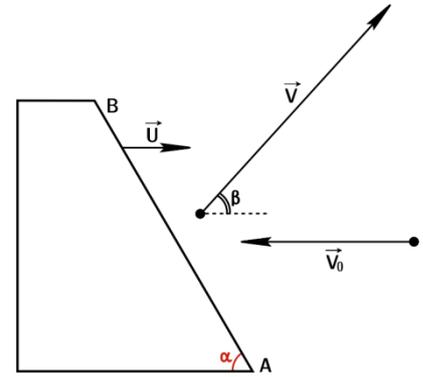


11 класс

Задача 1

По гладкой горизонтальной поверхности стола скользит брусок и ударяет своей гладкой вертикальной гранью АВ по шарик, скользящему по столу навстречу бруску (на рисунке показан вид сверху). Скорость бруска составляет угол $\alpha=60^\circ$ с гранью АВ. После абсолютно упругого удара шарик отскочил со скоростью $V=10$ м/с под углом $\beta=45^\circ$ к направлению движения бруска. Масса шарика намного меньше массы бруска. Найти скорость шарика V_0 перед ударом. Найти скорость бруска U .



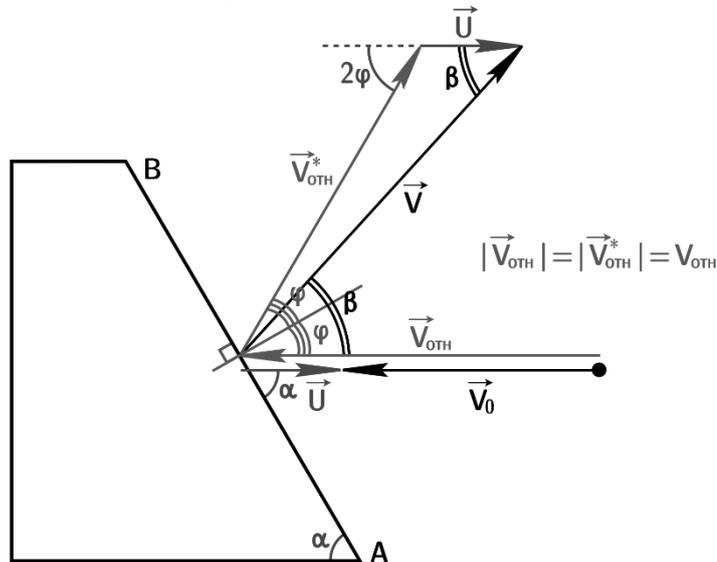
Решение задачи

- Поскольку удар является упругим, то в системе отсчёта бруска:
 - скорость шарика до и после удара одинакова по величине;
 - углы падения и отражения шарика от поверхности АВ одинаковы.
- Вспользуемся законом сложения скоростей для шарика, в рамках которого за подвижную систему отсчёта (ПСО) примем брусок, а за неподвижную систему отсчёта (НСО) примем поверхность земли. Итак, согласно этому закону справедливо соотношение

$$V_{\text{абс}} = V_{\text{отн}} + V_{\text{пер}},$$

где $V_{\text{абс}}$ – скорость шарика относительно НСО (земли), $V_{\text{отн}}$ – скорость шарика относительно ПСО (бруска) и $V_{\text{пер}}$ – скорость ПСО (бруска) относительно НСО (земли).

- Изобразим это соотношение геометрически до и после удара шарика:



- Из рисунка сразу видно, что

$$V_{\text{отн}} = V_0 + U$$

и

$$\varphi = 90^\circ - \alpha.$$

- По теореме синусов

$$V / \sin(180^\circ - 2\varphi) = U / \sin(2\varphi - \beta),$$

а если подставить $\varphi = 90^\circ - \alpha$, то

$$V / \sin(2\alpha) = U / \sin(2\alpha + \beta),$$

откуда

$$U = V \cdot \sin(2\alpha + \beta) / \sin(2\alpha) = V \cdot (\sin(2\alpha) \cdot \cos\beta + \cos(2\alpha) \cdot \sin\beta) / \sin(2\alpha),$$

то есть

$$U = V \cdot (\cos 45^\circ + \operatorname{ctg} 120^\circ \cdot \sin 45^\circ) = V \cdot (12 - 13 \cdot 12) = V \cdot (3 - 1)6 \approx 0,3V = 3 \text{ м/с.}$$

6. По теореме синусов

$$V / \sin(180^\circ - 2\varphi) = V_{\text{отн}} / \sin\beta,$$

а если подставить $\varphi = 90^\circ - \alpha$, то

$$V / \sin(2\alpha) = V_{\text{отн}} / \sin\beta,$$

откуда

$$V_{\text{отн}} = V \cdot \sin\beta / \sin(2\alpha),$$

то есть

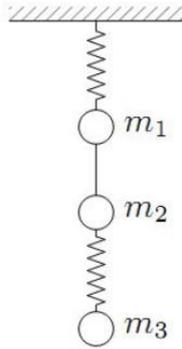
$$V_{\text{отн}} = V \cdot \sin 45^\circ / \sin 120^\circ = V \cdot 0,8.$$

7. Итак

$$V_0 = 5 \text{ м/с.}$$

Критерии оценивания.

