

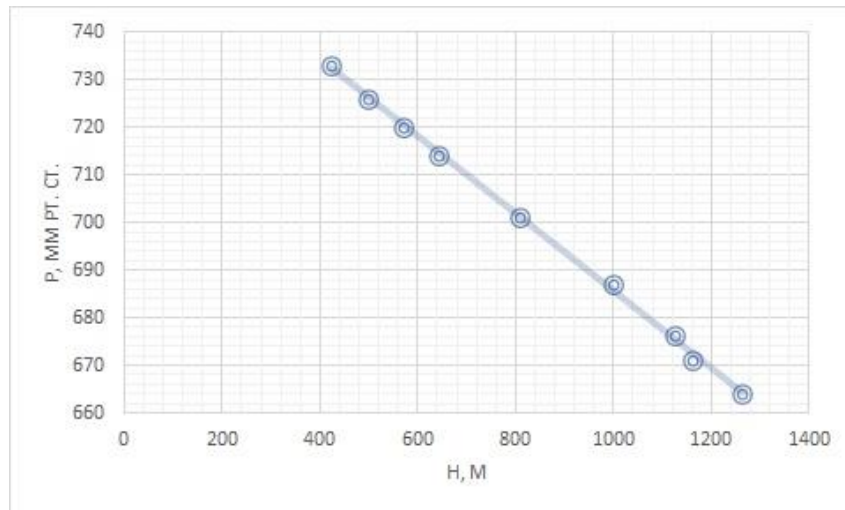
1. «Экспедиция»

Во время экспедиции в Карпатах была получена следующая таблица:

Н, м	423	501	570	644	811	999	1128	1164	1264
р, мм рт. ст.	733	726	720	714	701	687	676	671	664

- 1) Постройте примерный график $p(H)$.
- 2) Найдите зависимость $p(H)$.
- 3) С какой быстротой изменяется давление при подъёме на гору?

Возможное решение:



1)

2) Очевидно, что в зависимости от точности масштаба может получиться немного разное уравнение зависимости при подъёме на гору. Если взять разность крайних значений, то получится примерно:

$$k = \frac{\Delta p}{\Delta H} \approx 0,082 \frac{\text{мм рт.ст.}}{\text{м}}$$

3) При этом общее уравнение прямой имеет вид: $p(H) = p_0 - k * (H - H_0)$.

Далее необходимо подставить значение какой-либо точки из таблицы, через которую наверняка пройдет прямая.

Например, в данном построении подходит точка с координатами (811 м; 701 мм рт.ст.).

$$p(H) = 701 - 0,082 * (H - 811).$$

Система оценивания задачи:

Построен график – **3 балла**

Если найдена быстрота изменения давления с высотой, отличающаяся меньше, чем на 10% - **3 балла**

Если найдена быстрота изменения давления с высотой, отличающаяся на 10÷20% - **2 балла**

Если найдена быстрота изменения давления с высотой, отличающаяся на 20÷30% - **1 балла**

Написано уравнение $p(H)$, содержащее координаты точки из таблицы и коэффициент k , отличающийся меньше, чем на 10% от рассчитанного в данном решении – **4 балла**

Написано уравнение $p(H)$, незначительно отличающееся по параметрам p_0 , k и H_0 от того, что написано в решении – **2 балла**

Максимальный балл за полное решение – 10 баллов

2. «Разные меры»

Три брата, Петя, Никита и Мирослав, пошли в кружок по физике, где им дали задание: найти объём предмета правильной формы, например, почтовой коробки. Каждый из братьев хотел сделать работу по-своему. Петя привык к метрической системе, поэтому использовал сантиметровую ленту (см). Никита был недавно в путешествии по Америке, поэтому решил воспользоваться дюймовой линейкой (in). Мирослав увлекается историей России, поэтому решил измерить всё в ладонях (лад). В итоге, ребята получили такие значения длины, высоты и ширины: у Пети – 18,0 см; 19,0 см; 42,0 см; у Никиты – 18,5'; 7,0'; 7,5'; у Мирослава - 4,0 лад; 1,8 лад; 1,7 лад.

1) Кто из ребят явно ошибся при измерениях?

2) Почему посчитанные значения объёмов отличаются?

Явной считается ошибка больше, чем в 5%. В таблице сказано, что 1 лад = 10,5 см, 1' = 2,5 см.

Возможное решение:

1) Чтобы понять, ошибся кто-то или нет, нужно сосчитать объём коробки.

$V = abc$. Для ответа на вопрос, необходимо всё перевести в одни единицы измерений и сравнить друг с другом. Если перевести в см³, то у Пети будет 14364 см³, у Никиты - 15176 см³, у Мирослава – 14169 см³.

Если сосчитать возможную ошибку от каждого, то 5% от показаний Пети – 718 см³, у Никиты – 759 см³, у Мирослава – 709 см³.

После нахождения разницы между показаниями, станет ясно, что показания Пети и Мирослава отличаются меньше, чем на 5%. А показания Никиты отличаются от показаний Пети и Мирослава больше, чем на 5%. Поскольку ошибся явно только один, судя по вопросу, следовательно, Никита явно ошибся.

