

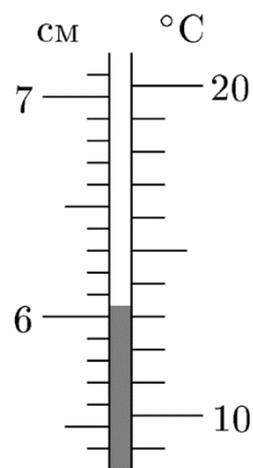
Решения и критерии оценивания заданий
муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников
Камчатского края в 2020 – 2021 учебном году.

Время выполнения – 180 минут (3 астрономических часа).

Максимальное количество баллов – 40 б.

7 класс

Задача 1. Когда станет теплее? (10 баллов) После того, как в доме затопили печь, температура стала медленно расти. Слева от шкалы термометра приложили линейку и определили, что верхний край столбика ртути поднимается на 1 мм за 5 минут. За какое время воздух в доме прогреется от 13 °С до 22 °С?



Возможное решение:

Найдем на рисунке совмещенные риски шкал линейки и термометра. Например, 69 мм соответствует 19 °С, а 60 мм – 13 °С. Расчет показывает, что подъем температуры на 1 °С соответствует подъему уровня ртути на 1,5 мм. Тогда изменение температуры от 13 °С до 22 °С (на 9 °С) будет соответствовать подъему уровня на 13,5 мм. Это займет $13,5 \cdot 5 = 67,5$ минут.

Критерии оценивания:

Нахождение совмещенных рисок	3 балла
Связь между делениями двух шкал	3 балла
Нахождение высоты подъема столбика ртути	2 балла
Расчет времени	2 балла

Задача 2. Центезимальная система (10 баллов) Известная всем градусная система измерения углов восходит к глубокой древности. Однако, во времена первой французской буржуазной революции (1793 г.) во Франции вместе с десятичной (метрической) системой мер была введена сотенная (центезимальная) система измерения углов. В ней прямой угол (90°) делится на 100 частей – «градов» (фр. grade - вариация слова gradus), каждый градус делится на 100 метрических минут, минута - на 100 метрических секунд. Хотя эта система и не вошла во всеобщее употребление, возможность применения градусов часто закладывается в современных микрокалькуляторах. В настоящее время эту систему используют лишь при геодезических измерениях. Принимая в качестве среднего радиуса Земли значение $R = 6371$ км, найдите длину одной метрической минуты дуги земного меридиана. Длину окружности можно рассчитать по формуле $L = 2\pi R$, где R – радиус окружности, число $\pi = 3,14$.

Возможное решение:

Найдем количество метрических минут, содержащихся в окружности. Так как прямой угол делится на 100 градусов, а каждый градус – на 100 метрических минут, то в полной окружности $N = 4 \cdot 100 \cdot 100 = 40000$ метрических минут.

Длина земного меридиана $L = 2\pi R = 6,28 \cdot 6371$ км = 40009,88 км.

Тогда длина дуги в одну метрическую минуту составляет $\Delta l = L/N = 1000$ м = 1 км.

Кстати, длина дуги в одну «угловую минуту» составляет 1852 метра – 1 милю.

Критерии оценивания:

Найдено количество метрических минут в окружности	4 балла
Найдена длина меридиана	3 балла
Найдена длина дуги	3 балла

Задача 3. На горной дороге (10 баллов) На дороге, соединяющей два горных селения, нет горизонтальных участков. Автобус едет в гору всегда с одной и той же скоростью 15 км/ч, а с горы - 30 км/ч. Путь «туда и обратно» автобус проезжает за 4 часа без остановок. Каково расстояние между селениями?

Возможное решение:

Пусть на пути от одного селения до другого автобус S_1 км поднимается в гору и S_2 км едет с горы. Тогда на обратном пути – наоборот: он S_1 км едет с горы, а S_2 км поднимается в гору. Остается заметить, что как в гору, так и с горы он проезжает путь $S = S_1 + S_2$ км. Общее время движения:

$$t = \frac{S_1}{15 \text{ км/ч}} + \frac{S_2}{30 \text{ км/ч}} + \frac{S_2}{15 \text{ км/ч}} + \frac{S_1}{30 \text{ км/ч}} = \frac{S_1 + S_2}{15 \text{ км/ч}} + \frac{S_1 + S_2}{30 \text{ км/ч}}$$

Тогда

$$\frac{S}{15 \text{ км/ч}} + \frac{S}{30 \text{ км/ч}} = 4 \text{ ч}$$

Откуда $S = 40$ км – расстояние между селениями.

