ЗАДАЧА № 1. "Примус" (10 баллов)
На примус поставили открытую кастрюлю с водой при температуре t = 20 °C и сняли ее через τ = 40 мин. Найти объем оставшейся в кастрюле воды, если начальный объем воды составлял V = 3 л. В примусе каждую минуту сгорает μ = 3 г керосина, удельная теплота сгорания которого h = 40 кДж/г, КПД примуса (относительная доля выделившейся теплоты, идущая на нагревание воды) η = 42%, теплоемкость и удельная теплота парообразования воды соответственно c = 4200 Дж/(кг·K), r = 2,26 МДж/кг, плотность воды $\rho_в = 10^3$ кг/м^3, температура кипения воды $t_к$ =100°C. Теплоемкостью кастрюли пренебречь.

РЕШЕНИЕ.
За время τ примус сообщает воде количество теплоты

$$Q = \frac{\eta \cdot \mu \cdot h \cdot \tau}{100\%} = 2{,}016 \text{ МДж}. \qquad (1)$$

Количество теплоты, требующееся для нагревания воды до температуры кипения, равно

$$Q_1 = \rho_в \cdot V \cdot c \cdot (t_к - t) = 1{,}008 \text{ МДж} \qquad (2)$$

Из сравнения этих данных следует, что часть воды заведомо выкипит. Обозначив через V_2 объем выкипевшей воды, запишем уравнение теплового баланса:

$$\frac{\eta \cdot \mu \cdot h \cdot \tau}{100\%} = \rho_в \cdot (V \cdot c \cdot (t_к - t) + V_2 \cdot r). \qquad (3)$$

Поскольку

$$V_1 = V - V_2,$$

ответ имеет вид:

$$V_1 = V - \frac{\eta \cdot \mu \cdot h \cdot \tau}{\rho_в \cdot r \cdot 100\%} + \frac{c}{r} \cdot (t_к - t) \cdot V = 2{,}55 \text{ л}. \qquad (4)$$

Ответ: $V_1 = 2{,}55$ л

Критерии оценивания задачи №1.

Найдено сообщенное воде количество теплоты (1) и (2)	**3 балла**
Записано уравнение теплового баланса (3)	**3 балла**
Получено уравнение искомого объёма (4)	**2 балла**
Вычислено значение и записан ответ	**2 балла**

Задача № 2. "Барон и ядро" (10 баллов)
Одно из ядер барона Мюнхгаузена, выпущенное при испытаниях с вершины холма со скоростью V_0 под углом α к горизонту, во время полета разорвалось на две одинаковые части. При этом Мюнхгаузен заметил, что сразу после разрыва одна из них полетела горизонтально, а другая – вертикально. Помогите барону определить – на какой высоте (относительно вершины холма) произошел разрыв, если сразу после разрыва скорости частей ядра были равны по величине? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение:
Запишем кинематические соотношения:

$$x = V_0 \cdot \cos\alpha \cdot t \qquad y = V_0 \cdot \sin\alpha - \frac{g}{2}t^2 \qquad (1)$$

$$V_x = V_0 \cdot \cos\alpha \qquad V_y = V_0 \cdot \sin\alpha - gt$$

Из условия задачи следует, что в момент разрыва выполняются условия равенства значений горизонтальной и вертикальной проекции импульса (и скоростей, при равных массах). Иначе, в этот момент скорость направлена под углом 45^0 к горизонту. Отсюда следует

$$V_0 \cos\alpha = V_0 \sin\alpha - gt$$

Получим отсюда значение *t* и подставим его в выражение для вертикальной координаты. Получим:

$$y = V_0 \cdot \sin\alpha - \frac{g}{2}t^2 = \frac{V_0}{g}(\sin^2\alpha - \frac{1}{2})$$

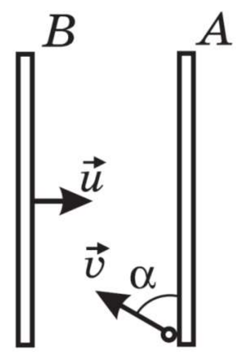
Отметим, что если α<45°, то решение получается отрицательным. Это значит, что ядро разорвется в тот момент, когда он находится ниже начальной высоты.

Ответ: $h = \frac{V_0}{g}(\sin^2\alpha - \frac{1}{2})$

Критерии оценивания задачи №2.

