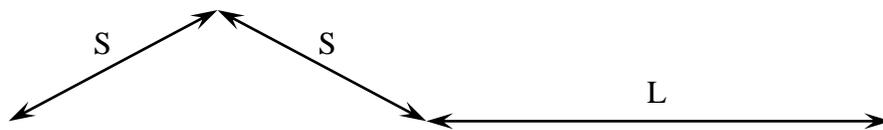


Решения задач 8 класса

Задача 1.

На автодроме студент Евгений выполнял элемент «Остановка на подъеме», а потом проехал по горизонтальному участку дороги и остановился. Его средняя скорость движения по горке оказалась равной 7,56 км/ч. Какое расстояние автомобиль проехал по горизонтальному участку дороги, если на это он затратил 2 минуты? При подъеме на горку его скорость составила 0,6 от скорости движения по горизонтальному участку, а при спуске скорость была больше скорости подъема в 7/3 раза. (Для простоты горку считать симметричной и треугольной (см. рис.)).



Решение:

1) $v_{\text{ср г}} = 7,56 \text{ км/ч} = 7,56 \cdot 1000/3600 = 2,10 \text{ м/с.}$

2) $t_L = 2 \text{ мин} = 2 \cdot 60 = 120 \text{ с.}$

3) По определению средняя скорость на горке равна:

$$\begin{aligned} v_{\text{ср г}} &= \frac{S + S}{t_1 + t_2} = \frac{2S}{\frac{S}{v_1} + \frac{S}{v_2}} = \frac{2S}{S \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right)} = \frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}} = \\ &= \frac{2}{\frac{v_1 + v_2}{v_1 v_2}} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2} \end{aligned}$$

4) Скорость на горизонтальном участке дороги: $v_3 = \frac{L}{120}$

5) Из условия: $v_1 = 0,6v_3 = 0,6 \frac{L}{120}$

6) Из условия: $v_2 = (7/3)v_1 = (7/3) \cdot 0,6 \frac{L}{120}$

7) Подставим полученные в пп. 5 и 6 выражения для скоростей в формулу для средней скорости по горке:

$$v_{\text{ср}} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2} = \frac{2 \cdot 0,6 \frac{L}{120} \cdot (7/3) \cdot 0,6 \frac{L}{120}}{0,6 \frac{L}{120} + (7/3) \cdot 0,6 \frac{L}{120}} = 0,007 \cdot L$$

8) $L = 300$ м.

Ответ: $L = 300$ м.

Критерии оценивания (10 баллов)

| | |
|---|---|
| Формула расчета средней скорости | 1 |
| Правильно сделан перевод единиц измерения времени | 1 |
| Правильно сделан перевод единиц измерения скорости | 1 |
| Формула расчета средней скорости и выражение через известные величины | 4 |
| Сделаны правильные арифметические расчеты | 2 |
| Дан правильный ответ | 1 |

Задача 2.

Природным фотонным кристаллом является драгоценный камень опал. Его внутренняя структура представляет собой плотноупакованные сферы из кремния, диаметром примерно десятая доля микрометра, в промежутках между которыми размещается вода. Определите объем воды, который содержит опал объемом 4 см^3 , если плотность кремния $\rho_{\text{кр}} = 2,29 \text{ г/см}^3$, плотность опала $\rho_o = 1,96 \text{ г/см}^3$, плотность воды $\rho_v = 1,00 \text{ г/см}^3$. Сколько целых мелких делений занял бы в шприце (5 мл) полученный объем воды?



Решение:

1) $V_o = V_{\text{кр}} + V_v$, где V_o – объем опала, $V_{\text{кр}}$ – объем кремния, V_v – объем воды;

2) $m_o = m_{\text{кр}} + m_v$, где m_o – масса опала, $m_{\text{кр}}$ – масса кремния, m_v – масса воды;

3) $m_o = V_o \rho_o$, $m_{\text{кр}} = V_{\text{кр}} \rho_{\text{кр}}$; $m_v = V_v \rho_v$; где ρ_o – плотность опала, $\rho_{\text{кр}}$ – плотность кремния, ρ_v – плотность воды;

4) Определим объем воды, решая систему уравнений из пунктов 1-3:

$$V_o \rho_o = V_{\text{кр}} \rho_{\text{кр}} + V_v \rho_v ,$$

$$V_{\text{кр}} = V_o - V_v ,$$

$$V_o \rho_o = (V_o - V_v) \rho_{\text{кр}} + V_v \rho_v ,$$

$$V_o \rho_o = V_o \rho_{\text{кр}} - V_v \rho_{\text{кр}} + V_v \rho_v ,$$

$$V_v (\rho_{\text{кр}} - \rho_v) = V_o (\rho_{\text{кр}} - \rho_o) ,$$

$$V_v = V_o (\rho_{\text{кр}} - \rho_o) / (\rho_{\text{кр}} - \rho_v) ,$$

$$V_v = 4(2,29 - 1,96) / (2,29 - 1,00) \approx 1 \text{ см}^3 ;$$

5) $1 \text{ см}^3 = 1 \text{ мл}$, 5 самых мелких делений шприца.

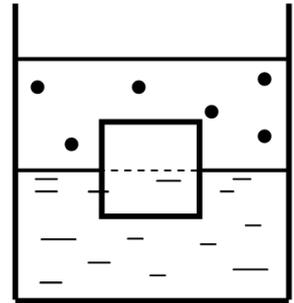
Ответ: 1 см^3 , 5 делений.

Критерии оценивания (10 баллов)

| | |
|---|---|
| 1) Аддитивность массы | 1 |
| 2) Аддитивность объема | 1 |
| 3) Формула плотности | 1 |
| 4) Составлены выражения для расчета объема воды | 4 |
| 5) Получен верный ответ | 1 |
| 6) Правильно определено число делений в шприце | 1 |

Задача 3.

