

1. Кругом квадрата. (10 баллов)

К углу квадратной колонны со стороной $a = 1$ м привязана прочная нерастяжимая верёвка. Длины верёвки хватило, чтобы обернуть на одной высоте вокруг колонны ровно один раз. Вася берёт кончик верёвки, и, держа её натянутой, движется вокруг колонны со скоростью $v = 1,57$ м/с, пока верёвка, размотавшись, не наматывается заново на колонну.

- 1) Нарисуйте траекторию движения Васи за половину времени движения.
- 2) Какой путь он пройдёт за это время?
- 3) Сколько времени будет продолжаться его «поход»?

Длина окружности рассчитывается по формуле $l = 2\pi R$, где R - её радиус, а $\pi = 3,14$.

Решение:

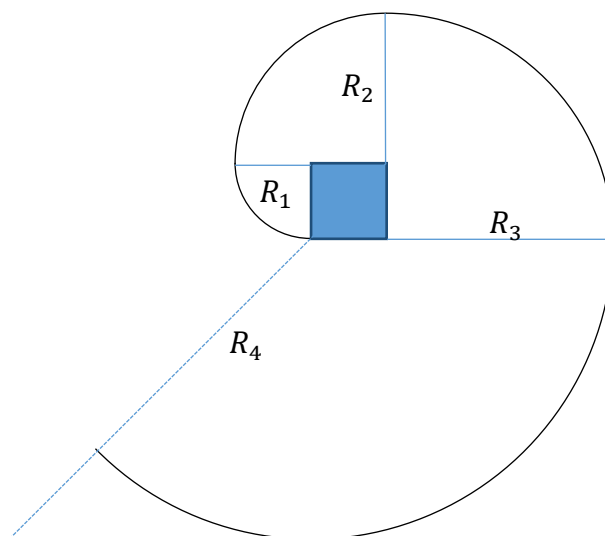
При движении мальчика длина верёвки не изменяется. Двигаться может только часть верёвки – от угла колонны до мальчика. Верёвка натянута, это расстояние остаётся неизменным, следовательно, мальчик движется по дуге окружности радиуса R . (1 балл)

При обходе колонны в моменты, когда верёвка будет располагаться вдоль очередной стороны колонны, радиус окружности будет скачком увеличиваться на длину, равную длине стороны колонны, последовательно принимая ряд значений: $R_1 = a$, $R_2 = 2a$, $R_3 = 3a$, $R_4 = 4a$. (1 балл)

Затем начнётся обратный процесс, при котором верёвка будет наматываться на колонну, а радиус окружности, по которой движется мальчик, скачком уменьшаться в соответствующие моменты времени. (1 балл)

Необходимо отметить, что при движении с максимальной длиной верёвки, мальчик проходит не четверть оборота, как при других её длинах, а три четверти! А нам, по условию, нужно изобразить на рисунке только половину этого расстояния. (1 балл)

Теперь можно изобразить траекторию мальчика за половину времени движения:



(2 балла)

Найдём пройденный путь за это время –

$$l = \frac{2\pi \cdot a}{4} + \frac{2\pi \cdot 2a}{4} + \frac{2\pi \cdot 3a}{4} + \frac{3}{2} \cdot \frac{2\pi \cdot 4a}{4}$$

$$l = \frac{2\pi \cdot a}{4} \cdot \left(1 + 2 + 3 + \frac{3}{2} \cdot 4\right) = \frac{\pi a}{2} \cdot 12 = 6\pi a = 6 \cdot 3,14 \cdot 1 \text{ м} = 18,84 \text{ м} \quad (2 \text{ балла})$$

Найдём полное время движения. $t = \frac{2l}{v} = \frac{2 \cdot 18,84 \text{ м}}{1,57 \text{ м/с}} = 24 \text{ с} \quad (2 \text{ балла})$

Ответ: 1) траектория показана на рисунке; 2) $l = 18,84 \text{ м}$; 3) $t = 24 \text{ с}$.

