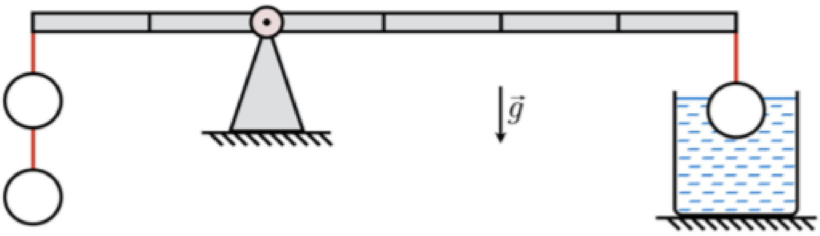
Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по физике

9 класс, 2018/2019 учебный год. Длительность 3 часа 30 минут.

Возможные решения и разбалловка

Задача 1. Сложное равновесие.

На концах однородного рычага некоторой массы висят три одинаковых шарика. Два из них подвешены к короткому плечу рычага, а третий — к длинному, причём он погружен в жидкость на 40% своего объёма. Точка шарнирного крепления делит рычаг в отношении 1:2. Чему равна плотность материала шариков, если система находится в равновесии? Масса рычага в пять раз меньше массы одного шарика. Плотность жидкости равна 800 кг/м3.



Решение:

Пусть масса шарика M, тогда масса рычага $m = M/5$.

Обозначим длину одного отмеченного на рычаге деления за l, плотность жидкости ρ, плотность материала шариков ρ_0. Учтем, что сила тяжести рычага приложена на расстоянии l справа от шарнира, поскольку рычаг однородный.

На правый шарик действуют сила тяжести и сила Архимеда, причем $F_A = \rho g \cdot 0{,}4V$.

Тогда можно записать условие равновесия рычага через моменты сил относительно точки крепления шарнира в следующем виде:

$$2Mg\cdot 2l = (Mg - \rho g\cdot 0{,}4V)\cdot 4l + mgl.$$

Сократим на l, g, раскроем скобки и подставим $m = M/5$, тогда получим:

$$4M = 4M - 4\rho\cdot 0{,}4V + M/5.$$

$1{,}6\rho V = M/5$, тогда $M = 8\rho V$. Так как $M = \rho_0 V$, *то* $\rho_0 = 8\rho = 6400$ кг/м^3.

Разбалловка:

Правильно определена точка, куда приложена сила тяжести, действующая на рычаг (словесно либо на рисунке) ……………………………………………………….2 балла

Верно записано условие равновесия рычага с пояснением всех входящих в него величин…………………………………………………………………….. 4 балла

Произведены верные математические преобразования и получен правильный ответ………………………………………………………………………4 балла

Примечание: *участник олимпиады может решать задачу, записывая условия равновесия рычага через моменты сил относительно других точек. Если при этом уравнения записаны верно, то это не должно являться причиной снижения оценки за данный этап решения задачи.*

Задача 2. Средняя скорость.

Школьник Коля очень торопился в школу. Четверть всего пути он бежал со скоростью 9 км/ч, потом устал и дальше четверть всего времени шел со скоростью 4 км/ч. Затем Вася понял, что все равно опаздывает, и оставшуюся часть пути прошел со скоростью, равной средней скорости на всем пути. Найдите среднюю скорость Коли.

Решение:

Обозначим полный путь Коли за S, полное время t.

Скорость, время и путь на 1 участке обозначим v_1, t_1, S_1, на втором v_2, t_2, S_2.

Средняя скорость за участки 1 и 2 равна средней скорости за все 3 участка (т.к. на третьем скорость просто равна средней).

Поэтому $(S_1+S_2)/(t_1+t_2)=v_{ср}$.

Искомая средняя скорость $v_{ср}=S/t$.

Но по условию задачи $S_1=S/4$, $t_2=t/4$, $t_1=S_1/v_1=S/4v_1$.

Отсюда получим:

$$v_{ср}=\frac{\frac{S}{4}+v_2\frac{t}{4}}{\frac{S}{4v_1}+\frac{t}{4}}=\frac{S+v_2t}{\frac{S}{v_1}+t} \qquad (1).$$

Поделим числитель и знаменатель дроби на t:

$$v_{ср} = \frac{\frac{S}{t} + v_2}{\frac{S}{tv_1} + 1}.$$

Но $v_{ср}=S/t$, тогда:

$$v_{ср} = \frac{v_{ср} + v_2}{\frac{v_{ср}}{v_1} + 1} \ (2).$$

Преобразуем:

$$v_{ср}\left(\frac{v_{ср}}{v_1} + 1\right) = v_{ср} + v_2,$$

$$\frac{v_{ср}^2}{v_1} + v_{ср} = v_{ср} + v_2,$$

$$\frac{v_{ср}^2}{v_1} = v_2,$$

$$v_{ср}^2 = v_1 v_2,$$

$$v_{ср} = \sqrt{v_1 v_2} = 6 \text{ км/ч}$$

Разбалловка:

Записана общая формула для средней скорости……………………………………1 балл.