Записаны кинематические выражения для движения по OX (1)	**2 балла**
Записаны кинематические выражения для движения по OY (2)	**2 балла**
Сделан вывод о равенстве скоростей (3)	**3 балла**
Получено выражение для высоты (4)	**3 балла**

ЗАДАЧА 3. "Обратно быстрее"(10 баллов)



Шарик пренебрежимо малой массы начинает скольжение в горизонтальной плоскости от неподвижной доски A со скоростью v = 2 м/с под углом α = 30° к ней. Доска B, параллельная доске A, движется перпендикулярно плоскости доски A с некоторой скоростью u. Найти u, если время движения шарика от доски A до встречи с доской B в k=2 раза превышает время его движения обратно. Удар шарика о доску B считать упругим. Трением пренебречь.

РЕШЕНИЕ.

Пусть расстояние между досками в момент удара равно L. По закону сложения скоростей, модуль составляющей скорости шарика, нормальной к доске B, до удара равен

$$v_\perp = v \cdot sin\alpha .$$

Следовательно, время движения шарика до удара о доску B равно t_1:

$$t_1 = \frac{L}{v \cdot \sin\alpha}$$

После удара модуль составляющей скорости шарика, нормальной к доске B, станет равным

$$vsin\,\alpha + 2u, \quad (3)$$

поскольку удар абсолютно упругий. Поэтому время обратного движения шарика до доски A составит t_2 :

$$t_2 = \frac{L}{v \cdot \sin\alpha + 2u} \qquad (4)$$

Используя условие $t_1 = kt_2$, получаем: u=0,5 м/с (5)

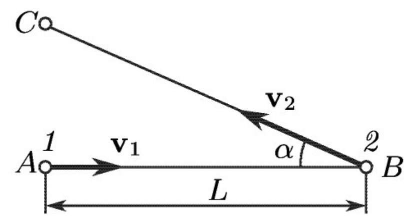
О т в е т. u = 0,5 м/с.

Критерии оценивания задачи №3.

Записано выражение для перпендикулярной составляющей скорости шарика (1)	**1 балла**
Найдено время движения шарика до удара (2)	**2 балла**
Учтено условие абсолютно упругого удара (3)	**4 балла**
Найдено время движения шарика после удара (4)	**2 балла**
Вычислено значение скорости и записан ответ (5)	**1 балл**

ЗАДАЧА 4. "Трансформеры" (10 баллов)

Миролюбивый трансформер Автобот движется из пункта связи B по направлению к точке C со скоростью v_2, но одновременно трансформер Десептикон начинает свое движение со скоростью v_1 со своей базы A по направлению к пункту B, расстояние между которыми L. Угол между направлениями их движениями α. В какой момент времени t расстояние между трансформерами будет минимальным и каково это расстояние.



РЕШЕНИЕ .

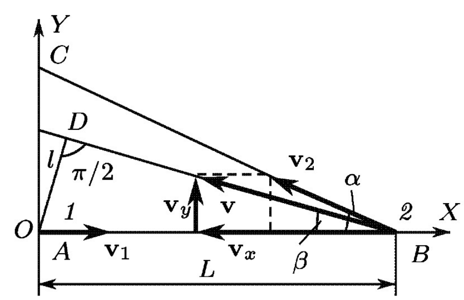
Рассмотрим движение тела 2 относительно тела 1. В системе координат XOY, связанной с телом 1, проекции относительной скорости v тела 2 будут

$$v_x = -(v_1 + v_2 \cdot \cos\alpha), \qquad (1)$$

$$v_2 = v_1 \cdot \sin\alpha .$$

Сама относительная скорость

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$



направлена по диагонали прямоугольника построенного на v_x и v_y . Кратчайшим расстоянием между телами 1 и 2 будет длина перпендикуляра AD=l к линии, по которой направлена относительная скорость. Если обозначить угол между осью OX и относительной скоростью v через β, то l=L sinα, причем

$$\sin\beta = \frac{v_y}{v} .$$

Таким образом

$$l = \frac{L v_y}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} = \frac{L v_2 \sin\alpha}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2 v_v v_2 \cos\alpha}} . \qquad (2)$$

Время, в течение которого тело в относительном движении пройдет расстояние BD=Lcosβ, будет t=BD/v=(Lcosβ)/v.

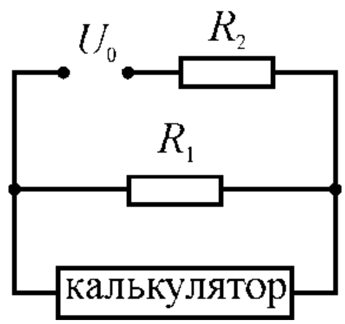
Подставляя значения $\cos\beta = \left|\frac{v_x}{v}\right|$ и v, получим

$$t=\frac{L\left(v_1+v_2\cos\alpha\right)}{v_1^2+v_2^2+2v_vv_2\cos\alpha}. \qquad (3)$$

Ответ: $t=\dfrac{L\left(v_1+v_2\cos\alpha\right)}{v_1^2+v_2^2+2v_vv_2\cos\alpha}$.

