

Решения и критерии оценивания заданий
муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников
Камчатского края в 2020 – 2021 учебном году.
Время выполнения – 230 минут (3 часа 50 минут).
Максимальное количество баллов – 50 б.

11 класс

Задача 1. Эмпирическая формула (10 баллов) Иногда физиологам необходимо знать примерную площадь поверхности тела среднего человека. Для этой цели существует несколько эмпирических формул (полученных на основании рассуждений и уточненных опытными проверками), связывающих площадь с массой, ростом и т.п. Получите формулу, позволяющую по массе человека приблизительно определить площадь поверхности его тела. Известно, что площадь человека с массой 60 кг примерно равна $1,6 \text{ м}^2$; при массе 70 кг она составляет $1,8 \text{ м}^2$; а при массе 80 кг – 2 м^2 .

Возможное решение:

Масса тела связана с его объемом: $m = \rho V$. Объем тела связан с его размерами через некоторый коэффициент пропорциональности. Например, объем куба связан с длиной L одного из ребер как $V = L^3$, а объем прямоугольного параллелепипеда можно выразить произведением длины, ширины и высоты. Длина, высота и ширина человека не являются произвольными, а связаны между собой некоторыми коэффициентами подобия. Например, их можно выразить через высоту человека: $V = H \cdot k_1 H \cdot k_2 H \sim H^3$. В результате можно записать $m \sim \rho H^3$ или $m = \alpha \rho H^3$, где α - некоторый неизвестный коэффициент. Рассуждая таким же образом, можно выразить и площадь поверхности: $S \sim H^2$ или $S = \beta H^2$. (Столь подробные рассуждения необязательны. Если в работе написано, что объем человека пропорционален кубу его линейного размера, а площадь - квадрату, этого будет достаточно). Сопоставляя полученные соотношения, видим, что если возвести в квадрат обе части первого соотношения, то в него войдет куб площади: $m^2 \sim S^3$, отсюда $S = k \sqrt[3]{m^2}$. Таким образом, искомое соотношение получено. Осталось уточнить значение общего коэффициента пропорциональности. Будем выражать все значения физических величин в единицах СИ, тогда коэффициент будет иметь размерность $\text{м}^2 \cdot \text{кг}^{-2/3}$. Найдем его численное значение, используя приведенные в условии данные. По ним получим: $k_1 \approx 0,104$; $k_2 \approx 0,106$; $k_3 \approx 0,107$. Таким образом, в качестве искомого вполне можно взять среднее значение $k \approx 0,105$ (или просто $k \approx 0,1$) То есть $S = 0,1 \sqrt[3]{m^2}$, при этом формула будет давать примерные значения площади тела по известной массе без учета особенностей, присущих отдельным типам телосложений. Полученную формулу называют формулой Мия.

Критерии оценивания:

Указано, что объем человека пропорционален кубу его линейного размера	2 балла
Указано, что площадь человека пропорциональна квадрату его линейного размера	2 балла
Записана формула $m = \alpha \rho H^3$	1 балл
Записана формула $S = \beta H^2$	1 балл

Получена формула площади $S = k\sqrt[3]{m^2}$	2 балла
Найдено среднее значение коэффициента пропорциональности	1 балл
Записана окончательная формула	1 балл

Задача 2. «Ох, уж эта относительность!» (10 баллов) Поезд длины $L = 350$ м начинает двигаться по прямому пути с постоянным ускорением $a = 3,0 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}^2$. Через $t = 30$ с после начала движения был включен прожектор локомотива (событие 1), а через $\tau = 60$ с после этого – сигнальная лампа в хвосте поезда (событие 2). Найти расстояние между этими событиями в системах отсчета, связанных с поездом и Землей. Как и с какой постоянной скоростью u относительно Земли должна перемещаться некоторая система отсчета К, чтобы оба события произошли в ней в одной точке?

