9 класс

ЗАДАНИЕ № 1

Свободно падающее тело в последнюю секунду движения проходит половину всего пути. С какой высоты h падает тело и каково время t его падения?

Возможное решение

Обозначим половину пути за S. Тогда $h = 2S$. Уравнение движения тела $h = \frac{gt^2}{2}(1)$.

Вторая половина пути $S = vt_2 + \frac{gt_2^2}{2}$, где $v = g(t - t_2)$; $t_2 = 1c$.

В результате получаем $h = 2gt_2(t - t_2) + gt_2^2$ (2).

Приравняв (1) и (2) $\frac{gt^2}{2} = 2gt_2(t - t_2) + gt_2^2(3)$.

Сделав преобразование получаем уравнение $t^2 - 4t + 2 = 0(4)$.

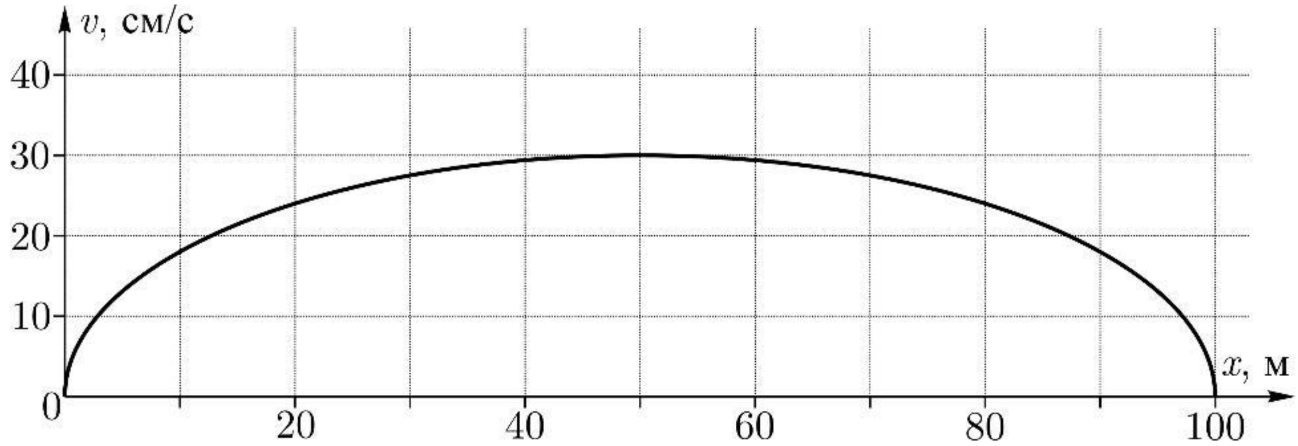
Решая получаем 2 корня. $t = 0{,}6c$- не соответствует условию задачи. Тогда $t = 3{,}4c$; $h = 57$м.

Критерии оценивания

Получено уравнение (2) — 2 балла.
Получено уравнение (3) — 2 балла.
Получено уравнение (4) — 2 балла.
Получен числовой ответ — 2 балла.

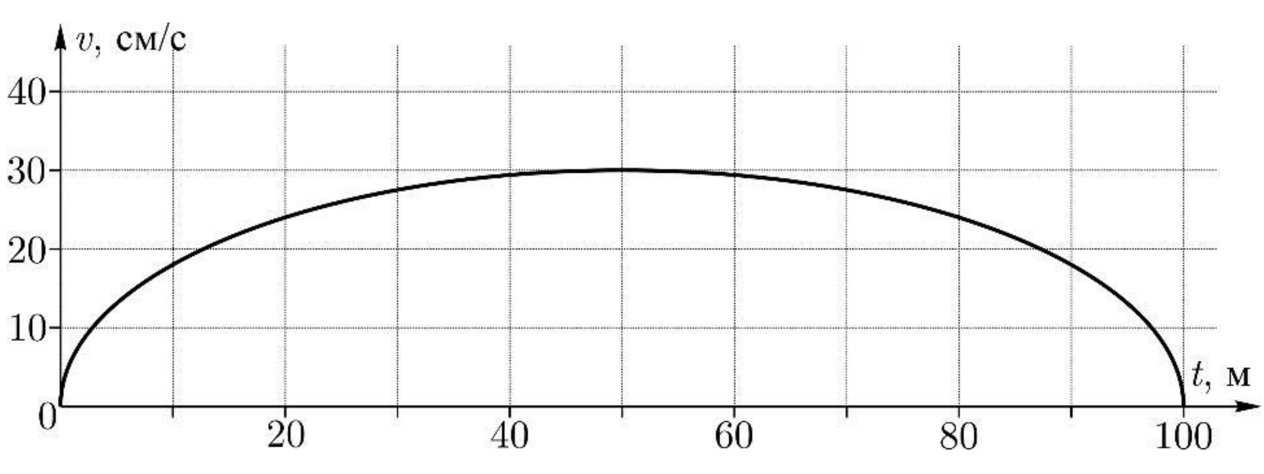
ЗАДАНИЕ № 2

Мальчик смог переплыть реку шириной L = 100 м за минимальное время. Скорость мальчика относительно воды постоянна и равна υ = 1 м/с. Зависимость скорости течения от расстояния от берега приведена на графике. При удачном выборе масштаба график представляет собой полуокружность. На какое расстояние вниз по реке снесло мальчика течением? Считайте, что в любом месте реки скорость течения направлена вдоль берегов.



