Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
по физике 2020-2021 г.
11 класс

Задача 1

В тумане корабли, чтобы не столкнуться, подают сигнал другим кораблям гудком. Два корабля идут навстречу друг другу в проливе. Первый идёт со скоростью υ_1, а второй со скоростью υ_2= 36 км/ч. В какой-то момент времени первый корабль издаёт гудок.В это время между кораблями по радару было расстояние равное 4262 м. Капитан второго корабля, услышав сигнал, тут же ответил своим сигналом.Капитан первого корабля услышал ответный гудок второго корабля через время t. В это время между кораблями по радару было расстояние равное 3902м. Скорость звука $\upsilon_{зв}$=340 м/с, и не зависит от скорости источника, посылающего сигнал. Найтискорость первого корабляυ_1 и полное время сигналаt.

(10 баллов)

Решение:

Обозначим расстояние между кораблями в момент подачи сигнала (t= 0) через L и используем систему отсчета, в которой скорости кораблей равны v_1 и v_2 соответственно. Тогда встреча звукового сигнала и второго корабля состоится в момент времени: $t_1=L/(v_2+v_{зв})$.

В этот момент времени расстояние между кораблями будет равно:

$S = L-(v_1+v_2)t_1 = L\left(1-\frac{v_1+v_2}{v_2+v_{зв}}\right) = L\cdot\frac{v_{зв}-v_1}{v_2+v_{зв}}$(2 балла)

После подачи ответного сигнала вторым кораблём звук идет навстречу первому кораблю и через время t_2 его услышат на первом корабле:

$t_2=S/(v_1+v_{зв})$.

Полное время будет равно:

$t = t_1+t_2 = \frac{L}{v_2+v_{зв}} + \frac{L\left(\frac{v_{зв}-v_1}{v_2+v_{зв}}\right)}{v_1+v_{зв}}$(2 балла)

Тогда имеем:

$L = \frac{(v_1+v_{зв})(v_2+v_{зв})}{2v_{зв}}t$ (1) (1 балл)

Расстояние L_1 между кораблями в момент принятия сигнала первым капитаном равно:

$L_1 = L-(v_1+v_2)t.$ (2) (1 балл)

Формулы (1) и (2) запишем в виде:

$$\begin{cases} v_1t+v_{зв}t = \dfrac{2v_{зв}L}{v_2+v_{зв}} \\ v_1t+v_2t = L-L_1 \end{cases}$$

Вычитая из первого уравнения второе, избавимся от v_1t, получим:

$$v_{зв}t-v_2t = \frac{2v_{зв}L}{v_2+v_{зв}} - L + L_1$$

Выразим t:

$$t = \frac{2v_{зв}L}{(v_2+v_{зв})(v_{зв}-v_2)} - \frac{L-L_1}{v_{зв}-v_2} = 24\ с \qquad \text{(2 балла)}$$

Из уравнения (2) имеем:
$v_1 = \frac{L-L_1}{t} - v_2 = 5\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$. (2 балла)

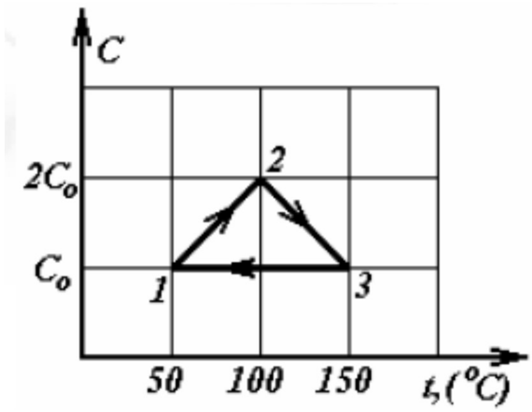
Примечание: так как скорости кораблей много меньше скорости звука, то даже ошибочные решения часто приводят к правильным численным ответам.

