Олимпиадные задачи по физике

II муниципального (районного) этапа

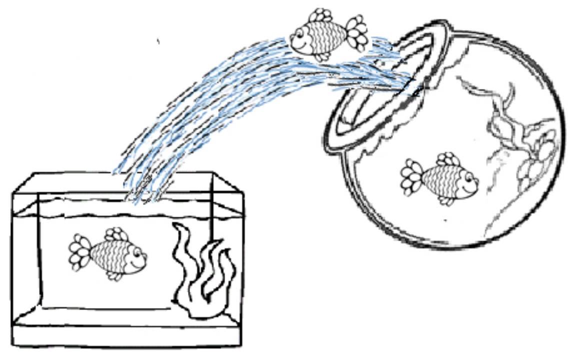
Всероссийской олимпиады школьников по физике 2020-2021

УСЛОВИЯ И РЕШЕНИЯ

7 класс

ЗАДАЧА 1

Из наполовину заполненного водой большого сферического аквариума (см. рисунок), половину жидкости перелили в прямоугольный аквариум, каждая грань которого является прямоугольником, чья длина и ширина равны полутора радиусам первого аквариума.



Какую долю по высоте займёт вода в новом аквариуме? Объём рыбок и водорослей не учитывать!
Формула для вычисления объема сферы: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

Решение:

Радиус первого аквариума R, объём воды в первом аквариуме $V_в = V_1 / 2$

Перелили половину объёма во второй аквариум $V_{в2} = V_1 / 4$

Объём воды во втором аквариуме $V_3 = \left(\frac{3R}{2}\right)^2 h = \frac{9R^2 h}{4}$, где h — высота воды над дном аквариума.

$$\frac{V_{в2}}{V_3} = \frac{V_1}{4} : \frac{9R^2h}{4} = \frac{4\pi R^3}{3 \cdot 4}\frac{4}{9R^2h} = \frac{4\pi R}{27h} = \frac{1}{1}$$

Итого высота воды во втором аквариуме

$$h = \frac{4\pi R}{27}$$

Высота аквариума равна R, значит, вода по высоте составляет

$\frac{h}{R} = \frac{4\pi R}{27R} = \frac{4\pi}{27}$, или примерно 0,465.

Ответ: $\frac{4\pi}{27}$, или примерно 0,465

Примечание:
Расчёт объёма второго аквариума — 2 балла
Расчёт объёма воды — 2 балла
Формула высоты воды — 3 балла
Итоговый расчёт — 3 балла

ЗАДАЧА 2.

Два металлических кубика имеют одинаковую массу. Один кубик стальной (плотностью 7800 кг/м^3), а другой — алюминиевый (плотностью 2700 кг/м^3). Кубики поломали на кусочки и сплавили. Чему равна плотность получившегося сплава?

Решение:

Плотность $\rho = \frac{m}{V}$

Массы равны $m_1 = m_2 = m$

Объём первого кубика $V_1 = \frac{m}{\rho_1}$

Объём второго кубика $V_2 = \frac{m}{\rho_2}$

Объём сплава $V = V_1 + V_2$

Плотность сплава $\rho_{\text{сплава}} = (m + m)/(V_1 + V_2)$

$$\rho_{\text{сплава}} = \frac{2m}{\frac{m}{\rho_1} + \frac{m}{\rho_2}} = \frac{2m}{m\left(\frac{(\rho_1 + \rho_2)}{\rho_1\rho_2}\right)}$$

$$\rho_{\text{сплава}} = \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2}$$

Ответ: 4011 кг/м^3.

Примечание:

Формула плотности — 2 балла

Вывод формулы — 4 балла

Верный ответ — 4 балла

ЗАДАЧА 3.

Дед Мороз собирает посылку с подарками для маленьких детей. Он хочет рассчитать стоимость почтовой пересылки, зная, что доставка одного кг стоит 100 руб. Но в домике Деда Мороза оказались только неравноплечные весы. Масса посылки при взвешивании на одной стороне оказалась равной 80кг, а на другой 20кг. Помогите Деду Морозу вычислить реальный вес посылки и стоимость ее доставки.