Школьник Иван для научной инсталляции изготовил на 3D-принтере из PLA (полилактид) пластика полый симметричный кубик, длина стороны которого $a = 5$ см, и поместил его в сосуд с водой и растительным маслом. При этом половина объема кубика находится в воде, а половина – в масле. Найдите толщину стенок кубика, считая, что плотность воздуха ничтожно мала и ею можно пренебречь. Можно ли утопить кубик в воде, если сосуд заполнить доверху маслом (см. рис.)? (Плотность PLA пластика $\rho_{\text{пл}} = 1,25$ г/см³, плотность растительного масла $\rho_{\text{м}} = 930$ кг/м³, плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1000$ кг/м³)



Решение:

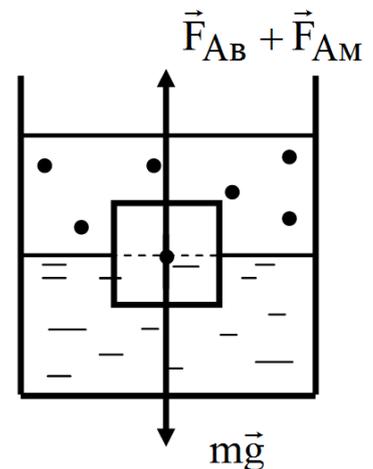
1) Из условия плавания тел

$$F_{A\text{в}} + F_{A\text{м}} = m_n g$$

$$2) F_{A\text{в}} = \rho_{\text{в}} g V_{\text{нч}} = \rho_{\text{в}} g \cdot 0,5 \cdot V$$

$$3) F_{A\text{м}} = \rho_{\text{м}} g V_{\text{нч}} = \rho_{\text{м}} g \cdot 0,5 \cdot V$$

$$4) m_n = \rho_n V_n$$



5) Определим объем пластика, решая систему уравнений из пунктов 1-4:

$$\rho_{\text{в}} g \cdot 0,5 \cdot V + \rho_{\text{м}} g \cdot 0,5 \cdot V = \rho_n V_n g$$

$$V(\rho_{\text{в}} \cdot 0,5 + \rho_{\text{м}} \cdot 0,5) = \rho_n V_n$$

$$V_n = \frac{V(\rho_{\text{в}} \cdot 0,5 + \rho_{\text{м}} \cdot 0,5)}{\rho_n}$$

6) Подставляя данные из условия задачи, получим $V = a^3 = 125$ см³;

$$\rho_{\text{м}} = 930 \text{ кг/м}^3 = 0,93 \text{ г/см}^3;$$

$$\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/м}^3 = 1 \text{ г/см}^3$$

$$V_n = \frac{125(1 \cdot 0,5 + 0,93 \cdot 0,5)}{1,25} = 96,5 \text{ см}^3$$

7) Объем воздушной полости равен $V_{\text{в}}$

$$V_{\text{в}} = V - V_{\text{н}}$$

8) Найдем сторону воздушного куба (полости)

$$V_{\text{в}} = a_{\text{в}}^3; a_{\text{в}} = \sqrt[3]{V_{\text{в}}} \approx 3 \text{ см}$$

9) Так как кубик внутри симметричный толщина стенки кубика

$$a_{\text{ст}} = \frac{a - a_{\text{в}}}{2} = \frac{5 - 3}{2} = 1 \text{ см}$$

10) Нет не утонет, так как сила тяжести не меняется, а сила Архимеда пропорциональна площади основания кубика a^2 и разнице давлений между верхней и нижней границами погруженной части тела

$$(\rho_{\text{в}} g \cdot 0,5a + \rho_{\text{м}} g \cdot 0,5a),$$

а эта разница не изменится при доливании масла, а, значит, силы компенсируют друг друга, и кубик по-прежнему будет плавать.

Ответ: 1 см; не утонет.

Критерии оценивания (10 баллов)

| | |
|--|---|
| Сделан рисунок | 1 |
| Формула силы Архимеда для данного случая | 2 |
| Условие плавания тел | 2 |
| Определен объем пластика | 1 |
| Определен объем воздушной полости | 1 |
| Определение толщины стенки кубика | 1 |
| Дано убедительное объяснение плавания кубика при доливании масла | 2 |

Задача 4.

Для купания ребёнка смешивают горячую и холодную воду, причём масса горячей воды в два раза больше массы воды холодной. Найти соотношение температур горячей и холодной воды, при котором температура смеси составит 80% от температуры воды горячей. Тепловыми потерями пренебречь.

Решение:

Уравнение теплового баланса имеет вид:

$$m_X C_B (t_C - t_X) = m_G C_B (t_G - t_C),$$

где C_B - удельная теплоёмкость воды, m_X , t_X - масса и температура холодной воды, m_G , t_G - масса и температура горячей воды, t_C - температура смеси.

Поскольку по условию задачи

$$m_G = 2m_X,$$

уравнение приводится к виду

$$3t_C = t_X + 2t_G.$$

С учётом условия $t_C = 0.8 t_G$ получаем $t_X = 0.4 t_G$.

Ответ: $t_X = 0.4 t_G$, или $t_G = 2.5 t_X$.

Критерии оценивания (10 баллов)

| | |
|--|---|
| Составлено уравнение теплового баланса | 4 |
| В уравнении теплового баланса учтено соотношение масс горячей и холодной воды | 2 |
| В уравнении теплового баланса учтено соотношение температур горячей воды и смеси ... | 2 |
| Получено соотношение температур горячей и холодной воды | 2 |