



7 класс, 2020/2021 учебный год Длительность 3 часа. Максимум 40 баллов.

Задача 1. Средняя скорость. На тренировочном полете самолет, летающий по кругу, проходит первый круг со средней путевой скоростью 300 км/ч и начинает следующий круг. С какой постоянной скоростью он должен пролететь второй круг для того, чтобы эта скорость оказалась в два раза больше средней путевой скорости за два круга?

Возможное решение:

Пусть длина одного круга равна S, а средняя путевая скорость за два круга равна V. Тогда по определению средней путевой скорости:

$$V = S_0 / t_0$$
, где S_0 – весь путь, $a t_0$ – все время движения. (1 балл)

Т.к.
$$t_0 = t_1 + t_2$$
, то $V = 2S/(S/V1 + S/2V)$ (4 балла)

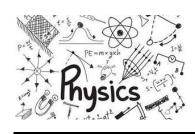
$$\implies V = 4VV1/(2V + V1) \implies V = 3V1/2 = 450$$
 км/ч . (4 балла)

Искомая скорость прохождения второго круга равна u = 2V = 900 км/ч. (1 балл)

Максимум за задачу 10 баллов.

Примечание: Выше приводится возможное решение. Допустимы альтернативные решения. В случае альтернативных решений стоит придерживаться следующего общего подхода к проверке данной задачи:

- использование определения средней путевой скорости 1 балл;
- получение верного выражения для связи между средней путевой скоростью, скоростью на первом круге и скоростью на втором круге 4 балла;
- получение верного значения для средней путевой скорости 4 балла;
- получение верного численного ответа для скорости на втором круге -1 балл.





7 класс, 2020/2021 учебный год Длительность 3 часа. Максимум 40 баллов.

Задача 2. Красители. Известные изобретатели Винтик и Шпунтик наладили в Цветочном городе производство красителей. Краситель «муругий» выпускается в форме кубических кристаллов, каждый из которых содержит один миллиард молекул, а краситель «наномуругий» производится в форме кубических кристаллов по 27 молекул в каждом. Экспертная комиссия в составе Знайки и Незнайки решила провести с красителями сравнительные испытания. Для этого один кристалл «муругия» положили в первый стакан воды, а во второй стакан положили кристаллы «наномуругия» такой же общей массы (количество воды в стаканах одинаково). Через одну секунду в воде первого стакана оказалось 6 миллионов молекул красителя. Оцените, сколько молекул красителя через этот же промежуток времени будет в воде второго стакана. При оценке принять, что в раствор переходят только те молекулы, которые находятся на поверхности кристалла. Температуру кристаллов и воды считать одинаковыми.

Возможное решение:

Кристалл обычного красителя содержит один миллиард молекул, то есть 10^9 молекул. Так как объем пропорционален длине ребра в кубе, то вдоль каждого ребра такого кристалла укладывается 1000 молекул красителя. (2 балла)

Площадь поверхности куба $6a^2$, поэтому на поверхности кристалла находится $1000^2 \cdot 6 = 6$ миллионов молекул. (2 балла)

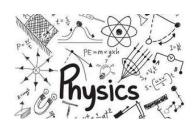
По условию задачи именно столько молекул оказалось в первом стакане за 1 секунду, значит, за это время весь поверхностный слой кристалла растворился. Так как условия растворения одинаковы в обоих стаканах, то и с кристаллов нанокрасителя тоже растворится поверхностный слой молекул. (2 балла)

В кристалле нанокрасителя 27 молекул. Значит, на одном его ребре укладывается 3 молекулы, т.е. все молекулы кроме центральной — поверхностные (участник может показать это с помощью рисунка). Поэтому за 1 секунду весь такой кристалл растворяется. (2 балла)

Чтобы получить такую же общую массу красителя, как в первом стакане, во второй необходимо положить не один, а много кристаллов ($N = 10^9/27 = 37\,037\,037\,$ кристаллов, но вычисление этого количества не является обязательным!!!). При этом все они полностью растворились, значит, во втором стакане окажется один миллиард молекул через 1 секунду. (2 балла).

Максимум за задачу 10 баллов.

Примечание: Выше приводится возможное решение. Допустимы альтернативные решения.





7 класс, 2020/2021 учебный год Длительность 3 часа. Максимум 40 баллов.