Решение:

Пусть длина одного плеча l_1, второго плеча l_2.

Обозначим искомую реальную массу m.

Условие равновесия, когда посылка на одной стороне: $m_1 \cdot l_1 = m \cdot l_2$

Условие равновесия, когда посылка на другой стороне: $m \cdot l_1 = m_2 \cdot l_2$

Выразим m из обоих уравнений и приравняем:

$m = \frac{m_1 l_1}{l_2}$ и $m = \frac{m_2 l_2}{l_1}$, следовательно, $\frac{m_1 l_1}{l_2} = \frac{m_2 l_2}{l_1}$

отсюда $\frac{m_1}{m_2} = \left|\frac{l_2}{l_1}\right|^2$ т.е. $\frac{l_1}{l_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$

Т.о. $m = \frac{m_1 l_1}{l_2} = m_1\sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = \sqrt{m_1 m_2}$

Подставляем численные значения: $m = \sqrt{80 \cdot 20} = \sqrt{1600} = 40$кг.

Стоимость пересылки составит $S = m * 100 = 40 * 100 = 4000$руб.

Примечание:
Верно составлены уравнения для условий равновесия – 4 балла
Верно получено выражение для определения истинной массы посылки – 2 балла
Верно найдено численное значение истинной массы посылки – 3 балл
Верно найдено численное значение стоимости пересылки – 1 балл

ЗАДАЧА 4.

Человек бежит по движущемуся эскалатору. В первый раз он насчитал N_1=50 ступенек, второй раз, двигаясь в ту же сторону со скоростью относительно эскалатора вдвое большей, он насчитал N_2=75 ступенек. Сколько ступенек он насчитал бы на неподвижном эскалаторе?

Решение:

Если бы человек шел в направлении, противоположном движению эскалатора, то он насчитал бы тем меньше ступенек, чем быстрее шел, но не меньше n. В нашем случае направление скоростей человека и эскалатора совпадают.

Пусть v – скорость эскалатора; l – его длина и n – число ступенек на неподвижном эскалаторе.

Число ступенек, приходящихся на единицу длины эскалатора $N = \frac{n}{l}$. Поэтому, если человек идет по эскалатору со скоростью u относительно эскалатора, то время его пребывания на эскалаторе $t = \frac{l}{v+u}$, а путь, пройденный по эскалатору $S = \frac{ul}{v+u}$. При этом человек насчитает число ступенек $N_1 = \frac{ul}{v+u}\frac{n}{l}$. Аналогично, во втором случае он насчитает $N_2 = \frac{2ul}{v+2u}\frac{n}{l}$. Таким образом, мы получили систему двух уравнений для N_1 и N_2, которую можно переписать в виде:

$$\begin{cases} \frac{un}{(v+u)\,N_1} = 1 \\ \frac{2un}{(v+2u)\,N_2} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{n}{N_1} = \frac{v+u}{u} = 1 + \frac{v}{u} \\ \frac{n}{N_2} = \frac{v+2u}{2u} = 1 + \frac{1v}{2u} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{v}{u} = \frac{n}{N_1} - 1 \\ \frac{v}{u} = 2\left(\frac{n}{N_2} - 1\right) \end{cases}$$

Далее найдём n

$$\frac{n}{N_1} - 1 = 2\left(\frac{n}{N_2} - 1\right)$$
$$\frac{n}{N_1} - 1 = \frac{2n}{N_2} - 2$$
$$\frac{2n}{N_2} - \frac{n}{N_1} = 1$$
$$n\left(\frac{2N_1 - N_2}{N_1 N_2}\right) = 1$$
$$n = \frac{N_1 N_2}{2N_1 - N_2}$$

Итого n=50*75/25=150 ступенек.

