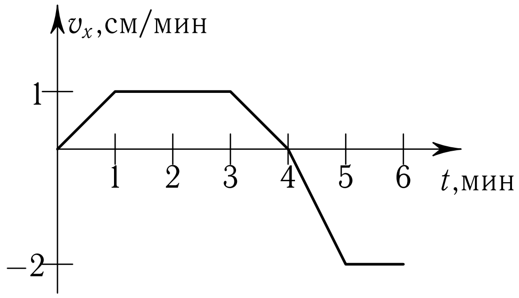
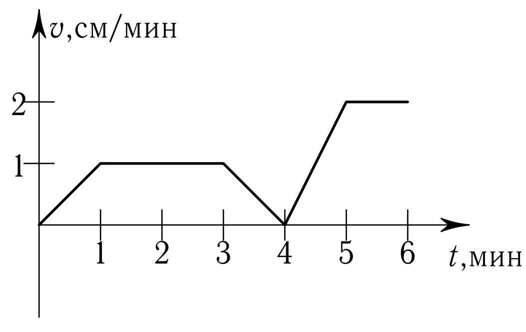
Р е ш е н и я
II муниципального (районного) этапа
Всероссийской олимпиады школьников по физике 2020–2021
9 класс

9–1. Жук ползёт вдоль прямой линии так, что его скорость изменяет по закону, приведённому на рис. Нарисуйте как изменятся модуль скорости и найдите пройденный жуком путь и его перемещение.



Решение: При равномерном движении пройденный пути и перемещение вычисляются по формулам
$$s = vt, \quad s_x = v_x t.$$
На графике скорости $v(t)$ и $v_x(t)$ — это площади под кривыми. Если проекция скорости отрицательная, то тело двигается против оси x, а значит его перемещение также отрицательно. Графически этот случай отражается тем, что график лежит ниже оси Ox, поэтому при вычислении перемещения следует считать площадь отрицательной, если график лежит ниже оси Ox.

Нарисуем график модуля скорости. Для этого нам нужно построить график $|v_x|$



Пройденный путь — это площадь под кривой (площадь фигуры образованной кривой и осью Ox). В нашем случае фигура состоит из двух прямоугольников и трёх треугольников. Размеры прямоугольников находим из рисунка, поэтому пройденный путь равен (слагаемые выстроены по порядку следования фигур)
$$s = \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 1 + 2\cdot 1 + \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 1 + \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 2 + 1\cdot 2 = 6.$$
Пройденный путь равен $s = 6\,\text{см} = 0{,}06\,\text{м}$.

Поскольку до момента времени 4 мин график лежит выше оси Ox, то перемещение положительное и равно
$$s_{1x} = \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 1 + 1\cdot 2 + \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 1 = 3,$$

а в интервале времени $(4;6)$ мин график лежит ниже оси Ox, т.е. движение идёт в обратную сторону и перемещение равно

$$s_{2x} = -\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 - 1 \cdot 2 = -3,$$

поэтому полное перемещение равно

$$s_x = s_{1x} + s_{2x} = 0.$$

Ответ: Пройденный путь $s = 6\,\text{см} = 0{,}06\,\text{м}$, перемещение — равно нулю, жук вернулся в исходную точку. График модуля скорости приведён выше.

Критерии оценивания:

- указано, что график модуля скорости — это $|v_x|$ (1 балл);
- приведён график модуля скорости (1 балл) и указаны размерности (в СИ или внесистемных единицах) (1 балл);
- приведены формулы для вычисления пройденного пути и перемещения для равномерного движения (1 балл);
- указано, что пройденный путь, как и перемещение — это площадь под графиком (1 балл);
- указано, что перемещение в случае движения против оси — это площадь взятая с обратным знаком (1 балл);
- проведён расчёт пройденного пути (1,5 балла);
- проведён расчёт перемещения (1,5 балла);
- ответ приведён в единицах СИ (1 балл).

Если в решении использовались формулы равноускоренного движения, то критерии такие:

- указано, что график модуля скорости — это $|v_x|$ (1 балл);
- приведён график модуля скорости (1 балл) и указаны размерности (в СИ или внесистемных единицах) (1 балл);
- дана классификация движения: равномерное и равноускоренное (равнозамедленное) (1 балл);
- приведён расчёт ускорений (1 балл);
- и указаны постоянные скорости (1 балл);
- проведён расчёт перемещения для участка времени $(0;4)$ и $(4;6)$ (1,5 балла);
- проведён расчёт пройденного пути (1,5 балла);
- ответ приведён в единицах СИ (1 балл).