Задача 2
На легкой пружине, установленной вертикально, сверху лежит прикреплённая к ней гиря. Деформация пружины при этом составляет x = 5 см. Экспериментатор стал гирю медленно приподнимать вверх. Спустя некоторое время деформация пружины выросла вдвое. При этом была совершена работа A = 11 Дж. Найти коэффициент жесткости пружины k.
(10 баллов)

Решение
Напишем условие равновесия гири в начальный момент:
$mg = kx$, где m – масса гири, k – жёсткость пружины. (2 балла)
Потенциальная энергия деформированной пружины равна $\frac{kx^2}{2}$.
а потенциальная энергия силы тяжести равна mgh, (2 балла)
тогда запишем закон сохранения энергии, приняв «нулевой» уровень потенциальной энергии силы тяжести в начальном положении гири:

$\frac{kx^2}{2} + A = 3mgx + \frac{k(2x)^2}{2}$. (3 балла)
Отсюда следует, что
$A = 3kx + \frac{3kx^2}{2}$,
т.е. получаем:
$k = \frac{2A}{9x^2} = \approx 977{,}77$ Н/м. (3 балла)

Задача3
Идеальный одноатомный газ количеством вещества ν= 1 моль совершает процесс 1→2→3→1, показанный на рисунке, где C- теплоемкость газа.$C_o = \frac{3}{2}R$, t - температура по шкале Цельсия. Какое количество теплоты Qполучил от нагревателя газ? Какая работаA совершена газом за весь процесс? Чему равен КПД «цикла»? Найдите КПД цикла Карно, максимальная и минимальная температуры которого совпадают с соответствующими температурами данного процесса. Сравните и объясните полученные значения КПД. Универсальная газовая постоянная: $R = 8{,}31\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$.



(10 баллов)

Решение:

Из графика процесса видно, что C·Δt = δQ, где δQ - количество теплоты, полученное газом при изменении температуры на величину Δt. Следовательно площадь, под графиком зависимости C(t) численно равна количеству полученной теплоты.

На участках1→2 и 2→3 видно, что C >0 и Δt>0 , поэтому на этих участках газ получает теплоту от нагревателя и δQ>0. Количество теплоты, полученной газом, равно площади фигуры под графиком:

$Q_1 = 2\frac{C_0+2C_0}{2}(t_2-t_1) = 3C_0(t_2-t_1) = \frac{9}{2}R(t_2-t_1)$. (2 балла)

Подстановка численных значений приводит к результату

$$Q_1 = \frac{9}{2}R(t_2-t_1) = \frac{9}{2}8{,}31(100-50) \approx 1{,}9 \text{ кДж}.$$

На участке 3 → 1 будет C > 0, но Δt < 0 , поэтому на этом участке газ отдает теплоту холодильнику δQ< 0. Количество отданной теплоты равно

$Q_2 = C_0(t_3-t_1) = \frac{3}{2}R(t_3-t_1)$.

По завершении всего процесса 1→2→3→1 температура газа принимает первоначальное значение, поэтому изменение внутренней энергии ΔU равно нулю, следовательно, разность полученной и отданной теплоты равна работе совершенной газом:

$$A = Q_1 - Q_2 = C_0(t_2-t_1) = \frac{3}{2}R(t_2-t_1) = \frac{3}{2}8{,}31(100-50) \approx 0{,}62 \text{ кДж}$$

(2 балла)

Тогда КПД процесса будет равен: $\eta = \frac{1}{3} \approx 0{,}33$ (1 балл)

Сравним этот результат с КПД цикла Карно. Максимальная температура газа будет в точке 3, а минимальная в точке 1, поэтому по теореме Карно максимальный КПД цикла, работающего в данном диапазоне температур равен (температуры должны быть переведены в абсолютную шкалу) будет равен:

$\eta_К = \frac{T_3-T_1}{T_3} = \frac{t_3-t_1}{t_3+273} = \frac{100}{150+273} \approx 0{,}24$ (1 балл)

Получается, что КПД цикла Карно, при тех же предельных температурах, оказался меньше, чем в рассматриваемом процессе. (1 балл)

Разрешение парадокса в том, что рассмотренный процесс не является циклическим. А теорема Карно справедлива для циклических процессов, поэтому в данном случае она не применима. (1 балл)

Примечание: Докажем, что конечное состояние отличается от начального. Запишем 1 закон термодинамики для маленького изменения температуры ΔT на участке 1 → 2 → 3:

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A$$

Или:

$$C\Delta T = \frac{3}{2}R\Delta T + p\Delta V$$

Т.к. $C > \frac{3}{2}R$, то $\Delta A = p\Delta V > 0$, т.е. газ расширяется, и $V_3 > V_1$.

На участке 3 → 1 имеем: $C = C_0 = \frac{3}{2}R$, $\Delta A = 0$, т.е. процесс изохорный. В итоге: $T_k = T_1$, $V_k = V_3 > V_1$, а $p_k < p_1$.

