

7 класс

1. (10 баллов) Два велосипедиста одновременно начинают движение по шоссе из одного пункта – один со скоростью 30 км/час, другой 25 км/час. Проехав 18 км, велосипедист, ехавший со скоростью 30 км/час, снизил ее до 20 км/час. Какое расстояние проедет каждый из велосипедистов к моменту, когда один догонит другого?

Ответ: 30 км.

Решение: Расстояние в 18 км велосипедист, ехавший со скоростью 30 км/час, преодолел за $18 : 30 = 3/5$ часа. В течение этого времени велосипедисты удалялись друг от друга с относительной скоростью $30 - 25 = 5$ км/час. После снижения скорости велосипедистом они стали сближаться с той же по величине относительной скоростью $25 - 20 = 5$ км/час. При этом время сближения, очевидно, будет равно времени удаления, а полное время до встречи составит $6/5$ часа. За это время велосипедист, ехавший с постоянной скоростью 25 км/час, преодолет расстояние 30 км. Такое же расстояние проедет и другой велосипедист.

2. (10 баллов) Два куба, ребра которых отличаются в 2 раза, составлены из половин разной плотности. Плотности одних половин одинаковы у разных кубов, плотности других отличаются в 1,5 раза – большая у куба с большим ребром. Чему равно отношение плотностей половин меньшего куба, если отношение масс кубов равно 9?

Ответ: Плотности относятся как 3 : 1.

Решение: Обозначим плотности половин меньшего куба через ρ_1 и ρ_2 , большего – через ρ_1 и $1,5\rho_2$, ребро меньшего куба через a . Тогда массу большого куба можно записать как

$$M = 2(2\rho_1 + 3\rho_2)a^3,$$

а малого как

$$m = (\rho_1 + \rho_2)a^3/2.$$

Накладывая условие $M = 9m$, приходим к соотношению $\rho_1 = 3\rho_2$.

Разбалловка: Записана общая формула связи массы, плотности и объема – 1 балл.

Записаны массы половин меньшего куба – по 1 баллу за половину.

Записана масса всего меньшего куба – 1 балл.

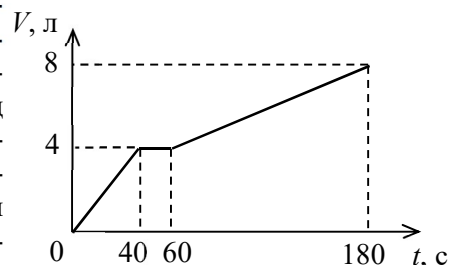
Записаны массы половин большего куба – по 1 баллу за половину.

Записана масса большего куба – 1 балл.

Составлено уравнение для нахождения отношения плотностей – 2 балла.

Получен правильный ответ – 1 балл.

3. (10 баллов) Два цилиндрических сосуда одинаковой высоты и разного поперечного сечения стоят рядом на горизонтальном столе и соединены на середине высоты тонкой трубкой, образуя сообщающиеся сосуды. Один из сосудов частично заполнен водой, другой пуст. С момента $t = 0$ в пустой сосуд равномерно наливают воду до полного заполнения обоих сосудов. График зависимости объема воды в сосуде, в который наливают воду, от времени приведен на рисунке. Сколько литров воды наливают в секунду? Какой объем воды был в сосуде до наливания? Во сколько раз отличаются сечения сосудов? Объемом соединительной трубки пренебречь.



Ответ: В секунду наливают 0,1 л. В сосуде было 6 л воды. Сечение частично заполненного водой сосуда в 2 раза больше сечения пустого сосуда.

Решение: Участок графика на интервале 0-40 с соответствует заполнению половины пустого сосуда со скоростью $4 : 40 = 0,1$ л/с. Объем всего пустого сосуда вдвое больше налитого за этот промежуток объема воды и равен 8 л. На интервале 40-60 с вода переливается в другой сосуд, который был частично заполнен вначале. За этот промежуток туда переливается 2 л воды. На интервале 60-180 с идет заполнение обоих сосудов до краев. При этом за $180 - 60 = 120$ с в сосуды наливают $0,1 \cdot 120 = 12$ л воды. Таким образом, суммарный объем половин обоих сосудов равен 12 л, а суммарный полный объем обоих сосудов равен 24 л. Вычитая найденный выше объем пустого сосуда (8 л), находим объем сосуда, который был частично заполнен: $24 - 8 = 16$ л. Поскольку высоты сосудов одинаковые, то сечение частично заполненного сосуда в 2 раза больше сечения пустого сосуда. Объем половины частично заполненного сосуда равен 8 л, и до заполнения этой половины в нее перелилось 2 л на интервале 40-60 с. Значит, в этом сосуде с самого начала было $8 - 2 = 6$ л воды.

Разбалловка: По участку 0-40 с найдена скорость наливания – 1 балл.

Найден объем пустого сосуда – 1 балл.

Понято, что на участке 40-60 с идет перелив в другой сосуд – 1 балл.

По участку 60-180 с найден суммарный объем (половин) сосудов – 2 балла.

Найден объем частично заполненного сосуда – 2 балла.

Найдено отношение сечений сосудов – 1 балл.

Найдено, какой объем воды был в сосуде до наливания – 2 балла.