Возможное решение:

В системе отсчета поезда расстояние между двумя событиями, очевидно, равно длине поезда $L_0 = 350$ м. Предположим, что поезд начинает движение ($v_0 = 0$) в момент времени $t = 0$ в положительном направлении оси Ox и начальной точке ($x_0 = 0$). Тогда координата первого события относительно Земли:

$$x_1 = \frac{at^2}{2} = 13,5 \text{ м.}$$

И, аналогично, координата второго события равна:

$$x_2 = -L + \frac{a(t + \tau)^2}{2} = -228,5 \text{ м.}$$

Координата отрицательна – это означает что «хвост» поезда еще не доехал до точки отправления локомотива (не говоря уже о точке включения прожектора). Очевидно, расстояние между этими двумя событиями равно в системе отсчета, связанной с Землей равно

$$L_1 = |x_2 - x_1| = 242 \text{ м.}$$

Для того, чтобы два события происходили в одной и той же точке системы отсчета К, движущейся с постоянной скоростью u относительно Земли, расстояние, пройденное системой в интервале времени τ , должно быть равно вышеуказанному расстоянию.

$$L_1 = u\tau$$

Откуда

$$u = \frac{L_1}{\tau} = 4,03 \text{ м/с.}$$

Очевидно, система К должен двигаться в направлении, противоположном маршруту, так что если (например) начало системы К совпадает с точкой x_1 на Земле в момент времени t , то оно должно совпасть с точкой x_2 в момент времени $t + \tau$.

Критерии оценивания:

Указано, что расстояние между событиями относительно поезда равно длине поезда	1 балл
Найдена координата первого события	2 балла
Найдена координата второго события	2 балла
Найдено расстояние в системе отсчета, связанной с Землей	1 балл
Сформулировано условие пространственного совпадения событий	3 балла
Найдена скорость К-системы	1 балл

Задача 3. «Скок поскок» (10 баллов) На теннисный мяч с высоты 1 м падает кирпич и подскакивает почти на 1 м. На какую высоту подпрыгнет мяч?

Возможное решение:

В тот момент, когда кирпич отрывается от мяча, скорость кирпича равна скорости верхней точки мяча. Обозначим эту скорость через v . Далее кирпич движется свободно и, применив к нему закон сохранения энергии

$$\frac{Mv^2}{2} = Mgh$$

найдем, что $v = \sqrt{2gh}$, где h – высота подъема кирпича.

Скорость нижней точки мяча в тот момент, когда кирпич отрывается от него, равна нулю. Скорость центра мяча будет равна $v/2$. Записав для мяча закон сохранения энергии:

$$\frac{m\left(\frac{v}{2}\right)^2}{2} = mgh_1$$

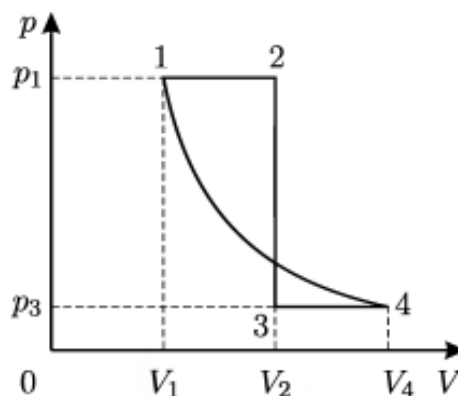
где h_1 – высота подъема мяча, найдем:

$$h_1 = \frac{\left(\frac{v}{2}\right)^2}{2g} = \frac{v^2}{8g} = \frac{2gh}{8g} = \frac{h}{4} = 25 \text{ см}$$

Критерии оценивания:

Указано, что скорость кирпича равна скорости верхней точки мяча	2 балла
Закон сохранения энергии для кирпича	1 балл
Формула скорости отскока кирпича	1 балл
Найдена скорость центра мяча	2 балла
Закон сохранения энергии для кирпича	2 балла
Формула высоты подъема мяча, расчет	2 балла

Задача 4. ТД-цикл (10 баллов) Тепловая машина, рабочим телом которой является идеальный одноатомный газ, совершает работу в цикле 1-2-3-4-1, состоящем из двух изобар, изохоры и адиабаты (см. рисунок). Найдите КПД тепловой машины, работающей по такому циклу, если $V_1 = 5 \text{ л}$, $V_2 = 10 \text{ л}$, $V_4 = 15 \text{ л}$, $p_1 = 317 \text{ кПа}$, $p_3 = 51 \text{ кПа}$.