Критерии оценивания задачи №4.

Выполнен переход к СО, связанной с телом 1	**2 балла**
Построены графики векторов скоростей и найдены проекции (1)	**2 балла**
Найдено выражение для кратчайшего расстояния (2)	**3 балла**
Найдено выражение для момента времени (3)	**3 балла**



ЗАДАЧА 5. "Калькулятор для ЕГЭ" (10 баллов)

Готовясь к сдаче ЕГЭ по физике школьник купил калькулятор и на технической документации он прочитал: «Для нормальной работы калькулятора подаваемое на него напряжение должно быть в пределах от $U_{\min}=4{,}5\ \text{В}$ до $U_{\max}=5{,}5\ \text{В}$; в зависимости от режима работы калькулятор потребляет ток от $I_{\min}=20\ \text{мА}$ до $I_{\max}=50\ \text{мА}$». Не найдя, к сожалению, батарейку с нужным напряжением, школьник решил включить данный калькулятор, используя имеющийся в школьной лаборатории аккумулятор с напряжением $U_0=12\ \text{В}$ и пренебрежимо малым внутренним сопротивлением и резисторы, включенные в электрическую цепь, схема которой изображена на рисунке. Сопротивление резистора $R_2=40\ \text{Ом}$. В каком интервале должно лежать сопротивление резистора R_1, чтобы включенный таким образом калькулятор нормально функционировал?

РЕШЕНИЕ.

Из текста технической документации следует, что сопротивление калькулятора зависит от режима его работы и может колебаться в пределах

$$R_{\min}=\frac{U_{\min}}{I_{\max}}\le R\le R_{\max}=\frac{U_{\max}}{I_{\min}}. \qquad (1)$$

В соответствии с формулами для последовательного и параллельного соединения проводников, напряжение на калькуляторе выражается через сопротивления R_1 и R_2 следующим образом:

$$U=\frac{U_0}{R_2+\dfrac{R_1R}{R_1+R}}\cdot\frac{R_1R}{R_1+R}=\frac{U_0}{1+\dfrac{R_2}{R_1}+\dfrac{R_2}{R}}. \qquad (2)$$

При увеличении сопротивления R напряжение на калькуляторе U возрастает; следовательно, калькулятор будет нормально функционировать при соблюдении следующих неравенств:

$$\frac{U_0}{1+\frac{R_2}{R_1}+\frac{R_2}{R_{\min}}} \geq U_{\min} \quad \text{и} \quad \frac{U_0}{1+\frac{R_2}{R_1}+\frac{R_2}{R_{\max}}} \leq U_{\max}. \qquad (3)$$

Эти неравенства можно переписать в виде:

$$\frac{U_0}{U_{\max}}-1-\frac{R_2}{R_{\max}} \leq \frac{R_2}{R_1} \leq \frac{U_0}{U_{\min}}-1-\frac{R_2}{R_{\min}}. \qquad (4)$$

Для числовых данных, указанных в условии задачи, оба предела в данном неравенстве положительны; следовательно, сопротивление резистора R_1 должно лежать в следующем интервале:

$$\frac{U_{\min} R_2}{U_0 - U_{\min} - I_{\max} R_2} \leq R_1 \leq \frac{U_{\max} R_2}{U_0 - U_{\max} - I_{\min} R_2}.$$

Подставляя в эти неравенства числа, получаем:

$$32{,}7 \text{ Ом} \leq R_1 \leq 38{,}6 \text{ Ом}.$$

ОТВЕТ: $32{,}7 \text{ Ом} \leq R_1 \leq 38{,}6 \text{ Ом}$.

Критерии оценивания задачи №5.

Записана оценка сопротивления калькулятора по закону Ома (1)	**1 балл**
Определено напряжение на калькуляторе с учетом соединения сопротивлений (2)	**2 балла**
Определены допустимые минимальное и максимальное напряжения калькулятора (3)	**3 балла**
Записаны неравенства (4)	**2 балла**
Выполнены преобразования и получены max и min значения	**2 балл**

Всероссийская олимпиада школьников
II (муниципальный) этап
Физика
11 класс

Общее время выполнения работы – **3 часа 30 минут.**
Максимальное количество баллов - **50**
При выполнении работы можно пользоваться непрограммируемым калькулятором.