Сделан вывод о том, что средняя скорость на первых двух участках пути равна средней скорости на всем пути ……………………………………………………………..2 балла;

Правильно составлено выражение (1) или аналогичное ему………………………2 балла.

В процессе преобразований получено верное уравнение относительно средней скорости (например, (2)) ……………………………………………………………… 3 балла.

Уравнение решено, получена конечная формула и верный численный ответ ……2 балла.

Задача 3. Приключения проволоки.

В закрытом теплоизолированном сосуде находится вода с температурой 0°С. В воду опускают охлажденный до – 200°С небольшой моток проволоки, покрытой изоляционным слоем из некоторого «секретного» материала с высокой теплопроводностью. Через некоторое время моток всплывает. Какова наибольшая средняя плотность мотка до погружения? Средняя удельная теплоемкость мотка равна $2{,}0\cdot10^3$ Дж/(кг·°С), удельная теплоемкость воды $4{,}2\cdot10^3$ Дж/(кг·°С), удельная теплота плавления льда $3{,}34\cdot10^5$ Дж/кг, плотность воды 1,0 г/см^3, плотность льда 0,9 г/см^3.

Решение.

Моток проволоки начинает всплывать благодаря намерзшему на нем льду. Запишем условие всплывания мотка:

$$0 \le F_{арх} - m_м g - m_л g\ , \qquad (1)$$

где $m_м = \rho_м V_м$ – масса мотка, $\rho_м$ – средняя плотность мотка без льда, $V_м$ – объем мотка без льда; $m_л = \rho_л V_л$ – масса намерзшего на моток льда; $F_{арх} = \rho_в g(V_м + V_л)$ – сила Архимеда, действующая на моток.

Тогда $0 \le \rho_в g(V_м + V_л) - \rho_м V_м g - \rho_л V_л g$. *(2)*

Кроме того, можно воспользоваться уравнением теплового баланса для системы «вода + проволока»: $Q_1 = Q_2$, *(3)*

где $Q_1 = c_м m_м (t_0 - t_1)$ – количество теплоты, полученное мотком от воды, здесь $c_м = 2{,}0\cdot10^3\ \frac{Дж}{кг\cdot°C}$, $t_1 = -200°C$, $t_0 = 0°C$; $Q_2 = \lambda m_л$ – количество теплоты, отданное водой при кристаллизации порции воды массой $m_л$, здесь $\lambda = 3{,}34\cdot10^5\ \frac{Дж}{кг}$.

Тогда в выражении (3) с учетом $m_м$, $m_л$ получим: $c_м \rho_м V_м (t_0 - t_1) = \lambda \rho_л V_л$.*(4)*

Из формул (2) и (4), исключая $\frac{V_л}{V_м}$, несложно получить

$$\rho_м \le \frac{\lambda \rho_в \rho_л}{\lambda \rho_л - c_м(\rho_в - \rho_л)(t_0 - t_1)}.$$

Наибольшая средняя плотность $\rho_{м\max}$, которую может иметь моток для обеспечения условия всплытия: $\rho_{м\ \max} = \dfrac{\lambda \rho_в \rho_л}{\lambda \rho_л - c_м(\rho_в - \rho_л)(t_0 - t_1)}$. *(5)*

$$\rho_{м\ max} = \frac{3{,}34\cdot 10^5\ Дж/кг \cdot 1{,}0\cdot 10^3 кг/м^3 \cdot 0{,}9\cdot 10^3\ кг/м^3}{3{,}34\cdot 10^5\ \frac{Дж}{кг}\cdot 0{,}9\cdot 10^3 кг/м^3 - 2{,}0\cdot 10^3\ \frac{Дж}{кг\cdot °C}\cdot(1{,}0-0{,}9)\cdot 10^3\ \frac{кг}{м^3}\cdot(0+200)°C} = 1{,}15\cdot 10^3\ \frac{кг}{м^3}$$

.

Разбалловка

Объяснено, почему моток будет всплывать ………………………………… 2 балла.

Записано условие всплывания мотка (неравенство (2)) ………………………. 3 балла.

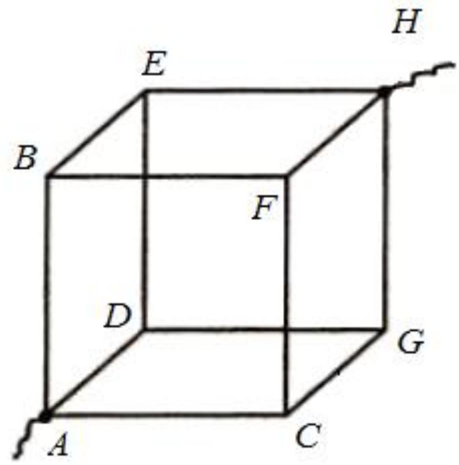
Записано уравнение теплового баланса (формула (4)) ………………………… 2 балла.

Получена расчетная формула (5) …………………………………………...... 2 балла.

Найден числовой результат ………………………………………………… 1 балл.

Задача 4. Проволочный куб.

Найдите сопротивление схемы, представленной на рисунке, если в каждое из ребер включено сопротивление 6 Ом. Куб подключается вершинами *A* и *H*, находящимися на концах его большой диагонали. Какое из ребер проволочного куба нужно удалить, чтобы сопротивление между точками *A* и *H* изменилось наиболее значительно?