Примечание:

За определение направлений движения человека и эскалатора — 1 балл

За выведение формул времени и пути движения по эскалатору — 2 балл

За составление системы уравнений — 3 балла

За расчёт и точный ответ — 4 балла

Олимпиадные задачи по физике

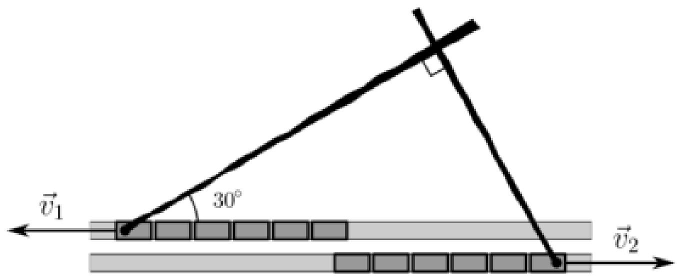
II муниципального (районного) этапа

Всероссийской олимпиады школьников по физике 2020-2021

УСЛОВИЯ И РЕШЕНИЯ

8 класс

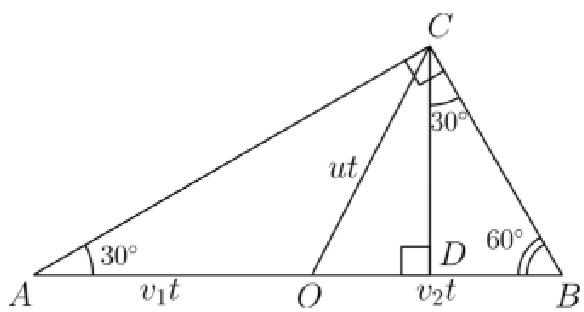
ЗАДАЧА 1.



Два паровозика едут друг навстречу другу по прямолинейному участку пути. Скорость паровозика из Ромашково в Луговое составляет $\mathbf{v}_1$ = 36 км/ч, скорость паровозика из Лугового в Ромашково равна $\mathbf{v}_2$ = 72км/ч. Дым из их труб сносит ветром так, как это показано на рисунке. Найдите скорость ветра в м/с, округлить до целых. Расстоянием между путями пренебречь.

Решение:

Обозначим скорость ветра за u. Рассмотрим точку встречи паровозиков О. За время t первый и второй паровозы переместятся в точки А и В соответственно, а точка пересечения шлейфов под действием ветра сместится в положение С (см. рисунок). Отрезки АО, ВО, СО равны v_1t, v_2t и ut.



Дымовые шлейфы будут параллельны отрезкам АС и СВ. Пользуясь геометрическими соображениями, найдём длину отрезка СО.

В прямоугольном треугольнике АВС напротив угла в 30 градусов лежит катет СВ, равный половине длины гипотенузы: $CB = \frac{1}{2}(v_1 + v_2)t$; угол В равен 60 градусов. Проведём в треугольнике АВС высоту CD. В прямоугольном треугольнике CDB острые углы равны 60 и 30 градусов соответственно, найдём его катеты. Лежащий против угла в 30 градусов катет DB равен половине гипотенузы СВ, т. е. $\frac{1}{4}(v_1 + v_2)t$; катет DC найдём с помощью теоремы Пифагора:

$$DC = \sqrt{CB^2 - DB^2} = \sqrt{\frac{3}{16}(v_1 + v_2)^2 t^2}.$$

Наконец, из прямоугольного треугольника ODC можно найти искомый отрезок CO:

$$\text{CO} = \sqrt{OD^2 + DC^2}$$

$$OD = BO - DB = \frac{3}{4}v_2 t - \frac{1}{4}v_1 t$$

$$CO = ut = \sqrt{\left(\frac{3}{4}v_2 - \frac{1}{4}v_1\right)^2 t^2 + \frac{3}{16}(v_1 + v_2)^2 t^2} = \frac{1}{2}t\sqrt{v_1^2 + 3v_2^2}$$

Следовательно, скорость ветра $u = \frac{1}{2}\sqrt{v_1^2 + 3v_2^2} = 18\ \text{м/с}$

Примечание:

Верно составлена геометрическая картина/нарисован рисунок — 3 балла

Получено верное выражение для скорости ветра — 4 балла

Получено верное значение скорости — 3 балла

ЗАДАЧА 2.