Искомое расстояние может быть найдено и через среднюю скорость движения. При одинаковых длинах пройденных участков среднюю скорость находят как *среднее гармоническое* скоростей:

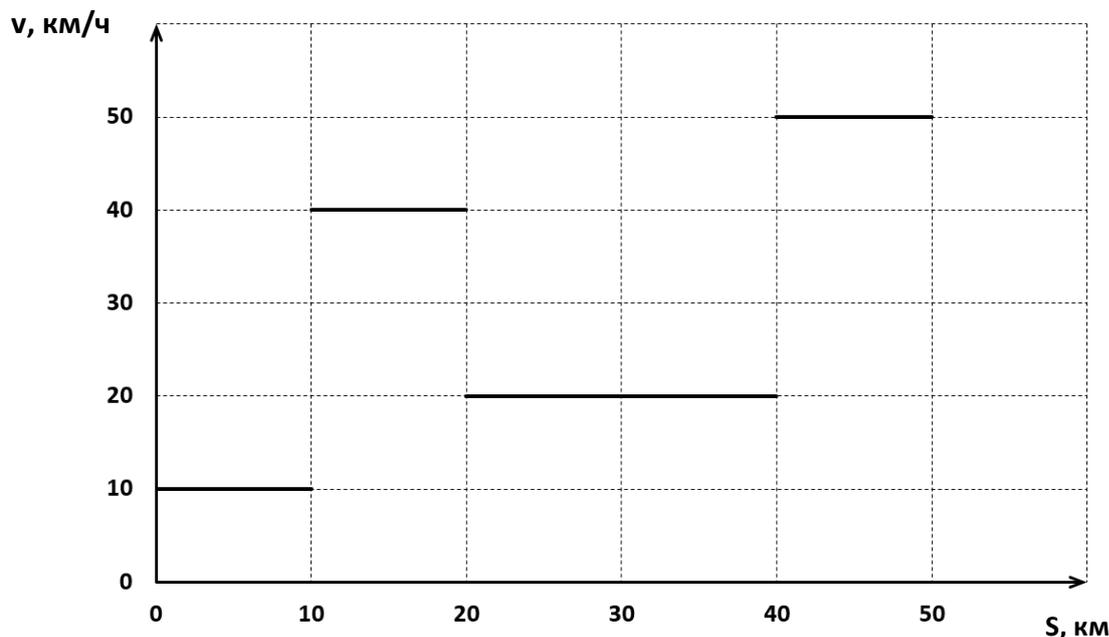
$$v_{\text{ср}} = \frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2} = \frac{2 \cdot 15 \cdot 30}{15 + 30} = 20 \text{ км/ч}$$

Тогда за 4 часа автобус проедет 80 км, а это удвоенное расстояние между селениями.

Критерии оценивания:

Установлено соответствие расстояний, проходимых «в гору» и «с горы» при перемене направления движения	3 балла
Идея о равенстве расстояний, проходимых в прямом и обратном направлении..	2 балла
Составлено уравнение для времени движения автобуса	3 балла
Решено уравнение, получен верный ответ	2 балла

Задача 4. «Рваномерное» движение (10 баллов) На графике представлена зависимость скорости автомобиля v (в километрах в час) от пройденного им пути S (в километрах). Какую половину своего пути автомобиль проедет быстрее: первую или вторую? Во сколько раз?



Возможное решение:

По графику определим длину всего пути $S = 50$ км и скорости движения автомобиля на отдельных участках $v_1 = 10$ км/ч, $v_2 = 40$ км/ч, $v_3 = 20$ км/ч и $v_4 = 50$ км/ч.

Найдем время движения на отдельных участках:

$$t_1 = \frac{S_1}{v_1} = \frac{10 \text{ км}}{10 \text{ км/ч}} = 1 \text{ ч}$$

$$t_2 = \frac{S_2}{v_2} = \frac{10 \text{ км}}{40 \text{ км/ч}} = 0,25 \text{ ч}$$

Время прохождения первых 5 км третьего участка (от 20 до 40 км)

$$t_5 = \frac{S_5}{v_3} = \frac{5 \text{ км}}{20 \text{ км/ч}} = 0,25 \text{ ч}$$

Тогда $t_I = t_1 + t_2 + t_5 = 1,5$ ч – время движения на первой половине пути.

Время прохождения оставшихся 15 км третьего участка

$$t_6 = \frac{S_6}{v_3} = \frac{15 \text{ км}}{20 \text{ км/ч}} = 0,75 \text{ ч}$$

$$t_4 = \frac{S_4}{v_4} = \frac{10 \text{ км}}{50 \text{ км/ч}} = 0,2 \text{ ч}$$

$t_{II} = t_6 + t_4 = 0,95$ ч – время движения на второй половине пути

Так как расстояния одинаковы, то на второй половине пути автомобиль будет двигаться быстрее в 1,58 раза.

$$\frac{t_I}{t_{II}} = \frac{1,5}{0,95} = 1,58$$

Критерии оценивания:

Найдено время движения на первом участке	1 балл
Найдено время движения на втором участке	1 балл
Найдено время прохождения первых 5 км третьего участка	1 балл
Найдено время прохождения последних 15 км третьего участка	1 балл
Найдено время движения на четвертом участке	1 балл
Найдено время движения на первой и второй половинах пути	1 балл
Сделан вывод о скорости движения	2 балла
Найдено отношение времен	2 балла