; \quad I_2 = 8{,}54 \text{ А.}$$

Так как по условиям задачи требуется найти минимальные потери мощности, то выбираем второе значение силы тока. Тогда потери мощности

$$P_{пот} = I^2R = 8{,}54^2\cdot1{,}7 = 124 \text{ Вт.}$$

Критерии оценки:

1. Записано выражение для сопротивления линии – 2 балла
2. Определена общая потребляемая мощность – 2 балла
3. Получено квадратное уравнение – 2 балла

4. Получены значения силы тока – 2 балла
5. Определена потеря мощности – 2 балла

6. **Определить количество теплоты, выделяющееся при скольжении тела по наклонной плоскости без начальной скорости.**
Измерены масса тела, длина и высота наклонной плоскости, а также время скольжения по ней тела. На основании этих данных найдем количество выделившейся теплоты.
Решение:
Количество теплоты, выделяющееся при соскальзывании тела с наклонной плоскости, будет равно
$Q = -\Delta E$,
где ΔE − изменение механической энергии тела
$\Delta E = E_2 - E_1$; $E_2 = Ek_2$ ($Ep_2 = 0$), а $E_1 = Ep_1$ ($Ek_1 = 0$).
Таким образом,
$Q = mgh - mv^2/2$, (1)
где h − высота наклонной плоскости, скорость тела у основания наклонной плоскости $v = at$.
Длина плоскости $l = at^2/2$, отсюда $l = vt/2$, т.е.
$v = 2l/t$. (2)
Подставляя значения скорости из формулы (2) в формулу (1), окончательно получим:
$Q = m(gh - 2l^2/t^2)$.
Критерии оценки:
1. Записан закон сохранения энергии для количества теплоты- 2 балла
2. Записаны выражения для потенциальной и кинетической энергий – 2 балла
3. Определена скорость движения в конце плоскости – 3 балла
4. Получено выражение для количества теплоты – 3 балла