На горизонтальную поверхность льда при температуре T1 = 0°C кладут нагретую однокопеечную монету. Монета проплавляет лёд и опускается на две трети в образовавшуюся лунку. До какой температуры была нагрета монета? Удельная теплоёмкость материала монеты C= 380 Дж/(кг•°C), его плотность ρ = 8,9 г/см^3 , удельная теплота плавления льда λ = 3,4×10^5 Дж/кг, плотность льда ρ_0 = 0,9 г/см^3 . Ответ округлите до целых.

Решение:

Будем считать монету цилиндром с площадью основания S и высотой h. При её остывании до температуры T_1 = 0°C выделяется количество теплоты

$$Q = Cm(T_2 - T_1) = C\rho V(T_2 - T_1) = C\rho Sh(T_2 - T_1)$$

которое достаточно для того, чтобы расплавить лёд объёмом Sx, где x — глубина, на которую погрузится монета:

$$Q = \lambda m = \lambda\rho_0 V = \lambda\rho_0 Sx$$

Зная, что $x = \frac{2}{3}h$, найдём T_2:

$$C\rho Sh(T_2 - T_1) = \lambda\rho_0 S\frac{2}{3}h$$

$$C\rho T_2 - C\rho T_1 = \lambda\rho_0\frac{2}{3}$$

$$C\rho T_2 = C\rho T_1 + \frac{2}{3}\lambda\rho_0$$

$$T_2 = \frac{C\rho T_1 + \frac{2}{3}\lambda\rho_0}{C\rho}$$

Так как T1 = 0 °C, следовательно, $T_2 = \frac{2\lambda\rho_0}{3C\rho} \sim= 60$ °C

Примечание:

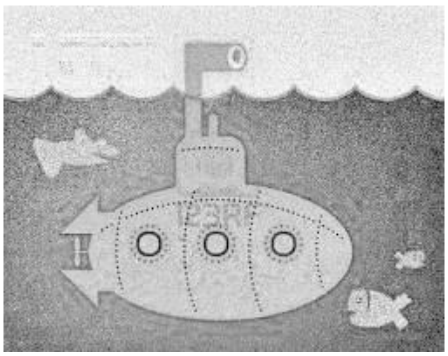
Вывод формулы теплоты охлаждения монеты — 2 балла

Вывод формулы теплоты плавления льда — 2 балла

Вывод формулы расчёта исходной температуры монеты — 3 балла

Расчёт и точное значение исходной температуры монеты — 3 балла

ЗАДАЧА 3.



Некий изобретатель построил прогулочную подводную лодку массой M=8 тонн и внутренним объёмом V=6 м^3. После этого для испытаний он поместил её в круглый бассейн, не полностью заполненный водой, радиусом R=5 м. Он загружал её балластом, пока лодка не погрузилась в воду по самый верхний люк. Масса балласта оказалась равна m=1200 кг. Плотность воды 1000 кг/м^3. Определите среднюю плотность материала конструкции подводной лодки и вычислите, на сколько при испытании поднялся уровень воды в бассейне. Воздухом внутри лодки пренебречь.

Решение:

Условие плавания для подводной лодки после погрузки балласта ($V_{\text{лодки}}$ — внешний объём лодки)

$$F_{\text{Архимеда}} = F_{\text{тяжести}}$$
$$F_{\text{Архимеда}} = \rho_{\text{воды}} g V_{\text{лодки}}$$
$$F_{\text{тяжести}} = (m + M)g$$
$$\rho_{\text{воды}} g V_{\text{лодки}} = (m + M)g$$
$$V_{\text{лодки}} = \frac{m + M}{\rho_{\text{воды}}}$$

Плотность материала конструкции подводной лодки

$$\rho_{\text{лодки}} = \frac{M}{V_{\text{лодки}} - V} = \frac{M}{\frac{m + M}{\rho_{\text{воды}}} - V}$$

$$\rho_{\text{лодки}} = M : \frac{m + M - \rho_{\text{воды}} V}{\rho_{\text{воды}}} = \frac{M \rho_{\text{воды}}}{m + M - \rho_{\text{воды}} V}$$

Итого плотность материала конструкции подводной лодки

$\rho_{лодки}$=1000$\frac{кг}{м^3}$* 8000 кг / (1200 кг +8000 кг -1000$\frac{кг}{м^3}$* 6 м^3)=2500 кг/м^3.

