

## Задание для 11-ого класса

### 1. Точный бросок

**Точный бросок.** Маша через маленькую дырочку в заборе увидела своего одноклассника Васю, стоявшего на расстоянии  $L_1 = 3$  м напротив забора. Она отбежала от забора на расстояние  $L_2 = 2$  м, сняла с ноги валенок и бросила его со скоростью  $V_0 = 10$  м/с через забор, с надеждой попасть в Васю.

а) Какой угол бросания  $\alpha$  Маше подсказала ее женская интуиция, если Вася после этого неделю заикался?

б) При какой высоте забора  $H$  такое возможно?

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>,  $\sin 30^\circ = 0,5$ ,  $\sin 15^\circ = 0,27$ ,  $\sin 75^\circ = 0,97$ .

*Решение:*

а) Из формулы для дальности полета получаем:

$$(L_1 + L_2) = V_0^2 \sin(2\alpha) / g,$$

$$\sin(2\alpha) = g(L_1 + L_2) / V_0^2 = 1/2.$$

Поэтому возможны два следующих угла, для которых синус равен 1/2,

$$2\alpha_1 = 30^\circ, \alpha_1 = 15^\circ;$$

$$2\alpha_2 = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ, \alpha_2 = 75^\circ.$$

б) Из уравнения траектории движения получаем:

$$y = x \tan \alpha - gx^2 / (2V_0^2 \cos^2 \alpha),$$

$$H_{\max 1} = L_2 \tan \alpha_1 - gL_2^2 / (2V_0^2 \cos^2 \alpha_1) = 0,3 \text{ м},$$

$$H_{\max 2} = L_2 \tan \alpha_2 - gL_2^2 / (2V_0^2 \cos^2 \alpha_2) = 4,5 \text{ м}.$$

Здесь при численных расчетах использовано выражение косинуса угла  $\cos \alpha = (1 - \sin^2 \alpha)^{1/2}$  через известный синус. Первое решение физически не реально из-за очень малой высоты забора, так как невозможно в таком заборе смотреть через дырочку. Поэтому остается только второе решение.

*Ответ:* а)  $\alpha = 75^\circ$ ; б)  $H < 4,5$  м.

*Критерии оценивания:*

Шаги выполнения задания	Число баллов
Использование или получение формулы для дальности полета	2
Получение $\sin(2\alpha) = 1/2$	2
Решение последнего $\alpha_1 = 15^\circ, \alpha_2 = 75^\circ$	1
Использование или получение уравнения траектории полета	2
Получение $H_{\max 1} = 0,3$ м, $H_{\max 2} = 4,5$ м	2
Сравнение двух результатов и выбор одного реального а) $\alpha = 75^\circ$ ; б) $H < 4,5$ м.	1
<b>Сумма баллов:</b>	<b>10</b>

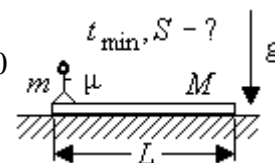
### 2. Бег по доске

**Бег по доске.** За какое минимальное время  $t_{\min}$  человек массой  $m = 80$  кг может пробежать по длинной доске массой 20 кг и длиной  $L = 10$  м, которая лежит на горизонтальной ледяной поверхности озера? На какое расстояние  $S$  при этом успеет передвинуться доска?

Коэффициент трения между подошвами человека и доской  $\mu = 0,1$ ,

трением между доской и ледяной поверхностью можно пренебречь, ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

*Решение:*



**Второй (муниципальный) этап Всероссийской олимпиады школьников по физике  
Ханты-Мансийский автономный округ – Югра  
2019-2020 учебный год**

Для минимального времени движения человека необходимо, чтобы со стороны доски на него действовала максимальная сила трения скольжения  $F_{\text{тр}} = \mu mg$ , направленная вправо. При этом в соответствии с третьим законом Ньютона на доску действует такая же по величине сила, но направленная в противоположную сторону (влево). Под действием этих сил человек будет ускоряться вправо, а доска влево с соответствующими ускорениями

$$a = F_{\text{тр}}/m = \mu g,$$

$$A = -F_{\text{тр}}/M = -\mu mg/M.$$

При этом их относительное ускорение равно

$$a_{\text{от}} = a - A = \mu g(m + M)/M.$$

Тогда в соответствии с кинематикой равноускоренного движения находим необходимое время и перемещение доски:

