

9 класс

Задача 1. Однажды у Карлсона заглох моторчик, и он начал падать вертикально вниз с постоянной скоростью $v_1 = 6$ м/с. После ремонта моторчик стал развивать постоянную силу тяги. Из-за этого, при вертикальном подъёме Карлсон выходил на скорость $v_2 = 3$ м/с. С какой постоянной скоростью он двигался в горизонтальном полёте? Считать силу сопротивления воздуха пропорциональной квадрату скорости. Карлсон, будучи в меру упитанным, одинаково обтекаем во всех направлениях.

Решение.

По условию сила сопротивления пропорциональна квадрату скорости, то есть задаётся формулой kv^2 . При свободном падении сила тяжести равна силе сопротивления:

$$mg = kv_1^2, \text{ откуда } k = \frac{mg}{v_1^2}.$$

Обозначим силу тяги моторчика после ремонта F_T . При вертикальном взлёте сила тяги равна сумме силы тяжести и силы сопротивления:

$$F_T = mg + kv_2^2 = mg \left(1 + \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2 \right).$$

При горизонтальном полёте сила тяги компенсирует силу тяжести, направленную вертикально и силу сопротивления, направленную горизонтально:

$$F_T^2 = mg^2 + kv_3^2 = mg^2 \left(1 + \left(\frac{v_3}{v_1} \right)^4 \right).$$

Из приведённой выше системы уравнений найдём v_3 :

$$v_3 = \sqrt[4]{v_2^2 v_2^2 + 2v_1^2} = 5,19 \text{ м/с}.$$

Примерные критерии оценивания

За второй закон Ньютона для свободного падения.....	2 балла
Выражена сила тяги при вертикальном взлёте.....	3 балла
Выражена сила тяги при горизонтальном полёте	3 балла
Получен ответ в символьной форме	1 балл
Числовой ответ	1 балл

Задача 2.

Величина скорости камня, брошенного с горизонтальной плоскости под углом к горизонту, через время $t = 0,5$ с после броска составляла $\alpha = 80\%$ от величины начальной скорости, а ещё через t соответственно $\beta = 70\%$.

- 1) Найдите продолжительность T полёта камня.
- 2) На каком расстоянии S от места броска упал камень?

Ускорение свободного падения $g = 9,8 \text{ м/с}^2$, сопротивлением воздуха можно пренебречь.

Решение.

Пусть v_{x0} — проекция скорости камня в начальный момент на горизонтальную ось, а v_{y0} — на вертикальную. Если пренебречь сопротивлением воздуха, то проекция скорости камня на горизонтальную ось сохраняется, а проекция на вертикальную ось будет изменяться по закону

$$v_y(t) = v_{y0} - gt.$$

Величина скорости камня в любой момент может быть найдена по формуле

$$v(t) = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_{x0}^2 + v_{y0}^2 - gt^2}.$$

По условию

$$\begin{aligned} v(\tau) &= \sqrt{v_{x0}^2 + v_{y0}^2 - g\tau^2} = \alpha \sqrt{v_{x0}^2 + v_{y0}^2}, \\ v(2\tau) &= \sqrt{v_{x0}^2 + v_{y0}^2 - 2g\tau^2} = \beta \sqrt{v_{x0}^2 + v_{y0}^2}. \end{aligned} \quad (1)$$

Решая эту систему, найдём $v_{x0} = 21,1 \text{ м/с}$, $v_{y0} = 21,7 \text{ м/с}$. Время полёта $T = 2v_{y0}/g = 4,4 \text{ с}$, расстояние от места броска до места падения $S = v_{x0}t_n = 93 \text{ м}$.

Примерные критерии оценивания

Указано, что горизонтальная проекция скорости постоянна.....	1 балл
Уравнение для вертикальной проекции скорости.....	1 балл
Система (1) или аналогичная ей.....	2 балла
Формула для времени полёта $t_n = 2v_{y0}/g$	1 балл
Формула $l = v_{x0}t_n$	1 балл
Найдена величина времени падения с точностью не хуже 5%.....	2 балла
(если точность 6-10% даётся 1 балл, если точность хуже баллов не даётся)	
Найдено расстояние от точки броска до падения с точностью не хуже 5%.....	2 балла
(если точность 6-10% даётся 1 балл, если точность хуже баллов не даётся)	

Задача 3.

Определить мощность Ниагарского водопада, если его высота 50 м, а среднегодовой расход воды $Q=5900 \text{ м}^3/\text{с}$.