1. Переход в систему отсчета бруска – 2 балла.
2. Правильный рисунок - 2 балла.
3. Закон сложения скоростей – 2 балла.
4. Теоремы синусов и косинусов – 2 балла.
5. Правильный ответ - 2 балла.



Задача 2

Шары с массами m_1 , m_2 и m_3 подвешены к потолку с помощью двух невесомых пружин и лёгкой нити. Система покоится.

- 1) Определить силу натяжения нити.
- 2) Определить ускорение (направление и модуль) шара массой m_1 сразу после пережигания нити.

Решение задачи

1. Для ясности можно провести «мысленный эксперимент» – представить, что в середине нити находится динамометр. Получается, что к нему прикрепил грузы массами m_2 и m_3 . Естественно, его показания будут равны:

$$T = g(m_2 + m_3).$$

2. В момент пережигания нити на верхний шар действуют только две силы : $F_{уп1}$ и m_1g , которые и сообщают шару ускорение.

$$F_{уп1} - m_1g = ma$$

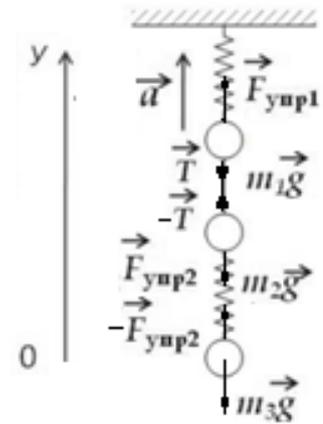
До разрыва нити:

$$F_{уп1} = m_1g + T$$

Окончательно после преобразований получим:

$$F_{уп1} = g(m_1 + m_2 + m_3)$$

$$a = g(m_2 + m_3) / m_1.$$

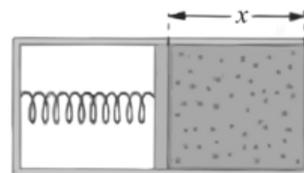


Критерии оценивания.

1. Определена сила натяжения нити – 2 балла.
2. Правильный рисунок - 2 балла.
3. Второй закон Ньютона после разрыва нити – 2 балла.
4. Второй закон Ньютона до разрыва нити – 2 балла.
5. Правильный ответ - 2 балла.

Задача 3

В цилиндре под поршнем находится одноатомный идеальный газ с параметрами $p_0=105$ Па, $V_0=5,6$ л, $T_0=273$ К. Поршень удерживается пружиной, длина которой в недеформированном состоянии равна длине цилиндра. Слева от поршня — вакуум. Найдите теплоёмкость газа. Теплоёмкости цилиндра, поршня и пружины не учитывать.



Решение задачи

1. Если площадь поршня обозначить через S , а деформацию пружины — через x , то давление газа равно

$$p=k \cdot x/S,$$

где k — жёсткость пружины, а его объём равен

$$V=S \cdot x.$$

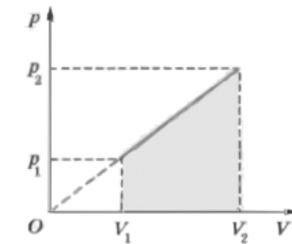
Следовательно,

$$p=(k/S^2) \cdot V=\alpha \cdot V, \text{ где } \alpha=\text{const.}$$

2. Изобразим процесс $p=\alpha \cdot V$ на плоскости (p, V) . Пусть на некотором участке процесса объём изменяется от V_1 до V_2 . Из первого начала термодинамики выходит, что

$$Q=\Delta U+A=C_V \cdot \Delta T+A,$$

где $C_V=(3/2)v \cdot R$ — теплоёмкость газа при постоянном объёме.



3. Работу газа рассчитаем с помощью графика. Выходит, что

$$A=12(p_1+p_2) \cdot (V_2-V_1)=12(p_2 \cdot V_2-p_1 \cdot V_1).$$

Из уравнения состояния идеального газа следует, что эта работа равна

$$A=12v \cdot R \cdot \Delta T.$$

4. Подставим полученное значение работы в первое начало термодинамики. Выходит, что

$$Q=C_V \cdot \Delta T+A=C_V \cdot \Delta T+12v \cdot R \cdot \Delta T.$$

С другой стороны, теплота равна

$$Q=C \cdot T.$$

Таким образом, теплоёмкость равна

$$C=C_V+12v \cdot R=32v \cdot R+12v \cdot R=2v \cdot R.$$

Количество вещества найдём из начальных параметров газа. Из уравнения состояния идеального газа выходит, что

