Ответы и решения

к задачам муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников
по физике в 2019/2020 учебном году

11 класс

1. (10 баллов) Тело, брошенное под углом к горизонту, находилось в полете время T и упало на расстоянии L от точки броска. Считая, что угол между начальной скоростью и горизонтом больше 45°, найти момент времени, когда разность вертикального и горизонтального удалений тела от точки броска достигает максимума. Ускорение свободного падения равно g.

Ответ: Максимум разности удалений достигается в момент $t_{\max} = \frac{T}{2} - \frac{L}{gT}$.

Решение: Вертикальное удаление тела от точки броска, равное высоте подъема тела над землей, зависит от времени как

$$h(t) = V_0 \sin\alpha\, t - \frac{gt^2}{2},$$

где V_0 – начальная скорость тела и α - угол, под которым бросили тело. Горизонтальное удаление тела изменяется со временем как

$$\ell(t) = V_0 \cos\alpha\, t.$$

Зависимость от времени разности удалений является квадратичной функцией:

$$h(t) - \ell(t) = V_0(\sin\alpha - \cos\alpha)t - \frac{gt^2}{2},$$

график этой функции представляет собой параболу с максимумом в точке

$$t_{\max} = \frac{V_0(\sin\alpha - \cos\alpha)}{g}.$$

Используя формулы для времени и дальности полета

$$T = \frac{2V_0 \sin\alpha}{g}, \quad L = \frac{2V_0^2 \sin\alpha\cos\alpha}{g} = V_0\cos\alpha\, T,$$

выражаем $t_{\max}$ через данные задачи:

$$t_{\max} = \frac{T}{2} - \frac{L}{gT}.$$

Разбалловка: Записана зависимость от времени высоты подъема тела – 1 балл.
Записана зависимость от времени горизонтального удаления – 1 балл.
Записано выражение для разности удалений – 1 балл.
Найдено выражение для $t_{\max}$ через V_0 и α – 3 балла.
Записано выражение для времени полета T – 1 балл.
Записано выражение для дальности полета L – 1 балл.
Получен ответ для $t_{\max}$ через данные задачи – 2 балла.

2. (10 баллов) Брусок массы $2m$ положили на наклонную грань расположенного на горизонтальном столе клина массы m с углом 30° при основании. Трение между клином и столом отсутствует. Найти коэффициент трения между бруском и наклонной гранью клина, если действующая между ними сила трения оказалась равной $mg/2$.

Ответ: Коэффициент трения равен $\sqrt{3}/5 \approx 0{,}35$.

Решение: Прежде всего отметим, что при заданном значении силы трения тела не могут находиться в покое. Действительно, действующая на брусок сила тяжести имеет компоненту вдоль наклонной грани клина $2mg\sin 30° = mg$, которая превышает силу трения $F_{тр} = mg/2$. Следовательно, брусок будет соскальзывать с клина, при этом клин будет двигаться горизонтально.

Расставим действующие на брусок и клин силы (см. рис., действующая на клин сила тяжести и сила реакции со стороны стола опущены, чтобы не загромождать чертеж). Направим ось x перпендикулярно наклонной грани клина и запишем II закон Ньютона для бруска в проекции на эту ось в виде

$$2ma_{1x} = 2mg\frac{\sqrt{3}}{2} - N,$$

где N – сила нормальной реакции клина. Учитывая, что ускорение клина направлено горизонтально вправо, запишем II закон Ньютона для клина в проекции на горизонтальную ось в виде

$$ma_2 = \frac{N}{2} - mg\frac{\sqrt{3}}{4}.$$

$F_{тр} = mg/2$ a_2

Записывая далее кинематическую связь (равенство ускорений клина и бруска в проекции на перпендикулярное к наклонной грани клина направление)

$$a_{1x} = \frac{a_2}{2},$$

находим из системы трех записанных уравнений силу реакции клина

$$N = \frac{5\sqrt{3}}{6}mg.$$

Из формулы для силы трения скольжения $F_{тр} = \mu N$ выражаем коэффициент трения в виде

$$\mu = \frac{F_{тр}}{N}$$

и, подставив в это выражение найденную силу N и $F_{тр} = mg/2$, окончательно получаем

$$\mu = \sqrt{3}/5 \approx 0{,}35.$$

Разбалловка: Расставлены векторы сил – 1 балл.
Понято, что тела будут двигаться – 1 балл.
Записан II закон Ньютона для бруска в проекции на нормаль к наклонной грани клина – 1 балл.
Записан II закон Ньютона для клина в проекции на горизонталь – 1 балл.
Записана кинематическая связь – 2 балла.
Найдена сила N - 2 балла.
Записана формула $\mu = \frac{F_{тр}}{N}$ – 1 балл.
Найден коэффициент трения – 1 балл.

3. (10 баллов) Цилиндрический сосуд разделен на две неравные части легким поршнем, который может скользить по стенкам сосуда без трения. В частях сосуда находятся равные количества одноатомного идеального газа. Сосуд теплоизолирован, поршень проводит тепло. В результате установления в сосуде термодинамического равновесия объем меньшей части увеличился в полтора раза. Найти отношение прошедшего через поршень количества теплоты к внутренней энергии газа в сосуде. Теплоемкостью поршня и стенок сосуда пренебречь.

Ответ: Отношение равно 5/18.