Возможное решение

Так как время переправы – минимальное, мальчик направлял свою скорость прямо на противоположный берег и проплывал равные участки ширины реки за равные интервалы времени. Следовательно, график зависимости скорости реки можно перерисовать в осях $v(t)$,где $t = L/v$ –время движения мальчика.



Смещение вниз по реке создавалось только скоростью течения. Поэтому общий снос равен площади под графиком $v(t)$. Для подсчета площади под графиком скорости воспользуемся её подобием с площадью половины круга:

$$S:(v_{max} \cdot t_{max}) = \frac{\pi R^2}{2} : (2R \cdot R)$$

Откуда следует $S = \frac{\pi}{4}(v_{max} \cdot t_{max}) = 23{,}6\text{м}$.

Критерии оценивания

Связь минимального времени и стратегии движения — 2 балла.

Поэтапный расчет сноса и подсчет площади под графиком в осях *v(t)* — 2 балла.

Расчет площади под графиком с использованием идее подобия — 4 балла.

Дан численный ответ — 2 балла.

ЗАДАНИЕ № 3

Гоночный болид движется по прямолинейному участку трассы равноускоренно. Скорость болида в конце участка $v_2 = 98\,\text{м/с}$, скорость в начале участка $v_1 = 40\,\text{м/с}$. Какой была скорость болида v_x на 1.4 пути от начала разгона.

Возможное решение

Весь путь, пройденный автомобилем:
$S = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a}$.
Начальная часть пути, в n раз меньше всего пути:
$\frac{S}{n} = \frac{v_x^2 - v_1^2}{2a} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2an}$.
Отсюда получаем выражение для скорости:
$v_x = \sqrt{\frac{v_2^2 + (n-1)v_1^2}{n}}$.
$n = 4$, $v_2 = 2{,}45 v_1$, $v_x \approx 1{,}5 v_1 = 60\,\text{м/с}$.

Критерий оценивания

Найдена длина всего пути, пройденного автомобилем — 2 балла.
Найдена длина n-той части пути, пройденной автомобилем — 1балл.
Записано выражение, связывающее скорости — 4 балла.
Получен ответ — 3 балла.

ЗАДАНИЕ № 4

Точка движется по окружности радиусом R=30 см. Определить тангенциальное ускорение a_τ точки, если известно, что за время t = 4 с она совершила три оборота и в конце третьего оборота ее нормальное ускорение a_n = 2,7 м/с^2.

Возможное решение

За время t материальная точка при ускоренном движении по окружности приобретает линейную скорость

$$v = v_0 + a_\tau \cdot t \quad (1)$$

и проходит путь

$$S = v_0 \cdot t + \frac{a_\tau \cdot t^2}{2}. \quad (2)$$

Здесь a_τ - тангенциальное ускорение,

v_0 – начальная линейная скорость.

При этом материальная точка также получит нормальное ускорение, которое связано с линейной скоростью

$$a_n = v^2/R, \quad (3)$$

где R – радиус окружности.

Величина пройденного пути может быть связана с числом оборотов N:

$$S = 2\pi RN. \quad (4)$$

Используя соотношения (1) – (4), можно получить

$$v = \sqrt{a_n \cdot R};$$

$$v_0 = v - a_\tau \cdot t = \sqrt{a_n \cdot R} - a_\tau \cdot t;$$

$$2\pi RN = t\sqrt{a_n \cdot R} - a_\tau \cdot t^2 + \frac{a_\tau \cdot t^2}{2};$$

$$a_\tau = \frac{2t\sqrt{a_n \cdot R} - 4\pi RN}{t^2}.$$

Проверка размерности: $[a_\tau] = \dfrac{c \cdot \sqrt{\frac{м}{c^2} \cdot м} - м}{c^2} = \dfrac{c \cdot \frac{м}{c} - м}{c^2} = \dfrac{м}{c^2}$

Расчет: $a_\tau = \dfrac{2 \cdot 4\sqrt{2,7 \cdot 0,3} - 4 \cdot 3,14 \cdot 0,3 \cdot 3}{4^2} = 0,21$ м/с^2.

Критерий оценивания

Установлена связь между пройденным путем и тангенциальным ускорением — 1 балл.

Установлена связь между линейной скоростью и тангенциальным ускорением — 1 балл.

Установлена связь между длинной пройденного пути и длинной окружности, а также числом оборотов — 1 балл.

Получен конечный ответ — 3 бала.

Получено числовое значение — 1 балл.

Проведена проверка размерности — 1 балл.

ЗАДАНИЕ № 5

Сколько витков нихромовой проволоки диаметром d=1мм надо навить на фарфоровый цилиндр радиусом a=2,5 см, чтобы получить печь сопротивлением R=40 Ом? (Удельное сопротивление нихрома $\rho = 0{,}0000001 Ом \cdot м$).

Возможное решение

Сопротивление проводника можно рассчитать по формуле $R = \rho \frac{L}{S}$.

Площадь поперечного сечения проволоки $S = \frac{\pi d^2}{4}$.

Длина одного витка $l = \pi d$, а нескольких витков $L = N * l = N\pi d$, где N — количество витков.

Таким образом получаем:

$N = \frac{Rd}{4\rho} = 200.$

Критерии оценивания

Установлена связь между числом витков, диаметром проволоки и ее длиной — 2 балла.

Установлена связь между сопротивлением, диаметром проволоки и ее удельным сопротивлением — 4 балла.

Получен численный ответ — 1 балл.