$$p_0 \cdot V_0=v \cdot R \cdot T_0,$$

откуда

$$v=p_0 \cdot V_0 R \cdot T_0.$$

5. Получаем окончательно, что теплоёмкость газа равна

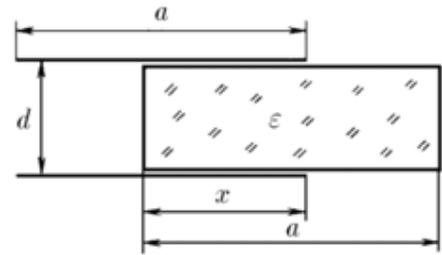
$$C=2v \cdot R=2p_0 \cdot V_0 T_0=4,1 \text{ Дж/К.}$$

Критерии оценивания.

1. Зависимость давления от объёма — 2 балла.
2. Первый закон термодинамики — 2 балла.
3. Найдена работа газа — 2 балла.
4. Количество вещества — 2 балла.
5. Правильный ответ — 2 балла.

Задача 4

С какой силой втягивается диэлектрическая пластина в плоский конденсатор с зарядом $q=1$ мкКл, когда она входит в пространство между обкладками на длину $x=6$ см? Диэлектрическая проницаемость пластины $\epsilon=3$, а толщина её немного меньше расстояния между обкладками $d=1$ мм. Размеры обкладок, как и пластины, $a \times b=10$ см \times 8 см. Электрическая постоянная $\epsilon_0 \approx 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.



Решение задачи

1. Ёмкость конденсатора равна

$$C = \epsilon_0 \cdot (a-x) \cdot b \cdot d + \epsilon_0 \cdot \epsilon \cdot x \cdot b \cdot d.$$

Пусть обкладка вошла внутрь конденсатора ещё на малое расстояние dx . Тогда работа силы притяжения совершила работу dx . Эта работа взята за счёт убыли энергии электрического поля конденсатора. Выходит, что $F \cdot dx = -dW$.

2. Энергия электрического поля конденсатора равна $W = q^2 / 2C$. Поскольку конденсатор не подключён к источнику, его заряд не меняется. При движении обкладки на dx изменение энергии конденсатора составляет

$$dW = -(q^2 / 2C^2) \cdot dC = -(q^2 / 2C^2) \cdot \epsilon_0 \cdot b \cdot (\epsilon - 1) d \cdot dx.$$

3. Подставляя выражение для dW в формулу из пункта 2, получаем, что

$$F \cdot dx = (q^2 / 2C^2) \cdot \epsilon_0 \cdot b \cdot (\epsilon - 1) d \cdot dx.$$

С учётом выражения для ёмкости конденсатора выходит, что

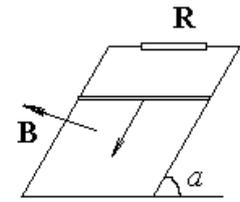
$$F = q^2 \cdot d \cdot (\epsilon - 1) / 2\epsilon_0 \cdot b \cdot (a - x + \epsilon \cdot x)^2 = 29 \text{ мН.}$$

Критерии оценивания.

1. Ёмкость конденсатора – 2 балла.
2. Работа силы притяжения - 2 балла.
3. Энергия электрического поля конденсатора – 2 балла.
4. Сохранение электрического заряда – 2 балла.
5. Правильный ответ - 2 балла.

Задача 5

По двум гладким медным шинам, установленным под углом α к горизонту, скользит под действием силы тяжести медная перемычка массы m шины замкнуты на сопротивление R . Расстояние между шинами l . Система находится в однородном магнитном поле с индукцией B , перпендикулярном к плоскости, в которой перемещается перемычка. Сопротивлением шин, перемычки и скользящих контактов пренебречь. Найти установившуюся скорость перемычки.



Решение задачи

При постоянной скорости перемещения перемычки мощность силы тяжести, действующей на перемычку, равна электрической мощности, выделяющейся на сопротивлении R , т.е. $F \cdot v = I^2 R$, или

$$mg \sin \alpha \cdot v = I^2 R \quad (1)$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R} \quad (2), \text{ где } \varepsilon = vBL.$$

Подставив ε в (2), получим

$$I = \frac{vBL}{R} \quad (3). \text{ Подставив (3) в (1), получим } mgv \sin \alpha = \frac{v^2 B^2 L^2}{R}. \quad (4)$$

$$\text{Из (4) найдем } v = \frac{mgR \sin \alpha}{B^2 L^2}.$$

Критерии оценивания.

1. Второй закон Ньютона – 2 балла.
2. Закон Джоуля-Ленца – 2 балла.
3. Закон Ома для участка цепи - 2 балла.
4. Закон электромагнитной индукции – 2 балла.
5. Правильный ответ - 2 балла.