Ключи ответов

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 10. В исключительных случаях допускаются оценки, кратные 0,5 балла.
Проверка работ осуществляется Жюри олимпиады согласно стандартной методике оценивания решений:

Баллы	*Правильность (ошибочность) решения*
10	*Полное верное решение*
8-9	*Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение*
6-7	*Решение в целом верное, однако, содержит существенные ошибки (не физические, а математические)*
5-6	*Найдено решение одного из двух возможных случаев*
3-4	*Есть понимание физики явления, но не найдено одно из необходимых для решения уравнений, в результате полученная система уравнений не полна и невозможно найти решение*
1-2	*Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении)*
0	*Решение неверное, или отсутствует*

Задача 1

Металлический шарик свободно падает с некоторой высоты. Как отличаются средние скорости шарика на протяжении первой и второй половин полета? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение:

Решение

Обозначим через t время первой и второй половин полета. Поскольку шарик свободно падает с некоторой высоты (без учета сопротивления воздуха), то, очевидно, у него имеется ускорение, обозначим его через a. Тогда путь l_1, пройденный шариком в течение первой половины времени полета, равен

$$l_1 = \frac{at^2}{2};$$

здесь мы учли, что начальная скорость шарика равна нулю.

Средняя скорость $\langle v_1 \rangle$ шарика на протяжении первой половины времени полета запишется в виде выражения:

$$\langle v_1 \rangle = \frac{l_1}{t} = \frac{at}{2}.$$

Длина пути l_2, пройденная шариком в течение второй половины времени полета, равна разности всего пути l и пути l_1, пройденного шариком в течение первой половины времени полета:

$$l_2 = l - l_1 = \frac{a(2t)^2}{2} - \frac{at^2}{2} = \frac{3at^2}{2}.$$

Тогда средняя скорость $\langle v_2 \rangle$ шарика на протяжении второй половины времени полета запишется в виде выражения:

$$\langle v_2 \rangle = \frac{l_2}{t} = \frac{3at}{2}.$$

Сравнивая выражения для $\langle v_1 \rangle$ и $\langle v_2 \rangle$, мы видим, что средняя скорость шарика на протяжении первой половины времени полета в три раза меньше его средней скорости на протяжении второй половины времени полета:

$$\frac{\langle v_2 \rangle}{\langle v_1 \rangle} = \frac{\frac{3}{2}at^2}{\frac{1}{2}at^2} = 3.$$

Ответ: $\frac{\langle v_2 \rangle}{\langle v_1 \rangle} = 3$, то есть средняя скорость шарика на протяжении первой половины времени полета в три раза меньше его средней скорости на протяжении второй половины времени полета.

Задача 2

Стеклянная трубка постоянного сечения с двумя коленами перемещается вправо с ускорением 0,2 м/с^2 (рис. 44). Длина горизонтального участка трубки 25см**.** В трубке находится жидкость. Определите разность уровней жидкости в трубке.

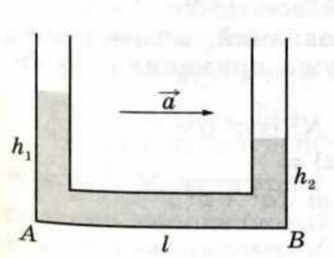


Рис. 44

Решение:

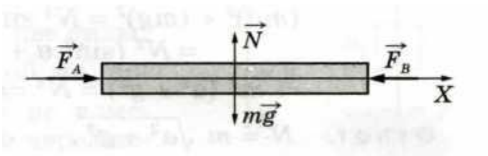


Рис. 45

Применим второй закон Ньютона к жидкости, находящейся в горизонтальном участке трубки (рис. 45).

Ее масса $m = lSp$, где S — площадь сечения трубки; p — плотность жидкости.

В точке A на жидкость действует горизонтальная сила, равная произведению давления на площадь S.

Давление складывается из атмосферного давления и давления столба жидкости высотой h_1:

$$F_A = (p_0 + \rho g h_1)\, S,$$

где p_0 — атмосферное давление.

В точке B действует аналогичная горизонтальная сила, но она направлена влево:

$$F_B = (p_0 + \rho g h_2)\, S.$$

Кроме этих сил, на жидкость действуют также сила тяжести mg и сила реакции опоры N:

$$m\vec{a} = \vec{F}_A + \vec{F}_B + m\vec{g} + \vec{N}.$$

Ось X направляем вправо. На ось Y проецировать не будем.

Проецируем на ось X:

$$ma = F_A - F_B.$$

Подставляем значения массы и сил:

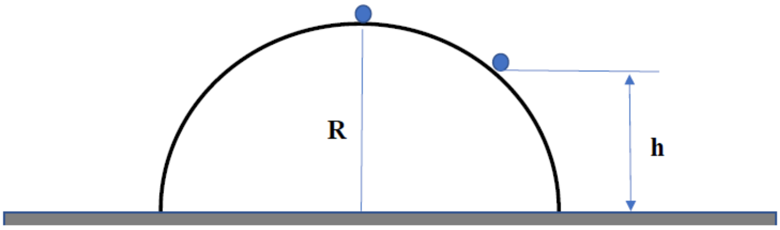
$$lS\rho a = (p_0 + \rho g h_1)\, S - (p_0 + \rho g h_2)\, S \Rightarrow$$
$$\Rightarrow lS\rho a = p_0 S + \rho g h_1 S - p_0 S - \rho g h_2 S \Rightarrow$$
$$\Rightarrow lS\rho a = \rho g S\,(h_1 - h_2) \Rightarrow \Delta h = h_1 - h_2 = \frac{la}{g}.$$

Δh = 0.25*0.2/10 = 0.005м = 5 мм

Ответ: 5 мм.

