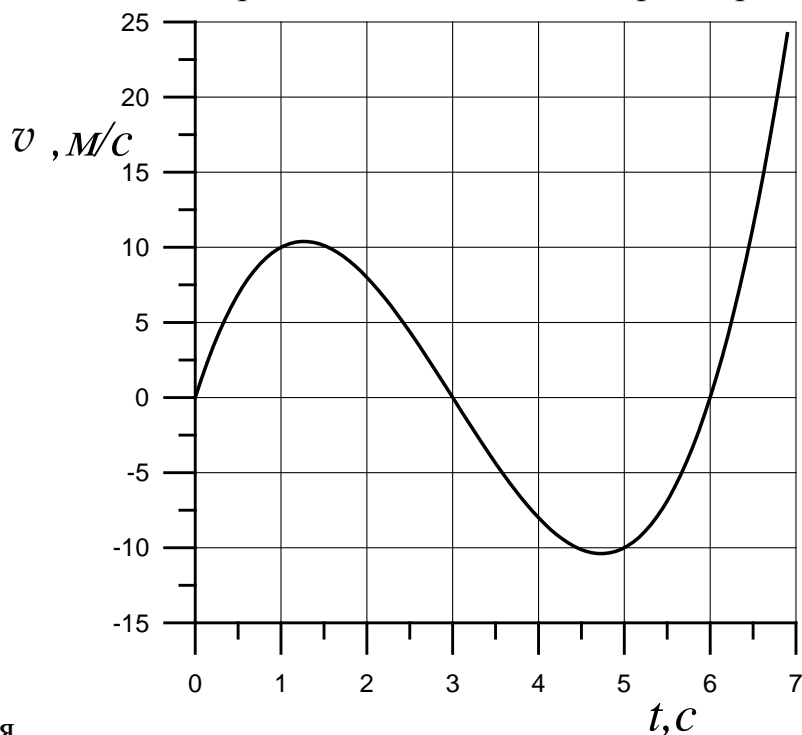


Возможные решения задач

11 класс

Задача 1. Движение по окружности

Анализ зависимости $v = f(t)$ показывает, что тело вначале движется по окружности в одном направлении, затем оно останавливается и начинает двигаться в противоположном направлении. Далее еще раз происходит смена направления



движения.

Решив кубическое уравнение, легко определить те моменты времени, когда скорость движения становится равной нулю. Это происходит, не считая начальный момент времени $t_1 = 0$ с, в моменты времени $t_2 = 3$ с и $t_3 = 6$ с.

До первой остановки тело не успевает сделать полный оборот. Оценим скорости (м/с) $v(1) = 10$, $v(1.5) = 10.125$; $v(2) = 8$. Если бы тело все время до остановки двигалось бы со скоростью 10 м/с, то оно прошло бы за три секунды расстояние меньше половины длины окружности.

Пути проходимые телом за промежутки времени $t_2 - t_1$ и $t_3 - t_2$ равны. Пути численно равны площадям под графиком скорости. Кривая зависимости скорости от времени антисимметрична относительно точки $t_3 = 3$. На самом деле, при переносе начала координат в эту точку (заменив t на $t-3$) получим $v(t) = t(t^2 - 9)$, т.е. $v(t) = -v(-t)$. Значит, пути проходимые телом в прямом и обратном направлении одинаковы. Следовательно в точке О тело снова окажется через 6 с.

Критерии оценивания решения:

Вывод о том, что тело будет менять направление своего движения – 3 балла.

Определение моментов времени, когда скорость становится равной нулю – 2 балла.

Пояснение того, что до первой остановки тело не успевает сделать полный оборот и пути проходимые телом за промежутки времени $t_2 - t_1$ и $t_3 - t_2$ равны – 3 балла.

Указание момента времени, когда тело снова окажется в точке O – 2 балла.

Задача 2. Соударение шаров

Если шары начинают падать с высоты h , то они достигают горизонтальной поверхности стола со скоростью:

$$v = \sqrt{2gh}. \quad (1)$$

Нижний шар ударяется о стол, отлетает вверх со скоростью v и сталкивается с верхним шаром, перемещающимся вниз со скоростью $-v$.