$$L = a_{\text{от}} t_{\text{min}}^2 / 2,$$

$$t_{\text{min}} = (2L/a_{\text{от}})^{1/2} = \{2ML/[\mu g(m + M)]\}^{1/2} = 2 \text{ с},$$

$$S = At_{\text{min}}^2 / 2 = -mL/(m + M) = -8 \text{ м}.$$

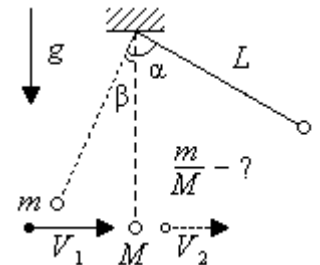
*Ответ:*  $t_{\text{min}} = \{2ML/[\mu g(m + M)]\}^{1/2} = 2 \text{ с}, S = mL/(m + M) = -8 \text{ м}.$

*Критерии оценивания:*

Шаги выполнения задания	Число баллов
Учет третьего закона Ньютона и выражение для силы трения	2
Запись второго закона Ньютона для человека	2
Запись второго закона Ньютона для доски	2
Рассмотрение кинематики относительного движения и получение $t_{\text{min}}$	2
Рассмотрение кинематики движения доски и получение $S$	2
<b>Сумма баллов:</b>	<b>10</b>

### 3. Стрельба по летящему шару

**Стрельба по летящему шару.** Нить длиной  $L = 90 \text{ см}$  с подвешенным шаром отклоняют от вертикального положения на угол  $\alpha = 60^\circ$  и отпускают без начальной скорости. В момент прохождения шаром нижнего положения в него со скоростью  $V_1 = 300 \text{ м/с}$  попадает горизонтально летящая навстречу пули. После попадания в шар пули она пробивает его и вылетает в горизонтальном направлении со скоростью  $V_2 = 200 \text{ м/с}$ , а нить с шаром, продолжая после столкновения двигаться в прежнем направлении, отклоняется на угол  $\beta = 39^\circ$ . Найдите отношение масс пули и шара  $m/M$ . Размеры пули и шара считайте малыми, сопротивлением воздуха можно пренебречь, ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ ,  $\cos 39^\circ \approx 7/9$ ,  $\cos 60^\circ = 1/2$ .



*Решение:*

Пусть  $V$  и  $V'$  - скорость шара в нижней точке до и после попадания пули соответственно. Тогда закон сохранения энергии для шара до и после попадания пули, а также закон сохранения импульса для всей механической системы записывается в следующем виде:

$$MgL(1 - \cos \alpha) = MV^2/2,$$

$$MgL(1 - \cos \beta) = MV'^2/2,$$

$$mV_1 - MV = mV_2 - MV'.$$

Из решения системы этих трех уравнений получаем

$$V = [2gL(1 - \cos \alpha)]^{1/2},$$

$$V' = [2gL(1 - \cos \beta)]^{1/2},$$

$$m/M = (V - V')/(V_1 - V_2) = (2gL)^{1/2}[(1 - \cos \alpha)^{1/2} - (1 - \cos \beta)^{1/2}]/(V_1 - V_2) = 0,01.$$

*Ответ:*  $m/M = (2gL)^{1/2}[(1 - \cos \alpha)^{1/2} - (1 - \cos \beta)^{1/2}]/(V_1 - V_2) = 0,01.$

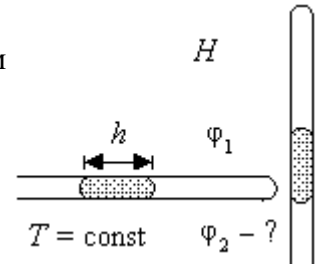
**Второй (муниципальный) этап Всероссийской олимпиады школьников по физике  
Ханты-Мансийский автономный округ – Югра  
2019-2020 учебный год**

*Критерии оценивания:*

Шаги выполнения задания	Число баллов
Запись закона сохранения энергии до столкновения	2
Запись закона сохранения энергии после столкновения	2
Запись закона сохранения импульса	3
Решение системы уравнений и получение $m/M$	3
<b>Сумма баллов:</b>	<b>10</b>

#### 4. Влажность воздуха в пробирке

**Влажность воздуха в пробирке.** В горизонтально расположенной тонкой пробирке столбиком ртути длиной  $h = 76$  мм "зажат" воздух с относительной влажностью  $\varphi_1 = 0,80 = 80\%$ . Какова будет относительная влажность воздуха  $\varphi_2$  в пробирке, если ее повернуть в вертикальное положение открытым концом вниз? Атмосферное давление равно  $H = 760$  мм рт. ст., температура остается постоянной.



