_З А Д А Н И Я_
II муниципального (районного) этапа
Всероссийской олимпиады школьников по физике 2020-2021
10 класс

1. В ракете, взлетающей вертикально вверх с планеты массы M и радиуса R с постоянным ускорением a, находится математический маятник. На какой высоте h над поверхностью планеты период колебаний математического маятника станет таким же. как и в ракете, неподвижно стоящей на поверхности планеты?

Возможное решение
Период колебаний математического маятника в ракете, неподвижно стоящей на поверхности планеты равен

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{G\frac{M}{R^2}}}$$ (3балла)

где G - гравитационная постоянная. M - масса планеты, R- её радиус, а g - ускорение свободного падения на поверхности планеты. Период колебаний маятника во взлетавшей с ускорением a ракете на высоте h равен:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{G\frac{M}{(R+h)^2}+a}}$$ (3балла)

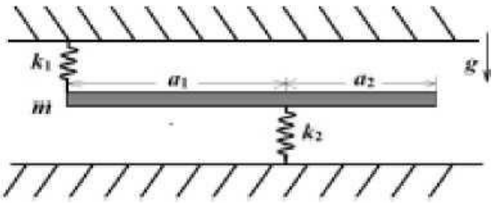
Из равенства $T = T_0$ получим

$$G\frac{M}{(R+h)^2} + a = G\frac{M}{R^2}$$ (2 балла)

Или

$$h = \left(\frac{1}{R^2} - \frac{a}{GM}\right)^{-1/2} - R$$ (2балла)

2. Прямой однородный брусок, находящийся внутри ящика. прикреплен к пружинам жесткостью k_1 и k_2 ($k_2<k_1$) как показано на рисунке так чтобы в состоянии свободного падения пружины не напряжены и брусок расположен строго параллельно стенкам ящика. Расстояние между креплениями пружин к бруску равно a_1 а длина свободного конца бруска равна a_2. как показано на рисунке. Найти соотношение длин a_1 и a_2 ($a_1>a_2$) при заданных k_1 и k_2 чтобы при нахождении системы в покое брусок массы m оставался по прежнему строго параллельно стенкам ящика в поле силы тяжести g.



:
Возможное решение:
Когда ящик находился в поле силы тяжести, то скомпенсированы силы и моменты сил.
Запишем баланс сил:

$$mg - k_2x - k_1x = 0$$ (1) (3балла)

где учтено, что растяжение одной пружины равно сжатию другой, так как в невесомости пружины не напряжены и выполнено условие параллельности бруска стенкам ящика. Запишем баланс моментов сил для этого выберем в качестве точки опоры место крепления к бруску пружины с жесткостью k1. Запишем:

$$-k_2xa_1 + mg\frac{a_1+a_2}{2} = 0 \qquad (2) \qquad (3\text{балла})$$

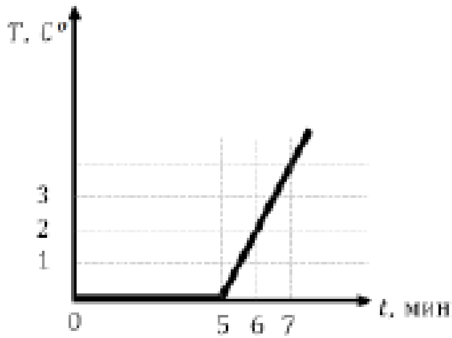
Выражая из уравнения (1) деформацию x и подставляя ее в уравнение (2) находим:

$$\frac{2k_2}{k_1+k_2}a_1 = a_1 + a_2 \qquad (2\text{балла})$$

Отсюда находим искомое соотношение длин:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{k_1+k_2}{k_2-k_1} \qquad (2\text{балла})$$

3. В комнату внесли кусок льда в воде, обшей массой 2 кг. И начали записывать температуру этой смеси. Зависимость температуры от времени получилась как на рисунке. Найдите массу куска льда; если $c_в = 4200\frac{Дж}{кг*K}$ $\lambda = 330$ кДж/кг.