9–2. У Пети имеется большое количество маленьких пластиковых шариков и он хочет найти плотность ρ материала, из которого они изготовлены. Для этого он поставил на весы пустой цилиндрический сосуд объёмом V и измерил его вес, равный P_1. Затем он доверху насыпал в стакан шарики и начал медленно наливать в стакан некоторую жидкость. В момент, когда шарики начали всплывать, вес оказался равным P_2. Найти плотность ρ. Ускорение свободного падения равно g.

Решение: Пусть высота сосуда равна H, S — его площадь, а h — высота уровня жидкости, при котором шарики начали всплывать. В этот момент сила тяжести уравновешивается силой Архимеда:

$$\rho V_{ш} g = \rho_{ж} V_{п} g, \tag{1}$$

где $\rho_{ж}$ — плотность жидкости, $V_{ш}$ — весь объём, занимаемый шариками, а $V_{п}$ — объём погружённой части шариков. Так как шарики маленькие и их много, то отношение объёма погружённой части шариков ко всему объёму шариков равно отношению высоты погружённой части к высоте всего объёма шариков:

$$\frac{V_{п}}{V_{ш}} = \frac{h}{H}. \tag{2}$$

Так как вес шариков равен весу вытесненной им воды, то суммарный вес шариков и жидкости P_3 равен

$$P_3 = \rho_{ж} h S g. \tag{3}$$

Изменение веса, который показывают весы, равно весу шариков и жидкости P_3:

$$P_3 = P_2 - P_1. \tag{4}$$

Выразив $V_{п}$ из (2) и подставив в (1), найдём

$$\rho_{ж} h = \rho H. \tag{5}$$

Приравняв правые части уравнений (3) и (4) и подставив (5) в полученное выражение, выразим искомую плотность, а учитывая, что $HS = V$, получим

$$\rho = \frac{P_2 - P_1}{Vg}.$$

Ответ: Плотность материала равна $\rho = \dfrac{P_2 - P_1}{Vg}$.

Критерии оценивания:

- записано условие равновесия с учётом силы Архимеда (1) (2 балла);
- учтено, что при малом размере шариков отношение объёмов погружённой части шариков ко всему объёму равно отношению высот (2) (2 балла);
- записано чему равен суммарный вес жидкости и шариков (3) (2 балла);
- записано как этот вес связан с данными в задаче весами (4) (2 балла);
- получен ответ (2 балла).

9–3. В калориметр, содержащий 100 г льда при 0 °C, налили 150 г воды при 50 °C. Определить установившуюся в калориметре температуру. Потерями тепла на нагрев калориметра пренебречь. Удельная теплота плавления льда $3{,}3 \times 10^5$ Дж/кг, удельная теплоёмкость воды $4{,}2 \times 10^3$ Дж/(кг · К).

Решение: Для плавления m_1 массы льда необходимо сообщить льду

$$Q_1 = \lambda m_1, \quad \lambda = 3{,}3 \times 10^5 \text{ Дж/кг}$$

количества теплоты. С другой стороны, вода массой m_2 охлаждаясь с 50 °C до 0 °C выделит тепла

$$Q_2 = cm_2|\Delta t|, \quad \Delta t = 0^\circ - 50^\circ = -50^\circ, \quad c = 4{,}2 \times 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

Подставим численные значения и посмотрим, сколько потребуется тепла на плавление всего льда

$$Q_1 = 3{,}3 \times 10^5 \cdot 10^2 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 3{,}3 \times 10^4 \text{ Дж}$$

и сколько может дать охлаждающаяся вода

$$Q_2 = 4{,}2 \times 10^3 \cdot 150 \times 10^{-3} \cdot 50 = 3{,}15 \times 10^4 \text{ Дж}.$$

Как видим, теплоты что даёт охлаждающаяся вода не хватает на плавление всего льда, поэтому в калориметре установится равновесие фаз: жидкой и твёрдой фазы воды при нулевой температуре.

Ответ: В калориметре установится равновесие между жидкой и твёрдой фазами воды при 0 ° C температуре.

Критерии оценивания:

- приведена формула для вычисления количества теплоты при плавлении льда (1 балл);
- приведено численное значение количества теплоты, необходимого для плавления всего льда (1 балл);
- приведена формула для вычисления количества теплоты, отдаваемое охлаждающейся водой (1 балл);
- приведено численное значение количества теплоты, отдаваемое водой (1 балл);
- проведено сравнение полученных значений и сделан вывод о том, что в калориметре установится равновесие фаз (3 балла);
- указано, что равновесие фаз возможно только при фиксированной температуре (2 балла);
- дан численный ответ (1 балл).