Задача 3

Маленький шарик скатывается с полусферы радиусом 12 см. На какой высоте он оторвется от полусферы?



Решение:

Пусть шарик отрывается от полусферы в точке *2*. Значит, в этой точке исчезает реакция опоры и остается только сила тяжести mg.

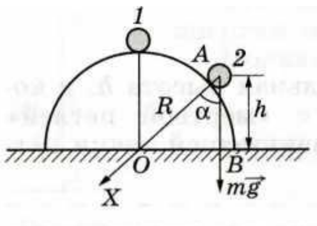


Рис. 62

Второй закон имеет вид $m\vec{a} = m\vec{g}$.

Ось X, при вращательном движении, направляем к центру траектории и проецируем уравнение на эту ось:

$$m\frac{v^2}{R} = mg\cos\alpha.$$

Из треугольника OAB

$$\cos\alpha = \frac{h}{R};$$

$$\frac{mv^2}{R} = mg\frac{h}{R} \Rightarrow v^2 = gh.$$

Из закона сохранения механической энергии

$$mgR = mgh + \frac{mv^2}{2} \Rightarrow 2Rg = 2gh + v^2.$$

Решаем совместно два уравнения:

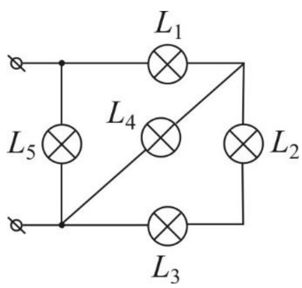
$$\begin{cases} v^2 = gh \\ 2Rg = 2gh + v^2 \end{cases} \Rightarrow 2Rg = 2gh + gh \Rightarrow h = \frac{2}{3}R.$$

h = 0.08 м = 8 см

Ответ: 8 см.

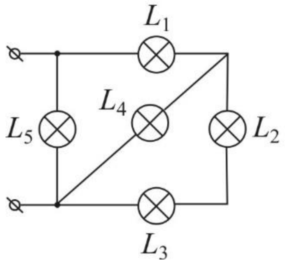
Задача 4

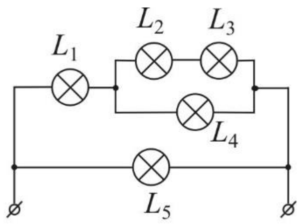
Схема, приведенная на рисунке, содержит и пять одинаковых лампочек. Схема подключена к источнику постоянного напряжения. Расположите лампочки в порядке возрастания яркости. Ответы обоснуйте.



Решение:

Рассмотрим первый вопрос. Исходная схема (рис.1) эквивалентна схеме, изображенной на рис.2.





Ток через лампочку L_5 максимален, так как она подключена непосредственно к источнику питания. Лампочка L_5 горит ярче всех. Ток через L_1 разветвляется: $I_1 = I_2 + I_4$ (нумерация токов соответствует нумерации лампочек). Поэтому лампочка L_1 горит ярче, чем лампочки L_2, L_3 и L_4.
В свою очередь $I_4 > I_2$, так как в нижней ветви сопротивление меньше, а напряжения должны быть одинаковы, поэтому L_4 горит ярче, чем L_2 и L_3.
Итого: ярче всех горит L_5, затем L_1, затем L_4, и наименее ярко горят L_2 и L_3.

Задача 5
В вашем распоряжении сосуд с водой, тонкая стеклянная палочка, нитка и линейка. Как с помощью этих предметов определить плотность стекла? Плотность воды считать известной.

Решение:
Привяжем нитку недалеко от середины палочки (в точке О) (рис. 35). Расстояние l_2 между ниткой и серединой палочки измеряем. Если повесить палочку в воздухе, она займет вертикальное положение, так как тяжелая часть перевесит легкую. Но если тяжелую часть опустить в воду, при некотором угле наклона в результате действия архимедовой силы наступит равновесие. Нужно измерить линейкой длину мокрой части l_1 в этом положении и длину всей палочки l. Этих данных достаточно для расчета плотности палочки.

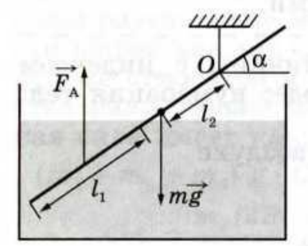


Рис. 35

Сделаем эти расчеты. Обозначим через S площадь сечения палочки. Тогда объем погруженной части V= Sl_1, а объем всей палочки $V = Sl$. Соответственно сила Архимеда и сила тяжести $F_A = pSl_1g$; $mg = pSlg$. Рассматриваем сумму моментов сил относительно точки O.
Плечо силы Архимеда

$$h_1 = \left(l_2 + \frac{l}{2} - \frac{l_1}{2}\right)\cos\alpha = \frac{2l_2 + l - l_1}{2}\cos\alpha.$$

Плечо силы тяжести $h = l_2 \cos a$.
На основании уравнения равновесия находим: $F_A h_1 - mgh = 0$;

$$g\rho_0 S l_1 \frac{2l_2 + l - l_1}{2}\cos\alpha - g\rho S l l_2 \cos\alpha = 0.$$

Отсюда

$$\rho = \rho_0 \frac{l_1(2l_2 + l - l_1)}{2ll_2}.$$