_З А Д А Н И Я_
II муниципального (районного) этапа
Всероссийской олимпиады школьников по физике 2020-2021
11 Класс

1. Какой длины l математический маятник, с точностью до 1мм, нужно выбрать в г. Иркутске, чтобы от проходил вторую половину пути от положения равновесия до крайнего положения за время $t_2 = 1/4$ с? Ускорение свободного падения в Иркутске равно g = 9,82 м/с^2 . Считать, что длина маятника намного превышает амплитуду отклонения.

Решение

Так как длина маятника намного превышает расстояние между положением равновесия и крайним положением, то колебания можно считать гармоническими, происходящими вдоль горизонтальной координаты x

Уравнение колебания $x = x_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$ (2балла)

Где x_0 амплитуда колебаний

$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ - (1балл)

циклическая частота. Если выбрать за начало отсчета времени и координаты положение равновесия, то

$$x = x_0 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = x_0 \sin(\omega t)$$

Для первой половины амплитуды

$x = \frac{x_0}{2}$; $\frac{x_0}{2} = x_0 \sin(\omega t_1)$; $\sin(\omega t_1) = \frac{1}{2}$; $\omega t_1 = \arcsin 0.5$

наименьшее решение $\arcsin 0.5 = \frac{\pi}{6}$, тогда $t_1 = \frac{\pi}{6\omega}$ (3балла)

время прохождения первой половины амплитуды.

Для прохождения пути $x=x_0$ маятнику потребуется время t , которое может быть найдено из уравнения

$x_0 = x_0 \sin(\omega t)$; $\omega t = \arcsin 1$ (1балл)

Наименьшее решение этого уравнения $t=\pi/2\omega$,соответствует времени прохождения маятником пути от положения равновесия до крайнего положения. Следовательно, вторую половину пути маятник проходит за время

$t_2 = t - t_1 = \frac{\pi}{2\omega} - \frac{\pi}{6\omega} = \frac{\pi}{3\omega}$ откуда $\omega = \frac{\pi}{3t_2}$ (1балл)

Найдем длину нити

$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} = \frac{\pi}{3t_2}$, откуда $l = \left(\frac{3t_2}{\pi}\right)^2 \cdot g = 0.5597м = 560мм$ (2балла)

Ответ: 560мм

2. На вертикально стоящий деревянный конус с диаметром основания D= 20 см, плотно насаживают параллельно основанию, до середины высоты, замкнутый квадрат из мягкой проволоки сопротивлением R =1 Ом. Конус находится в однородном магнитном поле индукцией B=0,2Тл , направленным под углом 30^0 к плоскости основания. Какой заряд протечет по проволоке в процессе насаживания? Зависит ли этот заряд от скорости насаживания?

Решение

В процессе насаживания форма контура будет меняться с квадратной на круговую, при неизменном периметре. $4a=\pi d$

Где а – сторона квадрата, d=D/2 диаметр проволочного круга (здесь учтено, что диаметр сечения, параллельного основанию, меняется пропорционально расстоянию от вершины конуса). Таким образом

$4a = \frac{\pi D}{2}$ или $a = \frac{\pi D}{8}$ (2балла)

Соответственно площадь квадрата S_1 и площадь круга S_2 будут равны

$S_1 = a^2 = \frac{\pi^2 D^2}{64}$; $S_2 = \frac{\pi D^2}{16}$ (2балла)

Так как $S_2 > S_1$, то в процессе изменения формы контура в магнитном поле будет меняться и магнитный поток Ф сквозь площадь, охватываемую контуром, на величину

$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = B(S_2 - S_1)\sin\alpha = B\frac{\pi D^2}{16}(1 - \frac{\pi}{4})\sin\alpha$ (2балла)

В свою очередь, это вызовет появление ЭДС индукции $\xi = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$. По закону Ома ток в контуре $I = \frac{\xi}{R}$

Этот ток перенесет за время Δt заряд $\Delta q = I\Delta t = -\frac{\Delta\Phi}{R}$ (3балла)

$\Delta q = -\frac{B}{R}\frac{\pi D^2}{16}\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)\sin\alpha = -0.000168$ Кл $= -0.17$ мКл (1балл)

3. Из горизонтально установленного на высоте H=2м над поверхностью поля сопла поливочной машины бьет под напором струя воды. Расход воды Q составляет 30 литров в минуту при внутреннем диаметре сопла d=5мм. На каком удалении от сопла r струя достигает горизонтальной поверхности поля? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение

Расход воды можно представить по формуле

$Q=V/t_0$, где $V = S \cdot v \cdot t0$ - объем воды, истекающей из отверстия сопла площадью S со скоростью v за время t_0. Откуда

$$Q=S\cdot v. \qquad (2балла)$$

Для кругового сечения $S=\pi d^2/4$, следовательно, начальная скорость частиц струи равна

$$v= Q/S=4Q/\pi d^2. \qquad (1балл)$$

Если пренебречь сопротивлением воздуха, то движение частиц струи можно рассматривать как движение тела, брошенного горизонтально в поле силы тяжести. Поэтому, по формулам кинематики равноускоренного движения с ускорением $g=9.8$ м/с^2, имеем

$$L=v\cdot t\ ; \quad H=gt^2/2, \qquad (2балла)$$

где L- горизонтальная дальность полета частиц струи; t-время их полета от сопла до поверхности поля.

