

Возможные решения задач

7 класс

Задача 1. Велосипедист и столбы

Велосипедист движется с постоянной скоростью по дороге и через каждые 12 секунд проезжает мимо столбов, расположенных на одинаковом расстоянии друг от друга. Когда велосипедист увеличил скорость, он стал проезжать мимо столба через 8 секунд. Через какой промежуток времени велосипедист будет проезжать мимо столба, если он еще на столько же увеличит скорость? (10 баллов)

Возможное решение

Пусть начальная скорость велосипедиста равна v , а изменение скорости равно u . После того, как велосипедист увеличил скорость, она стала равна $v + u$. Обозначим расстояние между столбами L . Тогда по условию задачи $L = v \cdot 12$ с, с другой стороны $L = (v + u) \cdot 8$ с. Отсюда получаем соотношение $v = 2u$. Если велосипедист ещё раз увеличит скорость, то она станет равна $2v$ и он станет проезжать мимо столба в 2 раза быстрее, т.е. за время 6 с.

Критерии оценивания решения:

1. Выражение для расстояния между столбами: $L = v \cdot 12$ с – 2 балла.
2. Выражение для расстояния между столбами: $L = (v + u) \cdot 8$ с – 2 балла.
3. Получено соотношение между скоростями: $v = 2u$ – 3 балла.
4. Выражение для конечной скорости: $2v$ – 1 балл.
5. Найден окончательный ответ – 2 балла.

Задача 2. Морская вода

Морская вода содержит большое количество соли, поэтому ее плотность $\rho_1 = 1025$ кг/м³ больше, чем плотность пресной воды $\rho_2 = 1000$ кг/м³. Определите, какой процент соли содержится в морской воде, то есть отношение массы соли к массе соленой воды, если плотность соли $\rho_3 = 2160$ кг/м³. (10 баллов)

Возможное решение

Пусть x – массовая доля соли в морской воде, тогда оставшаяся часть $(1 - x)$ составляет пресная вода. В массе солёной воды m с объемом m/ρ_1 содержится mx соли объемом mx/ρ_3 и $m(1 - x)$ пресной воды объём $m(1 - x)/\rho_2$. Приравняв объем соленой воды и объемы соли с пресной водой, получим: $m/\rho_1 = mx/\rho_3 + m(1 - x)/\rho_2$. Отсюда выражаем $x = \rho_3(\rho_1 - \rho_2)/\rho_1(\rho_3 - \rho_2) = 0.045$, таким образом морская вода содержит около 4,5% соли (по массе).

Критерии оценивания решения:

1. Выражения для массы и объема солёной воды – 2 балла.
2. Выражения для массы и объема соли – 2 балла.
3. Выражения для массы и объема пресной воды – 2 балла.
4. Получено выражение для массовой доли – 3 балла.
5. Найден окончательный ответ – 1 балл.

Задача 3. Злоумышленник

Поезд движется с постоянной скоростью. В некоторый момент злоумышленник отцепил последний вагон, после чего поезд продолжил движение с прежней скоростью, а скорость вагона равномерно снижалась (за равные промежутки времени

на равные величины). Определите отношение путей, пройденных поездом и вагоном к моменту остановки вагона. (6 баллов)

Возможное решение

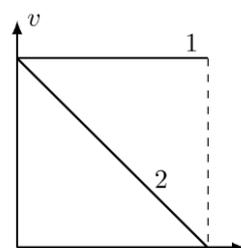
Пусть v – скорость поезда, t – время от сцепления до остановки вагона, s_1 – путь поезда, s_2 – путь вагона. При равномерном движении расстояние, пройденное поездом, равно $s_1 = vt$. Путь вагона $s_2 = v_{cp}t$, где v_{cp} – средняя скорость вагона. Поскольку скорость вагона до остановки уменьшалась равномерно от величины v до нуля, то средняя скорость равна среднему арифметическому начального и конечного значений $v_{cp} = v/2$. В результате, отношение путей, пройденных поездом и вагоном к моменту остановки вагона, составит $s_1/s_2 = v/v_{cp} = 2$.

Критерии оценивания решения:

1. Выражение для расстояния, пройденного поездом, – 1 балл.
2. Выражение для расстояния, пройденного вагоном, – 1 балл.
3. Обоснование выражения для средней скорости – 3 балла.
4. Найден окончательный ответ – 1 балл.

Возможное решение

На графике изобразим зависимость скоростей поезда (1) и вагона (2) от времени. При равномерном уменьшении скорости вагона графиком будет прямая. Отношение путей, пройденных поездом и вагоном к моменту остановки вагона, равно отношению площадей под графиком (1) и (2): отношение площади прямоугольника и треугольника равно 2.



Критерии оценивания решения:

1. Построен график скорости поезда – 1 балл.
2. Построен график скорости вагона, – 1 балл.
3. Отношение путей равно отношению площадей – 3 балла.
4. Найден окончательный ответ – 1 балл.

Задача 4. Гранитный камушек

Стакан, доверху заполненный водой, установлен на весах, показание которых 340 г. Экспериментатор поместил в стакан камушек массой 120 г, в результате чего часть воды вылилась не попав на весы, а их показание стало равно 420 г. Определите плотность камушка, если плотность воды 1 г/см^3 . (6 баллов)

Возможное решение

Общая масса камушка и стакана с водой $120 + 340 = 460 \text{ г}$ превосходит показания весов 420 г на массу вылившейся воды из стакана – 40 г . Объем этой массы воды равен объему камушка и составляет 40 см^3 . Тогда по определению плотность камешка равна отношению массы к объему $\rho = 120/40 = 3 \text{ г/см}^3$.

Критерии оценивания решения:

1. Найдена общая масса камушка со стаканом – 1 балла.
2. Найдена масса, вылившейся воды – 2 балла.
3. Найден объем камушка – 2 балла.
4. Рассчитана плотность камушка – 1 балл.