Закон сохранения импульса в проекции на вертикальную ось:

$$(m_2 - m_1)v = m_1u_1 + m_2u_2. \quad (2)$$

Закон сохранения энергии, запишем в виде:

$$(m_1 + m_2)v^2/2 = m_1u_1^2/2 + m_2u_2^2/2. \quad (3)$$

Исключая u_2 , найдём скорость верхнего шара после столкновения:

$$u_1 = (3m_2 - m_1)v / (m_1 + m_2) = (3 - m_1/m_2)v / (m_1/m_2 + 1). \quad (4)$$

Скорость u_1 принимает наибольшее значение, а значит и высота отскока максимальна, при

$$m_2 \gg m_1. \quad (5)$$

Таким образом, верхний шар фактически сталкивается с движущейся со скоростью v навстречу ему бесконечно тяжелой стенкой.

В этом случае верхний шар приобретает скорость $3v$ и подскакивает (с учетом (1)) на высоту

$$H = 9h. \quad (6)$$

При этом нижний шар продолжает движение вверх со скоростью v , почти не потеряв энергии.

Критерии оценивания решения:

Определена скорость шаров у поверхности стола, формула (1) – 1 балл.

Правильно записан закон сохранения импульса для тел, формула (2) – 1 балл.

Правильно записан закон сохранения механической энергии, формула (3) – 1 балл.

Найдена скорость верхнего шара после столкновения, формула (4) – 3 балла.

Получено и записано условие (5) – 3 балла.

Найдена высота H – 1 балл.

Задача 3 Теплоемкость газа

1. В интервале от 0 до 15 минут газ участвует в процессе, при котором $p = \frac{p_0}{V_0} V$

2. По первому закону термодинамики

$$Q = C\Delta T = \Delta U + A = \frac{3}{2}(2p_0 2V_0 - p_0 V_0) + \frac{p_0 + 2p_0}{2}(2V_0 - V_0) = 6p_0 V_0$$

3. Из уравнения Менделеева-Клапейрона $2p_0 2V_0 - p_0 V_0 = 3p_0 V_0 = R\Delta T$

4. Тогда теплоемкость газа в интервале от 0 до 15 минут $C = 2R$

5. В дальнейшем – процесс изобарический и $C = \frac{5}{2}R$

Критерии оценивания решения:

Получено уравнение процесса (пункт 1) - 2 балла

Определено изменение внутренней энергии - 2 балла

Рассчитана работа газа - 2 балла

Вычислена теплоемкость на первом этапе – 2 балла

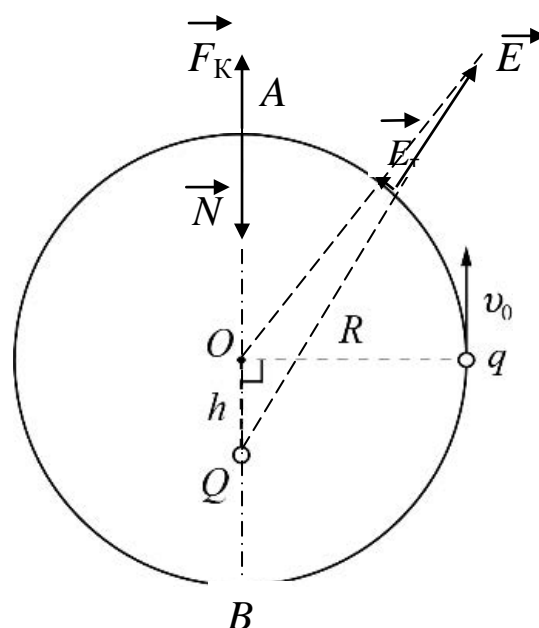
Теплоемкость при изобарическом процессе - 1балл

График $C(t)$ - 1балл

Задача 4. Кольцо с бусинкой

1) При движении от первоначального положения до точки A скорость бусинки будет возрастать, поскольку тангенциальная составляющая напряжённости электрического поля заряда Q , а, следовательно, и тангенциальная составляющая кулоновской силы будет параллельна скорости бусинки. Далее при движении от A к B эти векторы будут антипараллельны и скорость при этом будет уменьшаться. Скорость бусинки в точке A найдем из закона сохранения энергии (кулоновская сила – потенциальна)

$$\frac{mv_0^2}{2} + k \frac{qQ}{\sqrt{R^2 + h^2}} = \frac{mv_A^2}{2} + k \frac{qQ}{R+h}, \text{ где } k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}.$$



