

Решения и критерии оценивания

Задача 1 (10 баллов)

В автомобильной гонке на 240 км участвовали две машины. Средняя скорость машины №1 на дистанции составила 100 км/час. Машина №2 в течение 1 часа проехала половину дистанции, а потом у нее перегрелся двигатель, и оставшийся путь вторая машина преодолела со средней скоростью 90 км/час. Какая машина приехала первой?

Возможное решение

Машина №1 финишировала через 2 часа 24 минуты (+ 2 балла).

За 1 час машина №2 проехала 120 км (+1 балл),

т.е. ей оставалось преодолеть 120 км (+1 балл).

Ей это удалось сделать за время $120/90=1$ час 20 мин (+ 2 балла),

т.е. на весь путь она затратила 2ч 20мин (+ 1 балл)

Таким образом, первой на финиш приехала машина №2 (+3 балла),

которая опередила машину №1 на 4 минуты.

Максимум за задачу – 10 баллов.

Задача 2 (10 баллов)

Снеговик массой $m=54$ кг решил разжечь камин. Разводя огонь, он подтаял и уменьшился в объеме. Его форма и плотность не изменились, а рост уменьшился на одну треть от своей первоначальной величины. Какой объем воды вытек из снеговика? Плотность воды $\rho_0=1$ г/см³.

Возможное решение

После таяния рост снеговика уменьшился от начального L до αL , где $\alpha=2/3$. Так как форма снеговика не изменилась, то таким же образом уменьшились его ширина и толщина. Мы знаем, что объем тела определяется произведением его высоты, ширины и толщины. Тогда понятно, что если старый объем был V , то после таяния он стал равным $\alpha^3 V$.

Так как плотность снеговика не изменилась, то масса уменьшилась так же, как и объем и стала равной $\alpha^3 m$.

Масса вытекшей из снеговика воды равна $\Delta m = (1 - \alpha^3)m$, откуда можно получить ответ.

Объем вытекшей воды равен $\Delta V = \frac{\Delta m}{\rho_0} = \frac{(1-\alpha^3)m}{\rho_0} = 30$ л.

Критерии оценивания

Установлена связь между изменением линейного размера и объёма

4 балла

Установлена связь между новым объёмом и новой массой

2 балла

Найдена масса вытекшей воды

2 балла

Найден объём вытекшей воды

2 балла

Максимум за задание – 10 баллов.

Задача 3 (10 баллов)

В лаборатории есть два сосуда с неизвестной жидкостью. Лаборант взвесил каждый сосуд и определил, что сосуд №1 весил на 30 г больше, чем сосуд №2. После этого перелил 50 миллилитров жидкости из сосуда №1 в сосуд №2 и снова взвесил. Теперь сосуд №1 весил уже на 50 г меньше. Определите плотность жидкости в сосудах.

Возможное решение

Обозначим за M_1 исходную массу сосуда №1 вместе с жидкостью в *граммах* и, аналогично, M_2 – исходная масса сосуда №2. $V=50$ мл – объем перелитой жидкости в миллилитрах, ρ - искомая плотность жидкости (в граммах на миллилитр). По условию задачи $M_1 - M_2 = 30$ (+ 1 балл).

После переливания жидкости масса сосуда №1 стала равна $M_1 - \rho V$ (+ 2 балла), а сосуда №2 – $M_2 + \rho V$ (+ 2 балла).

По условию после переливания жидкости второй сосуд весил больше на 50 г, т.е.

$$(M_2 + \rho V) - (M_1 - \rho V) = 50 \text{ (+ 2 балла)}/$$

Перегруппировывая слагаемые, получаем $2\rho V - (M_1 - M_2) = 50$, т.е. $2\rho V = 80$ (+ 1 балл).

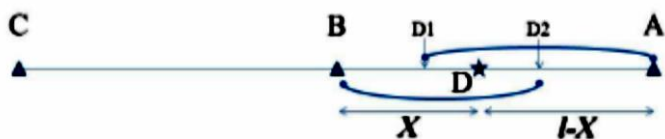
Таким образом, находим плотность $\rho = 0,8 \frac{\text{г}}{\text{мл}} = 800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ (+ 2 балла).

Максимум за задачу – 10 баллов.

Задача 4

Девочка Л живет на улице AC длиной $L=800$ м. В точках A и B находятся остановки. Рано утром, Л выходит на остановку В. Но, так как мимо остановки А ходит больше автобусов, она начинает идти к ней. При этом она постоянно оборачивается, чтобы посмотреть, не выехал ли её автобус из точки С. Л знает, что когда бы ни выехал автобус, она успеет добежать до одной из остановок, чтобы сесть на него. С какой минимальной скоростью она должна бегать? $AB=l=300$ м, скорость автобуса равна $V_A=52$ км/ч. Примечание: когда на остановке В нет людей, автобус может проехать мимо, не останавливаясь.

Возможное решение



Через небольшое время после выхода с остановки В Л может с легкостью на нее успеть, если увидит автобус. В процессе движения Л доходит до некоторой точки D1, начиная с которой она может добежать до остановки А, если увидит автобус. Также

можно выбрать точку D2, после прохода которой, Л уже не успеет добежать до остановки В. По условию задачи отрезки В-D2 и D1-A пересекаются, т.к. есть область, откуда Л может добежать до любой из двух остановок, если увидит автобус. (+1 балл)

В частности, это означает, что точка D2 лежит правее D1. (+1 балл)

Чем больше скорость, с которой Л может бегать, тем больше расстояние между D1 и D2. По мере уменьшения скорости Л, точки D1 и D2 сближаются, и при некоторой скорости U совпадают. Скорость U является минимально возможной скоростью Л, бегая с которой она гарантированно попадет на автобус. Действительно, если скорость Л меньше U, то точка D2 будет левее D1 и между ними будет отрезок, из которого Л не успеет ни на одну из остановок. Итак, рассмотрим точку $D=D1=D2$. Понятно, что если бежать (со скоростью U) из нее на остановку В или А, то на любой из этих остановок Л окажется одновременно с автобусом. (+1 балл)

Введем величину X, как расстояние ВD. Тогда из условий, что время движения Л по отрезку DB равно времени движения автобуса по отрезку CB, и то что время движения Л по отрезку DA равно времени движения автобуса по отрезку CA можно записать: $\frac{X}{U} = \frac{L-l}{v_A}$, а $\frac{l-X}{U} = \frac{L}{v_A}$ (+5 баллов)

Приведенная система уравнений решает задачу. Можно сложить левые и правые части уравнений и получить, что $\frac{l}{U} = \frac{2L-l}{v_A}$ (+1 балл).

Ответ: минимальная скорость Л – $U = \frac{l}{2L-l} v_A = 12$ км/ч (+1 балл)

Максимум за задачу – 10 баллов.

Всего за работу – 40 баллов.

Всякое полностью правильное решение оценивается в 10 баллов вне зависимости от выбранного участником способа решения! В случае если решение какой-либо задачи отличается от авторского, эксперт (учитель) сам составляет критерии оценивания в зависимости от степени и правильности решения задачи. При этом не допускается снижение баллов за плохой почерк, решение, отличное от авторского и т.д. При правильном решении, содержащем арифметическую ошибку (в том числе ошибку при переводе единиц измерения), оценка снижается на 1 балл.