2. В банке. (10 баллов)

Банка стоит на чашке рычажных весов. Если банку доверху налить водой, для уравнивания весов на другой чашке должны находиться гири общей массой $m_1 = 250 \text{ г}$. Если из банки вылить воду и положить камень, то для уравнивания понадобится положить гири общей массой $m_2 = 210 \text{ г}$. Если, не убирая камень, налить воду доверху, для уравнивания понадобятся гири общей массой $m_3 = 370 \text{ г}$. Чему равна масса банки, если плотность камня в четыре раза больше плотности воды?

Решение:

Обозначим массу банки $m_б$, массу воды, налитой в пустую банку $m_в$, массу камня $m_к$.

Тогда

$$m_1 = m_б + m_в \quad (1) \quad (2 \text{ балла})$$

$$m_2 = m_б + m_к \quad (2) \quad (2 \text{ балла})$$

Когда наливали воду в банку, когда там уже находился камень, воды налили меньше, чем в первый раз, на

$$\Delta m = \rho_в V_к \quad (3) \quad (1 \text{ балл})$$

$$V_к = \frac{m_к}{\rho_к} \quad (4)$$

Подставив (4) в (3), получим, что

$$\Delta m = \rho_в \frac{m_к}{\rho_к} = \frac{1}{4} m_к \quad (5) \quad (1 \text{ балл})$$

Теперь можем записать уравнение, описывающее третий опыт:

$$m_3 = m_б + m_к + m_в - \frac{1}{4} m_к$$

$$m_3 = m_б + m_в + \frac{3}{4} m_к \quad (6) \quad (2 \text{ балла})$$

Выразим из первого и второго уравнений массу воды и массу камня, и подставим в последнее полученное нами уравнение:

$$m_3 = m_б + (m_1 - m_б) + \frac{3}{4} (m_2 - m_б) \quad (7)$$

В этом уравнении осталась только одно неизвестное – искомая масса банки! Решим его:

Всероссийская олимпиада школьников по физике. 2019-2020 уч. г.
Ханты-Мансийский автономный округ – Югра.

Муниципальный этап. 8 класс.

$$m_3 = m_6 + m_1 + \frac{3}{4}m_2 - \frac{3}{4}m_6$$

$$m_3 - m_1 - \frac{3}{4}m_2 = -\frac{3}{4}m_6$$

Отсюда получаем ответ в общем виде и рассчитываем его численное значение:

$$m_6 = m_2 - \frac{4}{3}(m_3 - m_1) \quad (8) \quad (1 \text{ балл})$$

$$m_6 = 210 \text{ г} - \frac{4}{3}(370 \text{ г} - 250 \text{ г}) = 50 \text{ г} \quad (1 \text{ балл})$$

Ответ: $m_6 = 50 \text{ г}$

Примечание: возможно, участникам олимпиады проще будет решать задачу рассуждениями «по шагам». В этом случае за решение участник получает полное количество баллов, - такое решение ничуть не хуже решения, представленного выше.

Второй способ («по шагам»)

Если из массы банки, камня и налитой в третьем опыте воды ($m_3 = 370 \text{ г}$) вычесть массу банки с камнем ($m_2 = 210 \text{ г}$), то мы узнаем массу налитой воды в третьем опыте. Она равна $m_{в3} = 370 \text{ г} - 210 \text{ г} = 160 \text{ г}$. (2 балла)

Если из массы банки с водой налитой в первом опыте ($m_1 = 250 \text{ г}$) вычесть массу налитой воды в третьем опыте ($m_{в3} = 160 \text{ г}$), то мы узнаем массу банки с водой, взятой в объёме камня ($m_{2в} = 90 \text{ г}$). (2 балла)

Масса этой воды $(90 - x) \text{ г}$. (1 балл)

Масса камня $(210 - x) \text{ г}$. (1 балл)