Откуда $t=(2H/g)^{1/2}$; $L=v\cdot (2H/g)^{1/2} =(4Q/\pi d^2)\cdot (2H/g)^{1/2}$. (2балла)

$L=4\cdot 0{,}5\cdot 10^{-3}/\pi\cdot 25\cdot 10^{-6}(2\cdot 2/9{,}8)^{1/2}=16{,}3$ м. (1балл)

Искомое удаление $r=(H^2+L^2)^{1/2}=16{,}4$ м (2 балла)

4. Каков объем $\mathbf{V_1}$ всасывающей камеры вакуумного насоса, если за два полных цикла откачки масса воздуха внутри откачиваемого стального баллона объемом $\mathbf{V_2}$ =5 литров уменьшилась в два раза? Процесс откачки считать изотермическим.

Так как процесс изотермический, то можно применить закон Бойля-Мариотта

$$p_0V_0 = p_1(V_1 + V_2),\ p_1 = p_0\frac{V_2}{V_2+V_1} \qquad (2балла)$$

Где $\mathbf{p}_0$- давление воздуха в баллоне в начале первого цикла откачки; p_1- давление воздуха в камере в конце первого цикла откачки. Применим тот же закон ко второму циклу откачки

$$p_1V_2 = p_2(V_1 + V_2), \text{откуда}\ p_2 = \frac{p_1V_2}{V_1 + V_2};$$

$$p_2 = p_0\left(\frac{V_2}{V_2+V_1}\right)^2 \qquad (2\ балл)$$

Где $\mathbf{p_2}$-давление в конце второго цикла откачки.

Применим теперь уравнение Менделеева- Клапейрона к исходному и конечному состояниям воздуха в баллоне

$$p_0V_2 = \frac{m_0}{\mu}RT\ ; p_2V_2 = \frac{m_2}{\mu}RT \qquad (2\ балла)$$

Где m_2 и m_0- массы воздуха в баллоне, соответственно в начале и в конце откачки. Откуда следует

$$\frac{p_0}{p} = \frac{m_0}{m_2} = 2$$

Следовательно

$\frac{p_0}{2} = p_0\left(\frac{V}{V_2+V_1}\right)^2$ (2балла)

Откуда

$\frac{V_2+V_1}{V_2} = \sqrt{2}\,; V_1 = V_2(\sqrt{2}-1) = 5(\sqrt{2}-1) \approx 2$ литра (2балла)

Ответ: $V_1 = 2$ литра

5. В ненастную погоду заряженная сферическая капелька дождя образовалась из **n** ионизированных капелек грозовой тучи. При этом оказалось, что электрические потенциалы вблизи поверхностей большой и малой капелек воды отличаются в 16 раз. Найти число **n**.

Воспользуемся законом сохранения заряда

$$Q = nq,$$

где Q – заряд большой капельки; q – заряд малой капельки.

Учтем также сохранение общего объема при слиянии малых капелек

$\frac{4}{3}\pi R^3 = n\frac{4}{3}\pi r^3,$ *(3балла)*

где R и r – радиусы большой и малых капелек, откуда

$R = rn^{\frac{1}{3}}$ (2балла)

Потенциалы вблизи поверхности большой и малых капель, соответственно, равны

$$\varphi_1 = k\frac{Q}{R}\,; \varphi_2 = k\frac{q}{r}\text{, где}$$

k – постоянная закона Кулона

Или

$$\varphi_1 = \frac{Q}{rn^{\frac{1}{3}}} = k\frac{nq}{rn^{\frac{1}{3}}} = k\frac{q}{r}n^{\frac{2}{3}}$$

$\varphi_2 = k\frac{q}{r}$ *(3балла)*

Откуда $\varphi_1 = \varphi_2 n^{\frac{2}{3}}$

$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = n^{\frac{2}{3}}; n = \left(\frac{\varphi_1}{\varphi_2}\right)^{\frac{3}{2}} = 16^{\frac{3}{2}} = 4^3 = 64$ (2балла)

Ответ: 64 капелек