2) Почему же отличаются значения объёмов? Никита просто-напросто ошибся, а у Пети и Мирослава всего лишь разная точность измерений. Цена деления линейки Пети – 0,1 см, а у Мирослава – 1,05 см, поэтому точность измерений Мирослава ниже, чем у Пети.

Система оценивания задачи:

Приведён критерий оценки ошибки – **2 балла**

Переведены все измерения в одни единицы – **1 балл**

Найдена возможная ошибка каждого – **2 балла**

Сравнены ошибки и показано, кто ошибся – **3 балла**

Объяснено, почему значения объёмов отличаются – **2 балла**

Максимальный балл за полное решение – 10 баллов

3. «Траволатор»

За день Костя дважды шёл в торговом центре по траволатору (горизонтальный эскалатор). Костя очень торопился и не смотрел, на какой именно траволатор заходит. Утром он насчитал 60 ступеней. Вечером он заглядывался на каждую рекламную вывеску, поэтому двигался с меньшей в два раза, чем утром, скоростью и запомнил 90 ступеней. В какую сторону движется траволатор? Сколько ступенек насчитает Костя, если будет идти по неработающему траволатору?

Возможное решение:

Пусть u – модуль скорости траволатора относительно земли, $v_2 = v$ – модуль скорости Кости относительно траволатора утром, тогда вечером модуль скорости Кости относительно траволатора будет $v_2 = \frac{v}{2}$. l – длина траволатора, d – ширина ступеньки, s_1 – расстояние, пройденное утром Костей относительно траволатора, s_2 – расстояние, пройденное Костей вечером относительно траволатора.

Пусть n – искомое число ступенек, $n_1 = 60$, $n_2 = 90$, тогда

$$l = nd \quad (1);$$

$$s_1 = n_1 d = v_1 t_1 \quad (2);$$

$$s_2 = n_2 d = v_2 t_2 \quad (3).$$

Пусть траволатор движется со вниз.

Тогда Костя движется в одну сторону с траволатором \Rightarrow

$$l = s_1 + ut_1 = v_1 t_1 + ut_1 \quad (4);$$

$$l = s_2 + ut_2 = v_2 t_2 + ut_2 \quad (5).$$

Из (2) и (3) выражаем время спуска по траволатору и подставляем в (4) и (5), значение из (1) также подставляем в (4) и (5).

Получаем

$$nd = n_1 d + \frac{u}{v} n_1 d \quad (6);$$

$$nd = n_2 d + 2 \frac{u}{v} n_2 d \quad (7).$$

Решая данную систему уравнений, получим, что $\frac{u}{v} = \frac{n_1 - n_2}{2n_2 - n_1} < 0$. Значит, траволатор и Костя движутся в разных направлениях.

Тогда уравнения (6) и (7) изменят вид на:

$$nd = n_1 d - \frac{u}{v} n_1 d \quad (6);$$

$$nd = n_2 d - 2 \frac{u}{v} n_2 d \quad (7).$$

Решая данную систему уравнений, получим, что $n = \frac{n_1 n_2}{2n_2 - n_1} = 45$.

Система оценивания задачи:

Записаны уравнения (1) – (3) – **2 балла**

Выражено время из (2) и (3) – **1 балл**

Разобран случай с движением в одну сторону – **2 балла**

Найдено направление движения траволатора – **2 балла**

Разобран случай с правильным движением Кости и траволатора – **3 балла**

Максимальный балл за полное решение – 10 баллов

4. «Карандаш»

Известно, что длина окружности связана с радиусом этой окружности соотношением $l = 2\pi R$, где l – длина окружности, R – её радиус, а $2 \cdot \pi = 2 \cdot 3,14$ – коэффициент пропорциональности. Пусть у вас имеется цилиндрический карандаш и тонкая измерительная лента с сантиметровыми делениями. Предложите способ, с помощью которого можно было бы измерить диаметр карандаша наиболее точно.

Возможное решение:

$l = 2\pi R = \pi d$, где d – искомый диаметр.

Измерить диаметр можно, обернув лентой карандаш полностью, затем поделив измерения на π . Но скорее всего начало отсчёта при измерениях не совпадёт с каким-либо делением. В таком случае, очевидно, будет иметь место ошибка при измерениях.

Поэтому, чтобы измерить как можно точнее, нужно обернуть несколько раз до тех пор, пока «ноль» на линейке не совпадёт точно с каким-либо делением. Тогда мы получим не l , а $l * N$, где N – количество оборотов. Тогда искомый диаметр можно будет найти так:

$$d = \frac{Nl}{\pi}.$$

Так сделать получится и дополнительной ошибки не будет, поскольку лента по условию задачи тонкая, то есть, толщина слоя ленты не будет расти при оборачивании ею карандаша. В реальности такой способ, конечно, создаст дополнительную ошибку, так как размерами ленты в данном случае пренебречь будет невозможно.

Система оценивания задачи:

Указана связь длины окружности и диаметра окружности – **1 балл**

Показано, как можно измерить диаметр с помощью ленты – **1 балл**

Показано, что при этом будет, скорее всего ошибка – **2 балла**

Показан способ измерения и уточнено, почему он точнее – **4 балла**

Показана формула расчёта диаметра этим способом – **2 балла**

Максимальный балл за полное решение – 10 баллов