Поскольку масса равна произведению плотности на объём, объёмы здесь одинаковы, а плотность камня вчетверо больше плотности воды, то массы отличаются в 4 раза.

$$210 - x = 4(90 - x) \quad (2 \text{ балла})$$

$$210 - x = 360 - 4x$$

$$3x = 150$$

$$x = 50 \text{ г} \quad (2 \text{ балла})$$

3. Кирпичи в аквариуме. (10 баллов)

Стороны кирпича объёмом $V = 1000 \text{ см}^3$ относятся как $a:b:c = 1:2:4$. Масса кирпича $m = 1,6 \text{ кг}$. Два таких кирпича поставили буквой Т сначала на основание $a \times c$, а потом в аквариум, заполненный какой-то жидкостью, на основание $a \times b$. В результате оказалось,

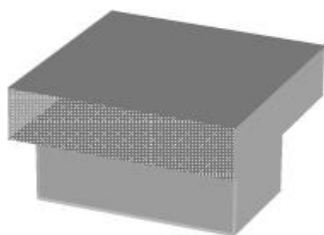


Рис. 1

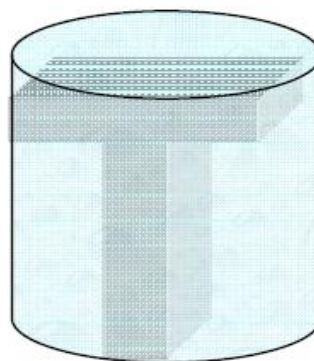


Рис. 2

Всероссийская олимпиада школьников по физике. 2019-2020 уч. г.

Ханты-Мансийский автономный округ – Югра.

Муниципальный этап. 8 класс.

что давление кирпичей на опору (поверхность стола и дно сосуда соответственно) одинаково. Кирпич шершавый, вода под него подтекает.

1) Чему равны длины сторон кирпича? 2) Какое давление оказывали кирпичи на опору? 3) Найдите плотность жидкости.

Решение:

Обозначим длину самой короткой стороны кирпича (его толщину) за a . Тогда ширина кирпича $b = 2a$, а длина $c = 4a$. (1 балл)

Объем кирпича

$$V = abc = 8a^3 \quad (1 \text{ балл})$$

$$a^3 = \frac{V}{8} = \frac{1000 \text{ см}^3}{8} = 125 \text{ см}^3 \quad (1 \text{ балл})$$

$$a = 5 \text{ см}$$

$$b = 10 \text{ см}$$

$$c = 20 \text{ см}$$

В первом случае давление кирпичей на поверхность стола

$$P_1 = \frac{F_1}{S_1} = \frac{2mg}{ac} = \frac{2 \cdot 1,6 \text{ кг} \cdot 10 \text{ Н/кг}}{0,05 \text{ м} \cdot 0,2 \text{ м}} = \frac{32 \text{ Н}}{0,01 \text{ м}^2} = 3200 \text{ Па} \quad (1 \text{ балл})$$

Во втором случае кирпичи, по условию, оказывают такое же давление на дно сосуда.

$$P_2 = P_1$$

Площадь основания в этом случае другая:

$$S_2 = ab = 0,05 \text{ м} \cdot 0,1 \text{ м} = 0,005 \text{ м}^2 \quad (1 \text{ балл})$$

Сила давления

$$F_2 = P_2 S_2 = 3200 \text{ Па} \cdot 0,005 \text{ м}^2 = 16 \text{ Н} \quad (1 \text{ балл})$$

Эта сила – равнодействующая двух сил: силы тяжести и силы Архимеда.