Рассчитаем высоту подъёма уровня воды в бассейне за время испытания. Столб воды увеличился строго на внешний объём лодки.

$$V_{столбаводы} = V_{лодки}$$
$$S_{днабассейна}\Delta h = V_{лодки}$$
$$\pi R^2 \Delta h = V_{лодки}$$
$$\pi R^2 \Delta h = \frac{m + M}{\rho_{воды}}$$
$$\Delta h = \frac{m + M}{\rho_{воды}\pi R^2}$$

Итого Δh= (8000+1200) / (1000 • 3,14 • 5^2)~=0,117 метра или 11,7 сантиметров

Примечание

Верно выведено условия плавания — 3 балла

Верно рассчитан внешний объём лодки — 2 балла

Верно рассчитана плотность — 2 балла

Верно рассчитан подъём воды — 3 балла

Задача 4.

Однажды весенним утром Кристофер Робин и Винни Пух и Пятачок вышли из дома погулять по Пуховой Опушке. Первые 10 минут они шли со скоростью 5 км/ч в направлении на Север, затем повернули на Восток и прошли 2 км за 30 минут, там они остановились на 15 минут на мосту, чтобы поиграть в пушишки. Наигравшись, они поняли, что проголодались и что неплохо было бы подкрепиться. Они пошли домой по прямой со скоростью 6 км/ч. Сколько времени гуляли Кристофер Робин, Винни Пух и Пятачок и какова была их средняя скорость? Ответы округлить до целых.

Решение:

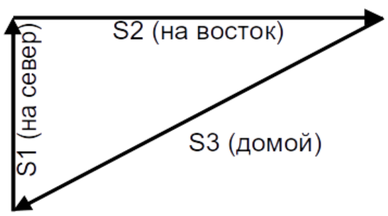
Уравнение движения первого участка пути $S_1=V_1t_1$, где V_1=5 км/ч, t_1=10 минут=1/6 часа

$$S_1 = 5 \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{6}км$$

Уравнение движения второго участка пути $S_2=V_2t_2$, где S_2=2 км, t_2=30 минут=1/2 часа

Время ожидания между вторым и третьим участками пути $t_п$=15 минут=1/4 часа

Уравнение движения третьего участка $S_3=V_3t_3$, где V_3=6 км/ч.



Для того, чтобы получить длину третьего участка пути S_3, используем теорему Пифагора

$$S_3 = \sqrt{S_1^2 + S_2^2}$$

$$S_3 = \sqrt{\left(\frac{5}{6}\right)^2 + 2^2} = \sqrt{\frac{25}{36} + 4} = \sqrt{\frac{25 + 144}{36}} = \sqrt{\frac{169}{36}} = \frac{13}{6}$$

S_3=13/6=2,16(6)~=2,17 км

Тогда $t_3 = \frac{S_3}{V_3} = \frac{13}{6} : 6 = \frac{13}{6 \cdot 6} = \frac{13}{36}$ часа, т. е. примерно 0,36 часа или 21 минута 40 секунд.

Итого время прогулки составило $t = t_1 + t_2 + t_\text{п} + t_3$

t=10 минут + 30 минут + 15 минут + 21 минута 40 секунд=76 минут 40 секунд=1 час 16 минут 40 секунд

Пройденный путь $S = S_1 + S_2 + S_3 = \frac{5}{6} + 2 + \frac{13}{6} = \frac{5}{6} + \frac{12}{6} + \frac{13}{6} = \frac{5+12+13}{6} = \frac{30}{6} = 5\text{км}$

Средняя скорость всей прогулки составила

$V = \frac{S}{t} = \frac{5\text{км}}{1^\text{ч}16^\text{м}40^c} = \frac{5000\text{м}}{4600c} = \frac{50}{46} = 1\frac{2}{23}\frac{\text{м}}{\text{с}}$, или примерно 1 м/с, или $\frac{90}{23}$ км/ч, или примерно 4 км/ч

Примечание:

Построение треугольника — 1 балл

Расчёт общего пути прогулки - 2 балла

Расчёт общего времени прогулки — 3 балла

Расчёт средней скорости — 4 балла