Задача 3. На теплоходе. Во время речной прогулки семиклассник Егор прошел по плывущему параллельно берегу теплоходу от кормы к носу и обратно. Скорость Егора относительно его приятеля Артура, сидящего на берегу, была при этом равна 11,4 м/с и 8,6 м/с соответственно. Рассчитайте, какое расстояние относительно Артура прошел за это время теплоход. Известно, что длина палубы теплохода 70 метров, а скорости Егора относительно палубы и теплохода относительно берега постоянны.

Возможное решение:

Теплоход идет по реке с некоторой скоростью vт относительно берега. Поэтому скорости Егора относительно берега при ходьбе от кормы к носу $v_1 = v_T + v_e$ (2 балла), а от носа к корме $v_2 = v_T - v_e$ (2 балла), где ve – скорость Егора относительно теплохода. Из этих двух уравнений получим, что скорость Егора: $v_e = (v_1 - v_2)/2 = 1,4$ м/с (1 балл), а скорость теплохода $v_T = (v_1 + v_2)/2 = 10$ м/с (1 балл).

Время движения Егора по палубе теплохода туда и обратно:

t = 2L/ve, где L=70 м - длина палубы теплохода. (2 балла)

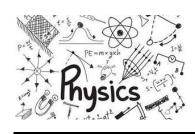
За это время теплоход пройдет относительно Артура, сидящего на берегу, путь

 $S = v_T \cdot t = 2Lv_T/v_e = 1000$ метров. (2 балла)

Ответ: 1000 метров.

Максимум за задачу 10 баллов.

Примечание: Выше приводится возможное решение. Допустимы альтернативные решения.





7 класс, 2020/2021 учебный год Длительность 3 часа. Максимум 40 баллов.

Задача 4. На тот берег. Однажды Мальчик-с-пальчик, путешествуя по свету, дошел до широкой реки. В реке поперек нее он увидел цепочку камней и решил перебраться через речку, перепрыгивая с камня на камень. Известно, что ширина каждого камня 0,5 метра, расстояние между соседними камнями 1 метр, расстояние между берегом и ближайшим к нему камнем также 1 метр. С берега до первого камня Мальчик-с-пальчик прыгает с горизонтальной скоростью 7 м/с, затем идет к краю камня и прыгает на второй камень. Далее идет к его краю, прыгает на следующий и т.д. Так как мальчик быстро устает, то с каждым прыжком его скорость уменьшается на 0,3 м/с, но время прыжка всегда одинаково и равно 0,2 с. Кроме того известно, что прыжок Мальчик-с-пальчик всегда совершает с края камня (или с края берега), а по камням между прыжками идет с постоянной скоростью 1 м/с. Определите максимальную ширину реки, через которую Мальчик-с-пальчик сможет перебраться описанным способом. Сколько времени ему на это потребуется?

Возможное решение:

Данную задачу участники могут решать самыми разными способами, в том числе и последовательными расчетами каждого прыжка. Любой способ решения, который не содержит физических ошибок и приводит к верному результату, считается верным и оценивается на максимальный балл. Ниже приводятся два возможных (но не единственно возможных!) решения.

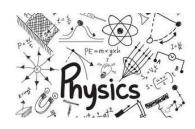
Способ № 1.

Будем последовательно рассматривать каждый прыжок.

Прыжок 1. Скорость 7 м/с, потраченное время 0.2 секунды, пройденное расстояние 1.4 метра. Так как от берега до камня 1 метр, то мальчик пролетел еще 0.4 метра камня и приземлился за 0.1 метр от края камня. На движение по камню понадобилось 0.1 с.

Прыжок 2. Скорость 6,7 м/с, потраченное время 0,2 секунды, пройденное расстояние 1,34 м. Пролетел над камнем 1,34-1=0,34 м, по камню осталось пройти 0,16 м. На движение по камню затрачивается 0,16 с.

Прыжок 3. Скорость 6,4 м/с, время прыжка 0,2 с, пролетел расстояние 1,28 м. Над камнем 1,28-1=0,28 м, по камню прошел 0,22 м, потратил 0, 22 с.





7 класс, 2020/2021 учебный год Длительность 3 часа. Максимум 40 баллов.

