9 класс

(время выполнения – 3,5 часа, максимальное число баллов - 50)

Задача 1. (10 баллов) Рыбак на лодке с мотором снялся с якоря, при этом случайно обронил в воду весло, и затем поплыл вверх против течения. Через 5 минут, проплыв вдоль берега 1200 м, он обнаружил пропажу весла, развернул лодку и поплыл обратно. Когда он догнал его, то заметил, что весло снесло вниз по течению на 600 м. Считайте, что скорость течения реки и скорость лодки относительно воды постоянны.

1. Через какое время t_0, после обнаружения пропажи весла, рыбак подплыл к нему?
2. Какова скорость v_p течения реки?
3. Какова скорость v_0 моторной лодки в стоячей воде?

Решение.

1. Рассмотрим движение лодки относительно воды в реке. Так как весло относительно воды в реке неподвижно, то лодка удалялась от весла и приближалась к нему одно и то же время. Следовательно, рыбак достал весло из воды через $t_0 = 5$ минут после обнаружения пропажи.

2. Весло находилось в воде (5+5) минут = 10 минут = 600 с. Скорость течения реки

$$v_p = \frac{600}{600}\frac{м}{с} = 1 \text{ м/с.}$$

3. Вверх против течения реки рыбак плыл со скоростью

$$v_1 = \frac{1200}{300}\frac{м}{с} = 4 \text{ м/с.}$$

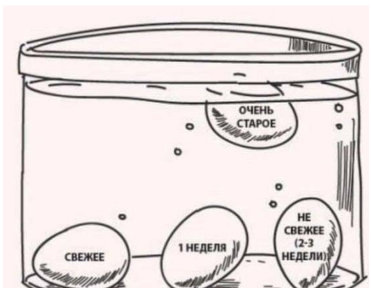
Отсюда найдем скорость лодки в стоячей воде:

$$v_0 = v_1 + v_p = 5 \text{ м/с.}$$

Примерные критерии оценивания:

1. Указание на то, что рыбак в обе стороны плыл одно и то же время – 1 балл.
2. Ответ на первый вопрос с обоснованием - 3 балла.
3. Ответ на второй вопрос - 3 балла.
4. Ответ на третий вопрос - 3 балла.

Задача 2. (10 баллов) Один из способов проверки свежести куриных яиц – с помощью простой воды, как показано на рисунке. Однако в газете «Советы домохозяйке» экспериментатор Глюк прочитал следующую заметку. «Для сортировки куриных яиц по степени свежести, возьмите четыре стеклянные банки, налейте в каждую пол-литра воды и растворите в первой банке 50 г соли, во второй – 45 г, в третьей – 30 г и в



четвертой – 15 г. После этого поочередно опускайте яйца в каждую банку. В первой банке будут тонуть только что снесенные яйца, во второй – снесенные не более двух недель назад, в третьей – снесенные не более пяти недель назад, в четвертой – снесенные не более восьми недель назад.» Глюк сделал растворы согласно рецепту, рассортировал имевшиеся в холодильнике яйца, а затем слил содержимое из всех четырех банок в одну большую емкость. Сколько недель назад снесены яйца, которые тонут в получившемся растворе?

Решение. Нарисуем график, вдоль горизонтальной оси которого отложим степень свежести яиц (в неделях), а вдоль вертикальной – концентрацию соли в растворе (в граммах на 0,5 литра воды). Видно, что на графике есть линейный участок, который свидетельствует о том, что в период с двух до восьми недель плотность яиц равномерно уменьшается со временем.

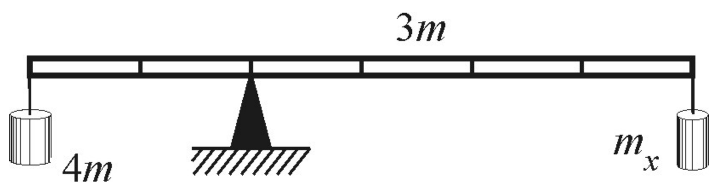
Далее найдем концентрацию соли в растворе, получившемся после сливания содержимого всех четырех банок в одну большую емкость. Эта емкость содержит $4 \cdot 0{,}5$л=2 литра воды и 50 г + 45 г +30 г + 15 г =140 г соли. Следовательно, концентрация соли в получившемся растворе равна 140 г/4=35 грамм на 0,5 литра. Из чертежа видно, что точка графика, соответствующая этой концентрации. Лежит на линейном участке графика. Это дает возможность, использовать график, определить свежесть яиц. Которые тонут в получившемся растворе – они снесены не более 4 недель назад.

Примерные критерии оценивания:

1. Построен график зависимости – 6 баллов.
2. Отмечено наличие линейного участка – 1 балл.
3. Получен правильный ответ – 3 балла.

Если задача решена без графика – 3 балла.

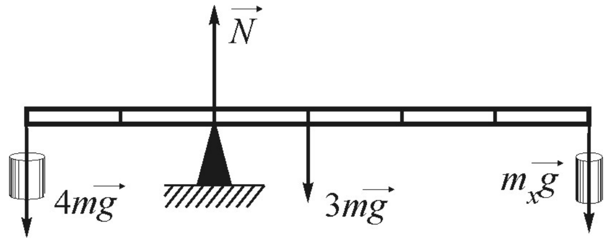
Задача 3. (10 баллов) На рычаге массой $3m$ висят две льдинки. Точка опоры делит рычаг в соотношении 1:2. К короткому плечу рычага подвешена льдинка массой $4m$.



1. Какую массу должна иметь льдинка, подвешенная к длинному плечу, чтобы система находилась в равновесии?