Задача 4
К батарейке присоединили первую лампочку сопротивлением R_1=3 Ом. Затем, отсоединив первую лампочку, к батарейке присоединили вторую лампочку сопротивлением R_2=12 Ом. В обоих случаях мощность, выделяющаяся на лампочках, оказалась одинаковой. Найдите КПД батарейки при присоединении второй лампочки.
(10 баллов)

Решение:
Пусть ЭДС источника E, внутреннее сопротивление r.
Тогда по закону Ома для полной цепи найдём силу тока в первом случае:

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + r}$$

Мощность первой лампочки (2 балла)

$$\text{P}_1 = {I_1}^2 \cdot R_1 = \frac{E^2 \cdot R_1}{(r + R_1)^2}$$

Аналогично для второй лампочки:

$$I_2 = \frac{E}{R_2 + r}$$

мощность второй лампочки будет равна (2 балла)

$$\text{P}_2 = {I_2}^2 \cdot R_2 = \frac{E^2 \cdot R_2}{(r + R_2)^2}$$

Тогда из равенства мощностей имеем:

$$\frac{E^2 R_1}{(r + R_1)^2} = \frac{E^2 R_2}{(r + R_2)^2}$$

$$\frac{\sqrt{R_1}}{(r + R_1)} = \frac{\sqrt{R_2}}{(r + R_2)}$$

и получаем, что:

$$\sqrt{R_1}(r + R_2) = \sqrt{R_2}(r + R_1)$$

$$\sqrt{R_1} \cdot r + \sqrt{R_1} \cdot R_2 = \sqrt{R_2} \cdot r + \sqrt{R_2} \cdot R_1$$

$$\left(\sqrt{R_1} - \sqrt{R_2}\right) \cdot r = \sqrt{R_2} \cdot \sqrt{R_1}\left(\sqrt{R_1} - \sqrt{R_2}\right)$$

$$r = \sqrt{R_2} \cdot \sqrt{R_1}$$ (3 балла)

Мощность источника (батарейки) при присоединении второй лампочки:

$$\text{P}_б = I_2 \cdot E = \frac{E^2}{R_2 + r}$$ (2 балла)

откуда коэффициент полезного действия будет равен:

$$\eta_2 = \frac{\text{P}_2}{\text{P}_б} = \frac{R_2}{R_2 + r} = \frac{R_2}{R_2 + \sqrt{R_1 R_2}} = \frac{12}{\sqrt{3 \cdot 12} + 12} = \frac{12}{18}$$ (1 балл)

$$\eta_2 = 66{,}66\%$$

Задача 5

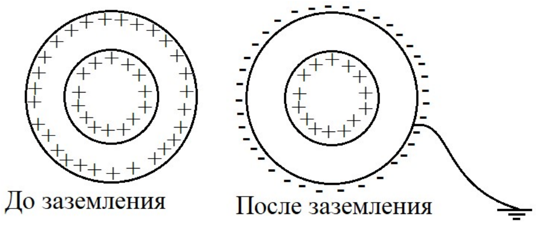
Металлический шар заряжен положительным зарядом с поверхностной плотностью σ. Шар окружен концентрической металлической тонкостенной сферической оболочкой, имеющей вдвое больший радиус и такой же по величине электрический заряд. Оболочку заземляют. Определите поверхностную плотность заряда на оболочке после заземления.

(10 баллов)

Решение:

Поверхностная плотность заряда шара $\sigma_1=Q/S$, т.к. заряд равномерно распределяется по поверхности шара.

Когда оболочку заземляют, то потенциал оболочки становится равен нулю. Под влиянием поля положительно заряженного шара электроны с поверхности земли переходят на поверхность оболочки и заряд оболочки станет отрицательным.



Потенциал оболочки определяется так:

$$\varphi_{\text{об}} = 0 = k\frac{Q_{\text{шара}}}{R_{\text{об}}} + k\frac{Q_{\text{об}}}{R_{\text{об}}} \qquad \text{(4 балла)}$$

То есть для заряда оболочки получим: $-Q_{\text{шара}}=Q_{\text{об}}$. (3 балла)

Заряд распределяется по внешней поверхности оболочки.

Так как $R_{\text{об}} = 2R_{\text{шара}}$, то $\sigma_2=Q_{\text{об}}/S_{\text{об}} = -\sigma/4$ (3 балла)