Прыжок 4. Скорость 6,1 м/с, время прыжка 0,2 с, пролетел расстояние 1,22 м. Над камнем 1,22-1=0,22 м, по камню 0,28 м., потратил на это 0,28 с.

Прыжок 5. Скорость 5,8 м/с, время прыжка 0,2 с, пролетел расстояние 1,16 м, из них над камнем 1,16-1=0,16 м, по камню 0,34 м, потратил на это 0,34 с.

Прыжок 6. Скорость 5,5 м/с, время прыжка 0,2 с, пролетел 1,1 метра, из них над камнем 1,1-1=0,1 м, по камню 0,4 м, потратил 0,4 с.

Прыжок 7. Скорость 5,1 м/с, время прыжка 0,2 с, пролетел 1,04 м.

Прыжок 8. Скорость 4,8 м/с, время прыжка 0.2 с, пролетает 0.96 м — не допрыгнет.

Итак, мальчик может сделать только 7 прыжков, т.е. седьмой прыжок уже должен быть с крайнего камня на противоположный берег. На прыжки мальчик потратит $7 \cdot 0.2 = 1.4$ с. Ширина реки $7 \cdot 1 + 6 \cdot 0.5 = 10$ метров.

По шести камням мальчик шел: 0.1 + 0.16 + 0.22 + 0.28 + 0.34 + 0.4 = 1.5 с.

Таким образом, на том берегу он окажется через 2,9 с.

Ответ: 10 м и 2,9 с.

Способ № 2.

Пусть v=7 м/с – скорость первого прыжка, u=1 м/с – скорость перемещения мальчика по камню, $\Delta v=0,3$ м/с – уменьшение скорости за один прыжок, d=1 м – расстояние между камнями, b=0,5 м – ширина камня, $\tau=0,2$ с – время прыжка.

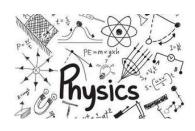
Так как скорость мальчика уменьшается, то на каком-то прыжке он просто не сможет допрыгнуть до следующего камня. На основании этого и определяется максимальная ширина реки.

Мальчик не сможет допрыгнуть до следующего камня или берега, когда его скорость станет меньше, чем $d/\tau = 5$ м/с.

На прыжке под номером N скорость мальчика станет равна: v– $\Delta v(N$ –1), так что можно найти номер прыжка, который станет последним:

$$d/\tau = \nu - \Delta \nu (N-1),$$
 (1)
 $N \approx 7.67.$

Таким образом, Мальчик-с-пальчик сможет прыгнуть 7 раз, а дальше уже не допрыгнет до берега или следующего камня.





7 класс, 2020/2021 учебный год Длительность 3 часа. Максимум 40 баллов.

За 7 прыжков мальчик переместится на расстояние 7d + 6b = 10 м. Так что максимальная ширина реки, которую он сможет преодолеть, равна 10 метров. На прыжки он потратит $t_1 = 7 \cdot 0.2 = 1.4$ с.

Для ответа на второй вопрос необходимо учесть, что мальчик каждый раз приземляется в разные точки камней, поэтому каждый раз тратит разное время на то, чтобы дойти от места приземления до края камня.

Для камня под номером n это время определяется так:

$$t_n = \frac{b - ((v - (n-1)\Delta v)\tau - d)}{u}.$$
 (2)

Камней у нас всего 6 (раз семь прыжков), так что просуммируем и получим:

$$t = 6\frac{b + d - v\tau}{u} + \frac{(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6)\Delta v\tau}{u} = 1,5 c.$$

Тогда на то, чтобы перебраться через реку, мальчику понадобится $T=t+t_1=2,9\ c.$

Ответ: 10 м и 2,9 с.

Критерии оценивания:

1 способ:	
Верный анализ каждого из прыжков с расчетом пройденных	6 баллов
расстояний и времен перемещения по камням	
Определено, сколько всего будет прыжков	1 балл
Определена ширина реки	1 балл
Верно найдено общее время движения	2 балла
2 способ:	
Записано выражение (1) или аналогичное ему	2 балла
Определено число прыжков	2 балла
Определена ширина реки	1 балл
Записано выражение (2) или аналогичное ему	2 балла
Определено время, потраченное на перемещение по камням	2 балла
Определено полное время	1 балл

Итого за задачу: 10 баллов.