Возможное решение:
Считая, что кубик нагревают с одинаковой мощностью в первые 5 минут, а вода остается при той же нулевой температуре. получаем:

$$\frac{\lambda m_1}{t_1} = Q \qquad (3\text{балла})$$

Мощность подводимая из комнаты при нагревании воды, когда лед растает

$$\frac{c(m_1+m_2)\varDelta T}{t_2} = Q1 \qquad (3\text{балла})$$

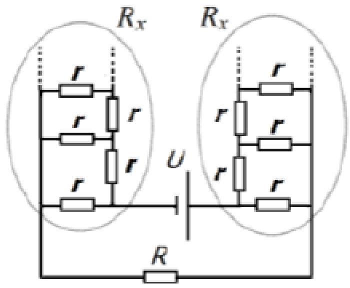
Из равенства этих мощностей получим

$$\frac{c(m_1+m_2)\varDelta T}{t_2} = \frac{\lambda m_1}{t_1} \qquad (1\text{балл})$$

Где t1 = 5 мин. а t2 = 1 мин. Также $\varDelta T = 2^0$. (2балла)
Выражаем отсюда m_1, при том, что $m_1 + m_2 = 2$:

$$m_1 = \frac{C(m_1+m_2)\varDelta T}{tg}\frac{t_1}{\lambda} = \frac{4200.2\cdot 2-5}{\perp\cdot 330.10^2} = 254.5г \qquad (1\text{балл})$$

4. В представленной на рисунке электрической схеме с двумя бесконечными пеночками сопротивлении найти силу тока через сопротивление R.



Решение.
Найдем сначала сопротивление бесконечных цепочек сопротивлений. Бесконечность такого рода цепочек сопротивлений означает, что добавление к ней ещё одного периодического фрагмента не меняет их сопротивления R_x (см. рисунок). Заметим также, что сопротивления этих 2-х бесконечных цепочек одинаковы.
При добавлении к цепочке R_x ещё одного периодического фрагмента следует, что

$$\frac{1}{R_x} = \frac{1}{r} + \frac{1}{r+R_x}$$ (4 балла)

Откуда

$$R_x = \frac{1}{2}\left(\sqrt{5}-1\right)r$$ (2балла)

Второй, отрицательный. корень квадратного уравнения $R_x^2 + rR_x - r^2 = 0$ отбрасываем как нефизический. (1балл)
Таким образом, сопротивления слева и справа от источника напряжения равны по R_x. и суммарное сопротивление всей пени равно

$$R_c = R + 2R_x = R + \left(\sqrt{5}-1\right)r$$ (1балл)

По закону Ома ток в цепи через сопротивление R равен

$$I_R = \frac{U}{R_c} = \frac{U}{\left(R+\left(\sqrt{5}-1\right)r\right)}$$ (2балла)

5. Инженер Гаечка изобрела машину. способную двигаться с постоянной скоростью V = 36 км/ч в вертикальном направлении. если стартовать с экватора. В машину встроена система безопасности, которая остановит её. если перестанет ощущать притяжение к Земле. Через сколько времени это произойдет? Радиус Земли R= 6400 км.

Решение.
Отрываясь от поверхности Земли такая машина будет продолжать двигаться со скоростью v— линейкой скоростью вращения Земли вокруг своей оси. Её выражение приблизительно равно:

$$v = \frac{2\pi R}{T_c} = \frac{2\pi R}{24\text{ч}}$$ (3балла)

В таком случае, машина перестанет чувствовать притяжение Земли тогда, когда на высоте h от поверхности центробежные силы будут скомпенсированы с силой гравитации.

$$G \cdot \frac{Mm}{(R+h)^2} = \frac{mv^2}{R+h} \qquad \text{(3балла)}$$

Тогда высота будет равна

$$h = G \cdot \frac{M}{v^2} - R = G\,\frac{M \cdot T^2}{4\pi^2 R^2} - R \qquad \text{(2балла)}$$

а, так как $g = G \cdot \frac{M}{R^2}$ то в итоге получаем

$$h = \frac{gT^2}{4\pi^2} - R = 1.9 \cdot 10^9 \text{м} \qquad \text{(1балл)}$$

Тогда время, через которое машина остановится.

$$t = \frac{\hbar}{v} \approx 6\text{лет} \qquad \text{(1балл)}$$