Решения и критерии оценивания

Задача 1 (10 баллов)

Профессор Глюк вылетел в соседнюю страну на конференцию. Согласно посадочным талонам он вылетел из родного города в 14:42, а приземлился в 17:47. После завершения конференции он вернулся на самолете, вылетавшем в 18:15 и приземлившемся в родном городе в 19:25. (Везде указано местное время! Самолет находится в воздухе меньше 12 часов. Разница в часовых поясах кратна одному часу) При обоих полётах из-за долгого руления по аэропорту самолёт взлетает на 15 минут позже времени, указанного в посадочном талоне. Приземляется же он согласно расписанию. Путь, который преодолевает самолёт, одинаков при полёте туда и обратно и составляет L=1227 км. Из-за особенностей движения воздушных масс над Землёй время в пути в один конец отличается от времени движения в обратном направлении, однако известно, что разность времён составляет менее, чем один час. Найдите среднюю скорость, с которой самолёт летел обратно. Ответ выразите в км/ч, округлив до целых.

Возможное решение

Обозначим за t_1 и t_2 – времена, затрачиваемые самолетом на полет, t – на рулежку, T – разница часовых поясов, а T_1 и T_2 – разницу показаний часов.

Тогда $\mathrm{T}_1 = \mathrm{t}_1 + \mathrm{t} + \mathrm{T} = 185$ мин., а $\mathrm{T}_2 = \mathrm{t}_2 + \mathrm{t} - \mathrm{T} = 70$ мин. (+2 балла).

Вычитая из первого уравнения второе получаем, что $\mathrm{T}_1 - \mathrm{T}_2 = \mathrm{t}_1 - \mathrm{t}_2 + 2\mathrm{T} = 115$ мин. Откуда $\mathrm{T} = \frac{1}{2}(115\text{ мин.} - (\mathrm{t}_1 - \mathrm{t}_2))$ (+2 балла)

Так как $|\mathrm{t}_1 - \mathrm{t}_2| < 60$ мин., то $\mathrm{T}_{MAX} = \frac{1}{2}(115 + 60) = 87{,}5$ мин.,

а $\mathrm{T}_{MIN} = \frac{1}{2}(115 - 60) = 27{,}5$ мин. (+2 балла)

Учитывая кратность T одному часу получаем, что T=60 мин. (+1 балл)

Выражая время обратного полета t_2, как $\mathrm{t}_2 = \mathrm{T}_2 - \mathrm{t} + \mathrm{T}$, получаем,
что $\mathrm{t}_2 = 115$ мин. (+1 балл)

Таким образом, средняя скорость полета обратно равна: $\upsilon_{\text{ср}} = \frac{L}{t_2} \approx 640$ км/ч. (+2 балла)

Максимум за задачу – 10 баллов.

Задача 2 (10 баллов)

В теплоизолированный сосуд с жидкостью погружают нагретый кубик. При этом установившаяся температура жидкости больше первоначальной на 7 ^{0}C. Затем в сосуд добавляют еще один такой же кубик, не вынимая первый, и температура жидкости повышается еще на 6 ^{0}C. Как изменится температура в сосуде, если в него поместить третий такой же кубик? Жидкость из сосуда не выливается.

Возможное решение

Обозначим за $t_{\text{Ж}}$ – начальную температуру жидкости, $C_{\text{Ж}}$ – её теплоёмкость, а $t_{\text{К}}$ и $C_{\text{К}}$ – начальную температуру и теплоёмкость кубика. Так же: $\Delta t_1 = 7\,^0\text{C}$, $\Delta t_2 = 6\,^0\text{C}$ и Δt_3 – соответствующие изменения температуры системы после погружений кубиков.