$$F_2 = 2mg - F_A \quad (1 \text{ балл})$$

$$F_A = 32 \text{ Н} - 16 \text{ Н} = 16 \text{ Н} \quad (1 \text{ балл})$$

Запишем формулу силы Архимеда. Учтем, что V – объём одного кирпича, а у нас их два

$$F_A = \rho_{\text{ж}} g \cdot 2V \quad (1 \text{ балл})$$

Отсюда

$$\rho_{\text{ж}} = \frac{F_A}{2gV} = \frac{16 \text{ Н}}{2 \cdot 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}} \cdot 0,001 \text{ м}^3} = 800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \quad (1 \text{ балл})$$

Ответ: 1) $a = 5 \text{ см}$, $b = 10 \text{ см}$ и $c = 20 \text{ см}$; 2) $P = 3200 \text{ Па}$; 3) $\rho_{\text{ж}} = 800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

4. Из кипятка! (10 баллов)

Если в воду температурой $t_0 = 21,6 \text{ }^\circ\text{C}$, находящуюся в калориметре, бросить сплошной стальной кубик, вынутый из кипятка, то вскоре температура воды установится равной

**Всероссийская олимпиада школьников по физике. 2019-2020 уч. г.
Ханты-Мансийский автономный округ – Югра.**

Муниципальный этап. 8 класс.

$t_1 = 30\text{ }^\circ\text{C}$. Если проделать то же самое с другим стальным кубиком, бóльшим по размеру, то температура установится равной $t_2 = 60\text{ }^\circ\text{C}$. В обоих случаях вода покрывает кубик полностью. Найдите, во сколько раз сторона второго кубика больше стороны первого.

Решение:

Температура кипятка – это температура кипения воды, она равна $t_k = 100\text{ }^\circ\text{C}$ (1 балл)

Вода холодная, нагревается – она получает тепло.

Кубик горячий, остывает – он отдаёт тепло.

Процесс теплообмена происходит в калориметре, что исключает теплообмен с другими телами. (1 балл)

Формула количества теплоты $Q = cm\Delta t^\circ$ (1 балл)

Запишем уравнение теплового баланса для первого случая:

$$c_B m_B (t_1 - t_0) = c_K m_K (t_K - t_1) \quad (1) \quad (1 \text{ балл})$$

Запишем уравнение теплового баланса для второго случая:

$$c_B m_B (t_2 - t_0) = c_K M_K (t_K - t_2) \quad (2) \quad (1 \text{ балл})$$

Поделим второе уравнение на первое. Сократим подобные

$$\frac{c_B m_B (t_2 - t_0)}{c_B m_B (t_1 - t_0)} = \frac{c_K M_K (t_K - t_2)}{c_K m_K (t_K - t_1)}$$

$$\frac{(t_2 - t_0)}{(t_1 - t_0)} = \frac{M_K (t_K - t_2)}{m_K (t_K - t_1)}$$

Найдём отношение массы большого кубика к массе маленького

$$\frac{M_K}{m_K} = \frac{(t_2 - t_0)}{(t_1 - t_0)} \cdot \frac{(t_K - t_1)}{(t_K - t_2)} \quad (1 \text{ балл})$$

$$\frac{M_K}{m_K} = \frac{(60 - 21,6)}{(30 - 21,6)} \cdot \frac{(100 - 30)}{(100 - 60)} = \frac{38,4}{8,4} \cdot \frac{70}{40} = \frac{38,4}{1,2 \cdot 4} = \frac{32}{4} = 8 \quad (1 \text{ балл})$$

Кубики изготовлены из одного вещества, их плотности одинаковы. Значит, отношение масс равно отношению объемов.

$$\frac{V_6}{V_M} = 8 \quad (1 \text{ балл})$$

Пусть сторона маленького кубика равна a_M , большого - a_6 . Тогда

$$\frac{V_6}{V_M} = \frac{a_6^3}{a_M^3} = \left(\frac{a_6}{a_M}\right)^3 = 8 = 2^3 \quad (1 \text{ балл})$$

Отсюда получаем ответ:

$$\frac{a_6}{a_M} = 2 \quad (1 \text{ балл})$$

Ответ: $\frac{a_6}{a_M} = 2$.