Решение: Обозначим начальные температуры в частях сосуда через T_1 и T_2 (считая $T_1 > T_2$), а конечную температуру в сосуде через $T_к$. Поскольку сосуд теплоизолирован и работа извне над газом не совершается, то внутренняя энергия газа остается постоянной, что позволяет записать уравнение

$$\Delta U_1 + \Delta U_2 = \frac{3}{2}\nu R(T_к - T_1) + \frac{3}{2}\nu R(T_к - T_2) = 0,$$

где $\Delta U_{1,2}$ – изменения внутренней энергии газа в частях сосуда, ν - число молей газа в каждой части сосуда, R – молярная газовая постоянная. Из записанного соотношения находим

$$T_к = \frac{T_1 + T_2}{2}.$$

Покажем далее, что давление газа в сосуде остается постоянным. Запишем уравнение Клапейрона-Менделеева для газа в каждой части сосуда в начальном

$$pV_1 = \nu RT_1, \quad pV_2 = \nu RT_2$$

и конечном

$$p'V_1' = \nu RT_к, \quad p'V_2' = \nu RT_к$$

состояниях. Здесь учтено, что давление газа в одной части сосуда все время остается равным давлению в другой части для обеспечения механического равновесия поршня. Складывая попарно записанные соотношения, получаем

$$pV_0 = \nu R(T_1 + T_2), \quad p'V_0 = \nu RT_к,$$

где введен полный объем сосуда $V_0 = V_1 + V_2 = V_1' + V_2'$. Сопоставляя полученные соотношения, находим, что

$$p' = p.$$

Таким образом, газ в каждой части сосуда совершает изобарный процесс.

Учитывая, что теплоемкость одноатомного газа в изобарном процессе равна $\frac{5}{2}\nu R$, можно записать количество теплоты, переданное через поршень от газа в 1-й части газу во 2-й части, как

$$Q = \frac{5}{2}\nu R(T_к - T_2) = \frac{5}{2}\nu R\frac{T_1 - T_2}{2}.$$

Поскольку внутренняя энергия газа в сосуде равна

$$U_1 + U_2 = \frac{3}{2}\nu R(T_1 + T_2),$$

то искомое отношение можно записать в виде

$$\frac{Q}{U_1 + U_2} = \frac{5(T_1 - T_2)}{6(T_1 + T_2)}.$$

Из условия, что объем меньшей (2-й) части увеличился (при постоянном давлении) в 1,5 раза, следует, что $T_к = 1{,}5T_2$. Учитывая полученное выше соотношение $T_к = 0{,}5(T_1 + T_2)$, находим, что $T_1 = 2T_2$. Подставляя эту формулу в отношение $Q/(U_1 + U_2)$, окончательно получаем

$$\frac{Q}{U_1 + U_2} = \frac{5}{18}.$$

Разбалловка: Выражена конечная температура через начальные – 2 балла.
Понято, что давление газа по обе стороны поршня одинаково – 1 балл.
Доказано, что давление в сосуде не меняется – 2 балла.
Выражено количество переданной теплоты – 3 балла.
Записано выражение для полной внутренней энергии – 1 балл.
Получен ответ – 1 балл.

4. (10 баллов) Поле равномерно заряженной полусферы с поверхностной плотностью заряда σ равно E_0 в точке 1, лежащей на оси симметрии вблизи поверхности полусферы (см. рис.). Чему равны поля, создаваемые полусферой в точках 2 и 3, расположенных на оси симметрии вблизи точки 1 (точка 2) и на расстоянии диаметра от точки 1 (точка 3)?

Ответ: В точках 2 и 3 полусфера создает равные по величине поля $E_2 = E_3 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} - E_0$, где ε_0 – электрическая постоянная.

Решение: Если данную полусферу дополнить до сферы, добавив вторую полусферу (указана пунктиром на рис.), заряженную с той же поверхностной плотностью заряда σ, то поле в точке 2 станет равным нулю (поле внутри равномерно заряженной сферы отсутствует), а поле в точке 1 станет равным $\frac{\sigma 4\pi R^2}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ (поле равномерно заряженной сферы совпадает с полем точечного заряда, помещенного в центр сферы и равного полному заряду сферы). Из обращения в нуль поля в точке 2 следует, что добавленная полусфера создает в этой точке поле, равное по величине, но противоположно направленное, искомому полю E_2 данной полусферы. Такое же поле добавленная полусфера создает, очевидно, и в близкой точке 1. Таким образом, для точки 1 получаем соотношение

$$E_0 + E_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

откуда и находим поле E_2:

$$E_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} - E_0.$$

Такое же поле, очевидно, создает данная полусфера в точке 3.

Разбалловка: Использована идея дополнения полусферы до сферы – 2 балла.
Понято, что добавочная полусфера создает равные поля в точках 1 и 2 – 2 балла.
Найдено поле в точке 2 – 3 балла.
Найдено поле в точке 3 – 3 балла.

5. (10 баллов) Подвешенный к потолку на пружине груз совершает колебания. Во сколько раз изменится амплитуда колебаний, если в момент прохождения грузом положения равновесия середину пружины закрепить?

Ответ: Амплитуда уменьшится в $\sqrt{2}$ раз.

Решение: При закреплении середины пружины положение равновесия груза останется прежним. Следовательно, скорость груза в момент закрепления останется максимальной и для колебаний груза на укороченной пружине. Максимальная скорость груза V_{max} связана с амплитудой колебаний A и частотой ω формулой $V_{max} = \omega A$, откуда $A = V_{max}/\omega$. Учитывая, что $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, где k – жесткость пружины, а m – масса груза, а также то, что жесткость пружины половинной длины вдвое больше жесткости исходной, приходим к выводу, что ω увеличивается в $\sqrt{2}$ раз, а амплитуда уменьшается в такое же число раз.

Разбалловка: Понято, что максимальная скорость груза не изменится в результате закрепления – 2 балла.
Использована формула $V_{max} = \omega A$ – 2 балла.
Использована формула $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ – 2 балла.
Понято, что жесткость пружины увеличится вдвое – 2 балла.
Получен ответ – 2 балла.