Запишем уравнения теплового баланса. Так как $Q_{\text{ПОЛ}} = |Q_{\text{ОТД}}|$:

$C_{\text{Ж}} \cdot \Delta t_1 = C_{\text{К}} \cdot (t_{\text{К}} - (t_{\text{Ж}} + \Delta t_1))$, и равновесная температура системы после погружения первого кубика: $t_1 = t_{\text{Ж}} + \Delta t_1$ (1)

$(C_{\text{Ж}} + C_{\text{К}}) \cdot \Delta t_2 = C_{\text{К}} \cdot (t_{\text{К}} - (t_{\text{Ж}} + \Delta t_1 + \Delta t_2))$, и равновесная температура системы после погружения второго кубика: $t_2 = t_{\text{Ж}} + \Delta t_1 + \Delta t_2$ (2)

$(C_{\text{Ж}} + 2C_{\text{К}}) \cdot \Delta t_3 = C_{\text{К}} \cdot (t_{\text{К}} - (t_{\text{Ж}} + \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3))$, и равновесная температура системы после погружения второго кубика: $t_2 = t_{\text{Ж}} + \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3$ (3)

Если обозначить $t_К - (t_Ж + \Delta t_1)$, как $\Delta t_{К1}$, и сгруппировать по теплоёмкостям, то уравнения 1,2 и 3 примут вид

$C_Ж \cdot \Delta t_1 = С_К \cdot \Delta t_{К1},$ (1)*

$(C_Ж + С_К) \cdot \Delta t_2 = С_К \cdot (\Delta t_{К1} - \Delta t_2) \rightarrow C_Ж \cdot \Delta t_2 = С_К \cdot (\Delta t_{К1} - 2\Delta t_2),$ (2)*

$(C_Ж + 2С_К) \cdot \Delta t_3 = С_К \cdot (\Delta t_{К1} - \Delta t_2 - \Delta t_3) \rightarrow C_Ж \cdot \Delta t_3 = С_К \cdot (\Delta t_{К1} - \Delta t_2 - 3\Delta t_3),$ (3)*

Если разделить уравнение (2)* на уравнение (1)*, можно выразить $\Delta t_{К1} = \frac{2\Delta t_1 \Delta t_2}{\Delta t_1 - \Delta t_2}$

Разделив уравнение (3)* на (1)*, получим $\frac{\Delta t_3}{\Delta t_1} = 1 - \frac{\Delta t_2}{\Delta t_{К1}} - \frac{3\Delta t_3}{\Delta t_{К1}}$. Выразив Δt_3 и подставляя значение $\Delta t_{К1}$, окончательно имеем: $\Delta t_3 = \frac{(\Delta t_1 + \Delta t_2)\Delta t_2}{3\Delta t_1 - \Delta t_2} = 5{,}2\ ^0$ С.

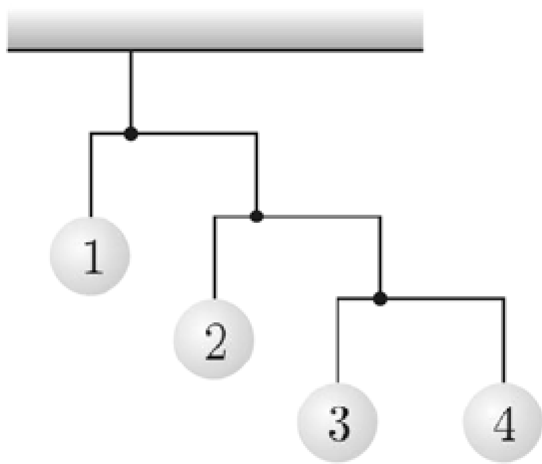
Критерии оценивания

Правильно составлено уравнение теплового баланса после погружения первого кубика	**2 балла**
Правильно составлено уравнение теплового баланса после погружения второго кубика	**2 балла**
Правильно составлено уравнение теплового баланса после погружения третьего кубика	**2 балла**
Получено выражение для зависимости изменения температуры Δt_3 в третьем случае (правильно решена система уравнений)	**3 балла**
Получен правильный числовой ответ	**1 балл**

Максимум за задачу – 10 баллов.

Задача 3 (10 баллов)

Профессор Глюк решил сделать гирлянду для своего племянника. Для этого он взял нитку, несколько одинаковых кусков проволоки и четыре разные игрушки сферической формы. Какой массы надо подобрать игрушки, чтобы система была в равновесии, если масса первой игрушки равна 192 г. Все куски проволоки подвешены так, что расстояние от левого края до точки подвеса равно четверти длины самого куска. Массами нитей и проволок по сравнению с массами игрушек можно пренебречь.