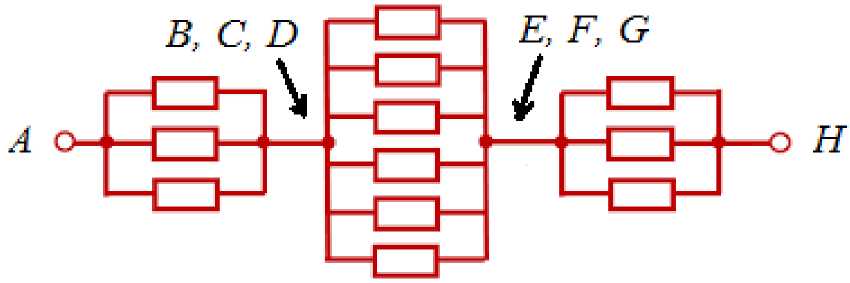
Решение:

Из симметрии схемы следует, что ток, дойдя до точки *A,* распределяется между тремя ребрами куба поровну, поскольку они эквивалентны с точки зрения симметрии. Падение напряжения на каждом из этих трех ребер одинаково и равно $U=I_1r$, где r – сопротивление каждого ребра, I_1 – ток, текущий по каждому из этих ребер. Тогда получается, что узлы *B, C* и *D* имеют одинаковый потенциал $\varphi_A + I_1 r$. Аналогичные рассуждения позволяют сделать вывод, что у узлов *E, F, G* потенциалы также одинаковы. Для преобразования схемы применим метод склейки узлов: если два или больше узлов имеют одинаковый потенциал, то их можно соединить в один узел.

Точки с одинаковым потенциалом можно соединять проводниками, поскольку это ничего не изменит, так как по этим проводникам всё равно не потечёт никакой ток.

После склеивания узлов с одинаковым потенциалом получаем три последовательно соединенные группы, содержащие параллельно соединенные сопротивления.

Эквивалентная схема приведена на рисунке.



Сопротивление схемы равно:

$$R = \frac{r}{3} + \frac{r}{6} + \frac{r}{3} = \frac{5}{6}r.$$

Ответ на первый вопрос получен.

Ответим на второй вопрос.

Сопротивление схемы изменится больше всего, если из схемы удалить проводник, по которому идет наибольший ток. Наибольший ток идет через проводники, соединенные по три, то есть *AB, AC, AD, EH, FH, GH*. Удалить нужно одно из этих ребер.

Разбалловка:

Объяснено, почему у узлов B, D, C и E, F,G будет одинаковый потенциал …….2 балла.

Указано, что точки с одинаковым потенциалом можно соединять друг с другом...2 балла.

Нарисована верная эквивалентная схема ……………………………………………… 2 балла.

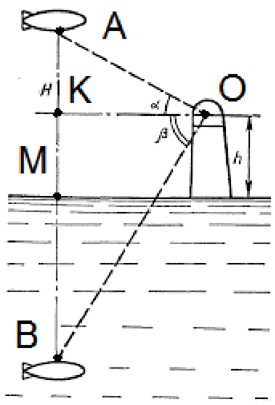
Вычислено общее сопротивление схемы ………………………………………………2 балла.

Получен обоснованный ответ на второй вопрос ………………………………………. 2 балла.

Примечание: *общее сопротивление схемы участники могут найти и другими способами (например, через правила Кирхгофа). Если решение обосновано и верно, то использование других способов нахождения сопротивления не может быть причиной для снижения оценки. В таких случаях следует использовать альтернативную разбалловку.*

Возможные решения и разбалловка

Задача 5. На какой высоте H завис над озером вертолет, если с башни высотой $h = 40$ м он виден под углом $\alpha = 30^0$ над горизонтом, а его изображение в озере видно под углом $\beta = 60^0$ под горизонтом?



Решение:

Поверхность озера будем рассматривать как плоское зеркало. Тогда *AM* = *BM* = *H*, так как *B* – мнимое изображение вертолета в зеркале.

Из треугольника *AKO* получим:

tgα = AK/KO = (H-h)/KO,

а из треугольника ВКО получим, что *tgβ = BK/KO = (H+h)/KO.*

Тогда *tgβ/tgα =(H+h)/(H-h)*, а отсюда искомая высота вертолета над поверхностью воды в озере:

$$H = h\frac{tg\beta + tg\alpha}{tg\beta - tg\alpha} = 80 \text{ м.}$$

Разбалловка:

Указано, что поверхность озера может рассматриваться как плоское зеркало…….2 балла.

Указано, что изображение в точке *B* – мнимое……………………………………. 2 балла.

Записано условие для *tgα* ………………..…………………………………………. 2 балла.

Записано условие для *tgβ*……………………..……………………………………..2 балла.

Найдено конечное выражение и получен численный ответ………………………. 2 балла.

Примечание: *Конечная формула может быть выражена через другие тригонометрические функции, это нельзя считать ошибкой.*

Максимально возможный балл в 9 классе - 50 баллов.