Откуда

$$v_A = \sqrt{v_0^2 + \frac{2}{m} kqQ \left(\frac{1}{\sqrt{R^2 + h^2}} - \frac{1}{R+h} \right)}.$$

2) Из второго закона Ньютона в точке A найдем силу реакции кольца:

$$N - F_K = m \frac{v_A^2}{R}, \quad \text{и} \quad N = k \frac{qQ}{(R+h)^2} + \frac{mv_0^2}{R} + \frac{2kqQ}{R} \left(\frac{1}{\sqrt{R^2 + h^2}} - \frac{1}{R+h} \right) =$$

$$= \frac{mv_0^2}{R} + \frac{kqQ}{R} \left(\frac{2}{\sqrt{R^2 + h^2}} + \frac{2h-R}{(R+h)^2} \right).$$

3) Чтобы бусинка сделала полный оборот, её скорость в точке B должна быть $v_B > 0$. Тогда

$$\frac{mv_{0\text{мин}}^2}{2} + k \frac{qQ}{\sqrt{R^2 + h^2}} = k \frac{qQ}{R-h}.$$

И в начальном положении её скорость $v_0 > v_{0\text{мин}} = \sqrt{\frac{2}{m} kqQ \left(\frac{1}{R-h} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + h^2}} \right)}.$

Критерии оценивания решения:

Определена точка, в которой скорость максимальна – 2 балла.

Вычислена скорость в точке A – 2 балла.

Найдена сила, действующая на бусинку – 2 балла.

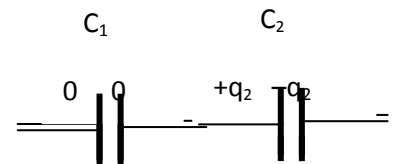
Определено условие, при котором бусинка совершит полный оборот – 2 балла.

Определена граничная скорость и условие совершения полного оборота. – 2 балла.

Задача 5 Смена полярности источника

1. Замыкая ключи, источник подключается к C_2 , диод D_1 закорачивает C_1 . поэтому имеем

$$q_1 = 0; q_2 = C_2 \varepsilon \quad (1 \text{ балл})$$

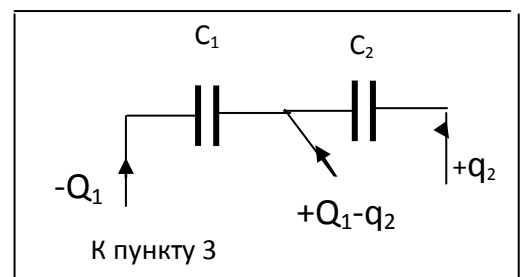


2. После смены полярности источника заряд q_2 на перемычке между конденсаторами не может уменьшиться. т.к. этому препятствуют диоды. (2 балла)

3. Если $C_1 > C_2$, то источник «дозаряжает» перемычку. (Движение зарядов указано на рис.)

$$\text{Тогда } Q_1 = C_1 \varepsilon; Q_2 = 0 \quad (2 \text{ балла})$$

4. Если $C_1 < C_2$, то заряд q_2 перераспределяется между конденсаторами, причем полярность C_2



противоположна полярности источника.

$$U_1 - U_2 = \frac{Q_1}{C_1} - \frac{Q_2}{C_2} = \varepsilon$$

$$Q_1 + Q_2 = q_2 = C_2 \varepsilon \quad (3 \text{ балла})$$

5. Решая систему уравнений, находим:

$$Q_1 = \frac{2\varepsilon C_1 C_2}{C_1 + C_2}, \quad Q_2 = \frac{\varepsilon C_2 (C_2 - C_1)}{C_1 + C_2} \quad (2 \text{ балла})$$

Критерии оценивания решения:

Определены заряды конденсаторов при первом подключении – 1 балл.

Сохранение заряда на перемычке между конденсаторами – 2 балла.

Описание «дозарядки» перемычки при $C_1 > C_2$ – 2 балла.

Пункт 4. – 3 балла.

Определены конечные заряды конденсаторов. – 2 балла.