Возможное решение

Запишем условие равновесия для самой нижней проволоки: $m_3 g \frac{l}{4} = m_4 g \frac{3l}{4}$, где m_3 и m_4 – массы соответствующих игрушек, l – длина проволоки. Отсюда $m_3 = 3m_4$. Если обозначить $m_4 = m$, то $m_3 = 3m$.

Условие равновесия для соедней проволоки запишется в виде: $m_2 g \frac{l}{4} = (m_3 + m_4) g \frac{3l}{4} = 4mg \frac{3l}{4}$. Откуда $m_2 = 12m$.

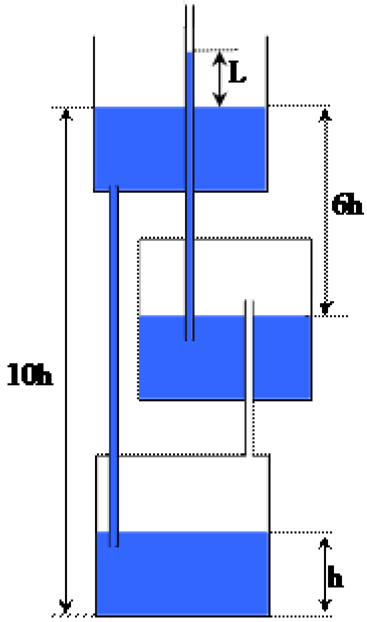
Условие равновесия для верхней проволоки: $m_1 g \frac{l}{4} = (m_2 + m_3 + m_4) g \frac{3l}{4} = 16mg \frac{3l}{4}$. Откуда $m_1 = 48m$, или $m = \frac{m_1}{48} = \frac{192}{48} = 4$ г. Тогда $m_2 = 48$ г, $m_3 = 12$ г, а $m_4 = 4$ г.

Критерии оценивания

Записано условие равновесия для нижней проволоки	**2 балла**
Записано условие равновесия для средней проволоки	**2 балла**
Записано условие равновесия для верхней проволоки	**2 балла**

Правильно решена система уравнений и установлено соотношение между массами **3 балла**
Получен численный ответ **1 балл**
Максимум за задание – 10 баллов.

Задача 4 (10 баллов)



Три сосуда сообщаются трубками и частично заполнены жидкостью, имеющей плотность ρ=900 кг/м^3. Верхний сосуд и верхняя трубка открыты в атмосферу. Жидкость по трубкам не перетекает. Определите высоту столба жидкости L в верхней трубке, если h=8 см. Атмосферное давление p_0=101кПа.

Возможное решение
Давление $p_{\text{Н}}$ на дно нижнего сосуда равно: $p_{\text{Н}} = p_0 + \rho g 10h$. Так как давление газа в соединённых трубкой среднем и нижнем сосудах мало меняется по сравнению с атмосферным и гидростатическим, его можно считать постоянным и равным давлению на поверхности жидкости в нижнем сосуде (аналогично – равно давлению на поверхности жидкости в среднем сосуде): $p_{\text{Г}} = p_0 + \rho g 10h - \rho g h = p_0 + \rho g 9h$. Давление на поверхности жидкости в верхней трубке равно атмосферному p_0 и при этом на величину $\rho g L + \rho g 6h$ меньше давления на поверхности жидкости в среднем сосуде $p_{\text{Г}}$: $p_0 = p_{\text{Г}} - (\rho g L + \rho g 6h)$. Подставляя значение $p_{\text{Г}}$, получим, что $L = 3h = 24$ см.

Критерии оценивания
Найдено давление газа в нижнем и среднем сосудах **4 балла**
Найдена связь между давлением на поверхности жидкости в верхней трубке и давлением газа в среднем сосуде **4 балла**
Правильно выражено и рассчитано числовое значение L **2 балла**
Максимум за задание – 10 баллов.

Всего за работу – 40 баллов.

Всякое полностью правильное решение *оценивается в 10 баллов вне зависимости от выбранного участником способа решения! В случае если решение какой-либо задачи отличается от авторского, эксперт (учитель) сам составляет критерии оценивания в зависимости от степени и правильности решения задачи. При этом не допускается снижение баллов за плохой почерк, решение, отличное от авторского и т.д. При правильном решении, содержащем арифметическую ошибку (в том числе ошибку при переводе единиц измерения), оценка снижается на 1 балл.*