Решение.

$$\text{Мощность равна } N = \frac{A}{t}, \quad (1) \quad \underline{\underline{2 \text{ балла}}}$$

где A — работа силы, t — время.

По закону сохранения энергии работа силы тяжести израсходованной воды равна запасу потенциальной энергии воды:

$$A = E_n \quad (2) \quad \underline{\underline{2 \text{ балла}}}$$

или $Nt = \rho Q t g h,$ (3) 3 балла

где ρ – плотность воды, g – ускорение свободного падения

Из (1) и (3) следует:

$$N = \rho Q h g \quad (4) \quad \underline{2 \text{ балла}}$$

Расчет: $N = 1000 \cdot 5900 \cdot 50 \cdot 10 = 2891 \text{ МВт.}$ 1 балл

Задача 4.

В калориметре находится смесь воды и льда в состоянии термодинамического равновесия. Через время τ_1 после включения спирали, подсоединенной к источнику постоянного напряжения, весь лёд растаял, а ещё через время τ_2 вода нагрелась на Δt . Пренебрегая теплоёмкостью калориметра, определите, каково было отношение n массы воды $m_{\text{в}}$ к массе льда $m_{\text{л}}$ в момент включения спирали. Удельная теплоёмкость воды $c_{\text{в}}$, удельная теплота плавления льда λ .

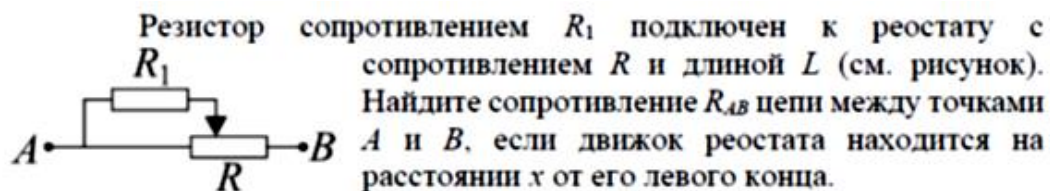
Решение. Пусть мощность, передаваемая спиралью содержимому калориметра, равна N . Поскольку в момент включения спирали смесь воды и льда находилась в состоянии термодинамического равновесия, т.е. при температуре таяния льда, то $m_{\text{л}}\lambda = N\tau_1$. По условию на нагрев образовавшейся и имевшейся ранее в калориметре воды потребовалось время τ_2 . Следовательно, $(m_{\text{л}} + m_{\text{в}})c\Delta t = N\tau_2$ и $n = \frac{m_{\text{в}}}{m_{\text{л}}} = \frac{\lambda\tau_2}{c\Delta t\tau_1} - 1$.

Ответ: $n = \frac{\lambda\tau_2}{c\Delta t\tau_1} - 1$

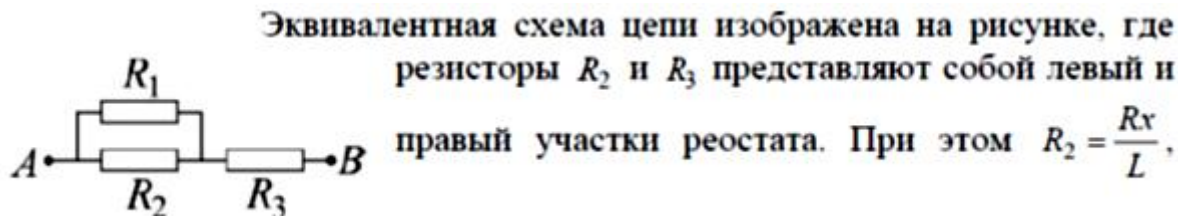
Критерии оценивания.

- 1) Записано условие термодинамического равновесия через время τ_1
3 балла
- 2) Записано условие термодинамического равновесия через время τ_2
3 балла
- 3) Записано выражение для n 3 балла
- 4) Выполнено преобразование формулы для n 1 балл

Задача 5.



Решение.



$R_3 = \frac{R(L-x)}{L}$. Сопротивление двух параллельно соединенных резисторов

$R' = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$. Полное сопротивление цепи $R_{AB} = R' + R_3$.

Ответ: $R_{AB} = R \cdot \left(\frac{R_1 x}{R_1 L + Rx} + \frac{L-x}{L} \right)$.

Критерии оценивания.

- | | |
|--|---------|
| 1) Представлена эквивалентная схема цепи | 2 балла |
| 2) Записано выражение для R_2 | 2 балла |
| 3) Записано выражение для R_3 | 2 балла |
| 4) Записано выражение для R' | 2 балла |
| 5) Записано выражение для R_{AB} | 2 балла |