Возможное решение:

В рассматриваемом процессе газ отдаёт количество теплоты Q_2 на участке 2-3 и получает количество теплоты Q_1 на участках 1-2 и 3-4. На участке 4-1 над рабочим телом совершается работа без теплообмена с внешней средой. Обозначим через T_i ($i=1,2,3,4$) температуры в состояниях с номерами i .

Из первого начала термодинамики, поскольку газ одноатомный, с учётом уравнения Менделеева - Клапейрона получаем:

$$Q_2 = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_3) = \frac{3}{2} V_2 (P_1 - P_3)$$

$$Q_1 = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) + P_1 (V_2 - V_1) + \frac{3}{2} \nu R (T_4 - T_3) + P_3 (V_4 - V_2) =$$

$$= \frac{5}{2} P_1 (V_2 - V_1) + \frac{5}{2} P_3 (V_4 - V_2)$$

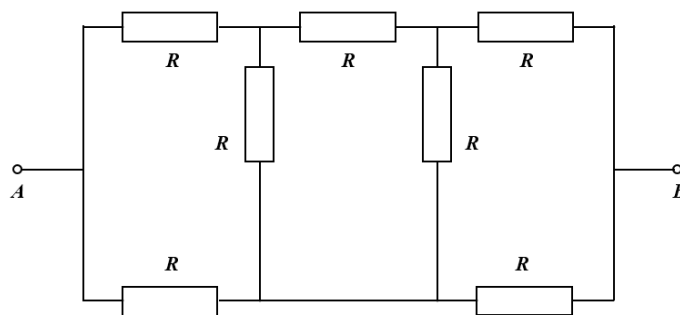
Тогда

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{3V_2(P_1 - P_3)}{5(P_1(V_2 - V_1) + P_3(V_4 - V_2))} = 0,133 = 13,3 \%$$

Критерии оценивания:

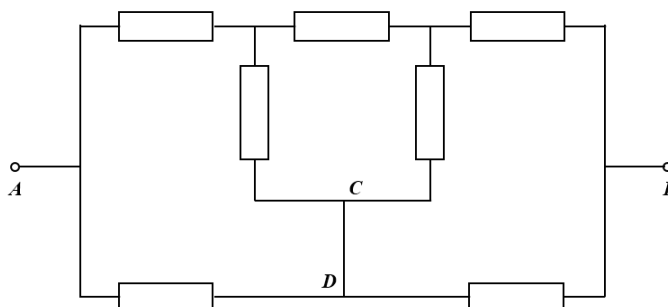
Первый закон термодинамики для участка 2-3 (Q ₂)	1 балл
Работа на участке 1-2	1 балл
Изменение энергии на участке 1-2	1 балл
Работа на участке 3-4	1 балл
Первый закон термодинамики для участка 1-2	1 балл
Изменение энергии на участке 3-4	1 балл
Первый закон термодинамики для участка 3-4	1 балл
Найдено Q ₁	1 балл
Формула КПД	1 балл
Подстановка значений, расчет	1 балл

Задача 5. Двойной мост (10 баллов) Семь одинаковых резисторов соединены так, как показано на рисунке. Найдите сопротивление между точками А и В, если $R = 1 \text{ Ом}$.



Возможное решение:

Перерисуем схему в виде, изображенном рисунке 2.



Напряжение между точками С и D равно нулю, поэтому если разомкнуть соединяющий эти точки проводник, то никаких электрических изменений в схеме не произойдет. Сама схема примет при этом вид простого параллельно-последовательного соединения.

Сопротивление между точками А и В схемы равно:

$$R_{AB} = \frac{1}{\frac{1}{2R} + \frac{1}{2R + \frac{2}{3}R}} = \frac{8}{7}R = \frac{8}{7} \text{ Ом}$$

Критерии оценивания:

Преобразование схемы к удобному виду	2 балла
Указано, какие точки можно цепи разомкнуть	3 балла
Получение эквивалентной схемы	2 балла
Нахождение сопротивлений ветвей	2 балла
Нахождение общего сопротивления	1 балла