*Решение:*

Пусть  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  и  $\rho_n$  - плотность водяных паров до и после поворота пробирки и плотность насыщенных паров воды при заданной температуре воздуха;  $V_1$  и  $V_2$  - объем воздуха в пробирке до и после ее поворота соответственно. Тогда

$$\varphi_1 = \rho_1 / \rho_n,$$

$$\varphi_2 = \rho_2 / \rho_n.$$

Отсюда после исключения  $\rho_n$  получаем

$$\varphi_2 = \varphi_1 V_1 / V_2.$$

Учтем, что из условия равновесия столбика ртути следует, что давление газа в пробирке до и после ее поворота соответственно равно

$$P_1 = \rho g H,$$

$$P_2 = \rho g (H - h),$$

где  $\rho$  - плотность ртути,  $g$  - ускорение свободного падения. Поэтому при постоянной температуре, как это следует из закона Бойля-Мариотта, для всего газа в пробирке выполняется условие

$$V_1 / V_2 = P_2 / P_1 = (H - h) / H.$$

Тогда

$$\varphi_2 = \varphi_1 (H - h) / H = 0,72 = 72\%.$$

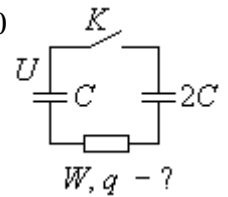
*Ответ:*  $\varphi_2 = \varphi_1 (H - h) / H = 0,72 = 72\%$ .

*Критерии оценивания:*

Шаги выполнения задания	Число баллов
Запись 1-ого и 2-ого уравнения	1
Вывод о том, что $\varphi_2 = \varphi_1 V_1 / V_2$	3
Запись формулы $P_1 = \rho g H$	1
Запись формулы $P_2 = \rho g (H - h)$	2
Закон Бойля-Мариотта и вывод $V_1 / V_2 = P_2 / P_1 = (H - h) / H$ .	2
Получение ответа	1
<b>Сумма баллов:</b>	<b>10</b>

### 5. Зарядка одного конденсатора другим

**Зарядка одного конденсатора другим.** Конденсатор емкостью  $C = 300$  мкФ, заряженный до напряжения  $U = 200$  В, после замыкания ключа  $K$  через резистор подключается к незаряженному конденсатору с удвоенной емкостью. Найдите энергию  $W$ , рассеянную на резисторе, и заряд  $q$ , перетекший через этот резистор.



*Решение:*

До замыкания ключа  $K$  на конденсаторе емкостью  $C$  находится заряд  $Q = CU$ .

После замыкания ключа этот заряд распределяется на двух параллельно соединенных конденсаторах, емкость которых

$$C_{\text{об}} = C + 2C = 3C.$$

Поэтому по закону сохранения энергии

$$W = Q^2/(2C) - Q^2/(2C_{\text{об}}) = (CU)^2/(2C) - (CU)^2/(2 \cdot 3C) = CU^2/3 = 4 \text{ Дж.}$$

При этом новое напряжение на параллельно соединенных конденсаторах равно

$$U' = Q/C_{\text{об}} = (CU)/(3C) = U/3,$$

а заряд на конденсаторе  $C$  равен

$$Q' = CU' = CU/3.$$

Поэтому изменение заряда на этом конденсаторе  $C$ , которое равно перетекшему через резистор заряду, дается формулой

$$q = Q - Q' = CU - CU/3 = 2CU/3 = 0,04 \text{ Кл.}$$

*Ответ:*  $W = CU^2/3 = 4 \text{ Дж, } q = 2CU/3 = 0,04 \text{ Кл.}$

*Критерии оценивания:*

Шаги выполнения задания	Число баллов
Запись 1-ого уравнения	1
Запись 2-ого уравнения	1
Запись закона сохранения энергии с правильными энергиями конденсаторов и получение ответа для $W$	4
Нахождение нового заряда на конденсаторе $C$ : $Q' = CU/3$	2
Получение $q = Q - Q' = 2q/3 = 2CU/3 = 0,04 \text{ Кл.}$	2
<b>Сумма баллов:</b>	<b>10</b>