2. Льдинки одновременно начали нагревать. Во сколько раз должны отличаться мощности подводимого к льдинкам тепла, чтобы равновесие сохранилось? Льдинки находятся при температуре плавления.

Решение.



Расставим силы, действующие на рычаг, и воспользуемся правилом моментов относительно точки опоры:

$$4m \cdot 2L = 3mgL + m_x g \cdot 4L,$$

отсюда

$$m_x = \frac{5}{4} m.$$

2. Так как льдинки уже при температуре плавления, вся теплота сразу идет на плавление. Пусть за некоторое время Δt масса левой льдинка уменьшилась на Δm, а правой - на Δm_x. Тогда по правилу моментов:

$$4\left(m - \Delta m\right) m \cdot 2L = 3mgL + \left(m_x - \Delta m_x\right) g \cdot 4L.$$

Если вычесть из первого уравнения второе, получим

$$2\Delta m = \Delta m_x.$$

Изменение массы льдинки пропорционально подведённому количеству теплоты, которое пропорционально мощности нагрева. Следовательно, мощность нагрева левой льдинки должна быть в 2 раза больше.

Примерные критерии оценивания:

1. Записано правило моментов исходной системы – 3 балла.
2. Получен ответ для массы правой льдинки – 1 балл.
3. Найдена связь между изменениями масс льдинок $2\Delta m = \Delta m_x$ – 3 балла.
4. Приведено доказательство пропорциональности растаявшей массы и мощности – 2 балла.
5. Получен ответ для отношения мощностей – 1 балл.

Задача 4. (10 баллов) Жилой модуль арктической станции представляет собой автономную систему. В какой-то момент времени температура воздуха внутри модуля была равна $t_1 = 14\,°\text{C}$, что не очень соответствует комфортным условиям проживания полярников. После того, как система автоматической регулировки климата увеличила мощность обогревательных панелей на $P = 16\%$, температура воздуха на станции стала равна $t_2 = 22\,°\text{C}$. Определите температуру t_{out} воздуха «за бортом» полярной станции. Ответ представьте в градусах Цельсия с точностью до целых. Мощность теплообмена зависит от разности температур контактирующих тел.

Решение.

В состоянии термодинамического равновесия количество тепла Q^-, которое теряет станция в единицу времени за счет теплообмена с окружающим холодным воздухом, должно быть равно количеству тепла Q^+, получаемому от внутренних обогревателей за это же самое время:

$$Q^- = Q^+.$$

Поскольку в условии задачи оговорено, что мощность тепловых потерь напрямую зависит от разности температур внутри и снаружи станции, то ее можно записать как

$$Q_1^- = k\left(t_1 - t_{out}\right),$$

где k - коэффициент пропорциональности, значение которого определяется коэффициентом теплопроводности стенок станции, их площадью и прочими неизменными параметрами, а t_{out} - температура воздуха «за бортом» станции.

Увеличив мощность обогревателей, повышаем количество получаемого тепла, а значит, и тепла теряемого:

$$Q_2^+ = Q_1^+\left(1+P\right) = Q_1^-\left(1+P\right) = Q_2^- = k\left(t_2 - t_{out}\right),$$

Таким образом, температура воздуха на станции возрастает. Записав дважды уравнение теплового баланса (для исходной и для конечной ситуации), получаем систему из двух уравнений:

$$\begin{cases} Q_1^- = k\left(t_1 - t_{out}\right) \\ Q_2^- = Q_1^-\left(1+P\right) = k\left(t_2 - t_{out}\right) \end{cases}.$$

Разделив второе уравнение из системы на первое, получаем соотношение вида

$$1 + P = \frac{t_2 - t_{out}}{t_1 - t_{out}},$$

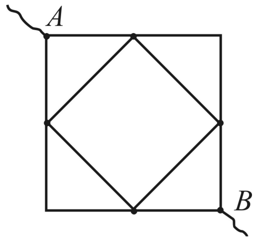
из которого путем элементарных преобразований следует окончательное значение искомой величины

$$t_{out} = \frac{\left(1+P\right)t_1 - t_2}{P} = -36\,^\circ\text{C}.$$

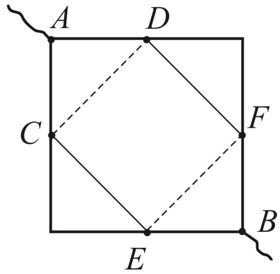
Примерные критерии оценивания:

1. Указано условие термодинамического равновесия - 1 балл.
2. Записано количество тепловых потерь при начальной температуре – 2 балла.
3. Определено количество теплоты при увеличении мощности нагревателей – 2 балла.
4. Записано количество тепловых потерь при конечной температуре – 2 балла.
5. Получено выражение для наружной температуры – 2 балла.
6. Получен числовой ответ – 1 балл.

Задача 5. (10 баллов) Фигура, изображенная на рисунке, сделана из проволоки постоянного сечения. Сторона большого квадрата a, сопротивление одного метра проволоки равно ρ. Найти сопротивление между точками A и B.



Решение. Потенциалы точек C и D равны, так же как E и F. Это значит, что отрезки прямых, их соединяющих можно исключить, и схема станет проще.



$$R_{AB}=\frac{1}{2}\left[\frac{a}{2}\rho+\frac{a\rho\frac{a}{\sqrt{2}}\rho}{a\rho+\frac{a}{\sqrt{2}}\rho}+\frac{a}{2}\rho\right]=\frac{a}{\sqrt{2}}\rho .$$

Примерные критерии оценивания:

1. Найдены точки равного потенциала – 2 балла.
2. Представлена эквивалентная схема – 3 балла.
3. Найдено сопротивление каждого из участков – 2 балла.
4. Получен верный ответ - 3 балла.