9–4. Определите наибольшую высоту дома, который можно построить из кирпича, если предел прочности кирпича на сжатие равен 10^7 Па, плотность кирпича $1{,}5 \cdot 10^3$ кг/м^3. Считать, что стандартные размеры кирпича это $250 \times 120 \times 65$ мм (длина×ширина×высота).

Решение: Предельная высота здания определяет тем, что кирпичи расположенные на самом нижнем уровне выдерживают оказываемое на них давление (нагрузку). Конечно же в реальности для уменьшения нагрузки используют разные приёмы — увеличение площади основания, конусообразная форма зданий (пирамиды), более прочное основание. Но эти реальные условия не влияют на теоретические пределы связанные исключительно со свойствами материалов.

Для вычисления предельной высоты кирпичного «здания» предположим, что кирпичи просто уложены друг на друга по одному. Тогда стопка из N кирпичей действует на $N+1$-й — первый кирпич в основании — с силой, равной

$$F = Nmg,$$

где $m = \rho V$ — масса одного кирпича. Предельные нагрузки, которые может выдержать самый нижний кирпич равны

$$pS = Nmg,$$

где S — площадь основания кирпича. Высота такого «здания» есть

$$h = (1+N)h_0 = \left(1 + \frac{pS}{mg}\right)h_0 = \left(1 + \frac{p}{\rho h_0 g}\right)h_0 = h_0 + \frac{p}{\rho g}.$$

Поскольку $h_0 = 0{,}065$ м крайне малая величина, то можно пренебречь h_0 и тогда получим, что (мы взяли $g = 9{,}8$ м/с^2)

$$h \approx \frac{p}{\rho g} \approx 680\,\text{м}.$$

Ответ: Наибольшая высота «здания» равна ≈ 680 м.

Критерии оценивания:

- указано, что необходимо учитывать предельные свойства материалов, а не конкретные формы основания (2 балла);
- выбрана предельная форма «здания» (2 балл);
- получено выражение между высотой кирпичной «кладки» и предельными нагрузками (1 балл);
- получена формула для вычисления наибольшей высоты (2 балла);
- отброшено несущественное слагаемое (2 балла);
- получен приблизительный ответ в единицах СИ (1 балл).

9–5. Эскалатор спускает идущего по нему вниз человека за 1 минуту. Если человек будет идти вдвое быстрее, то он спустится за 45 секунд. Сколько времени спускается человек, стоящий на эскалаторе?

Решение: Обозначим через v_0 — скорость человека относительно эскалатора, через u — скорость эскалатора относительно земли, через t_1 — время спуска со скоростью v_0, t_2 — спуск с удвоенной скоростью и через t_3 — спуск стоящего на эскалаторе человека. Имеем

$$t_1 = \frac{l}{v_0 + u}, \quad t_2 = \frac{l}{2v_0 + u}, \quad t_3 = \frac{l}{u},$$

где l — длина эскалатора. Возьмём отношение времён

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{2v_0 + u}{v_0 + u}, \quad \frac{t_3}{t_1} = \frac{v_0 + u}{u}$$

и обозначив $x = \frac{v_0}{u}$ запишем

$$t_3 = t_1(1 + x), \quad \frac{t_1}{t_2} = \frac{2x + 1}{x + 1} = \frac{2x + 2 - 1}{x + 1} = 2 - \frac{1}{x + 1}.$$

Как видим, нам даже нет необходимости находить отношение x, т.к. нам нужна комбинация $x + 1$. Выражая её из последнего приходим к формуле

$$t_3 = \frac{t_1 t_2}{2t_2 - t_1} = \frac{t_1 t_2}{t_2 - \Delta t} = \frac{60 \cdot 45}{45 - 15} = 90\,\text{с}.$$

Ответ: Человек спустится за 90 с или за полторы минуты.

Критерии оценивания:

- введены скорости относительного движения (2 балла);
- записаны формулы для вычисления времени спуска (1 балл);
- приведено отношение времён (1 балл);
- введено отношение v_0/u (1 балл);
- время спуска выражено через это отношение (1 балл);
- время спуска выражено через данные задачи времена (2 балла);
- подставлены числа и получен ответ в единицах СИ (2 балла).