

Решения и критерии оценивания заданий
муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников
Камчатского края в 2020 – 2021 учебном году.
Время выполнения – 230 минут (3 часа 50 минут).
Максимальное количество баллов – 50 б.

9 класс

Задача 1. Неравные основания (10 баллов) Закрытый сосуд заполнен водой. Площадь нижнего основания сосуда $S_1 = 100 \text{ см}^2$, верхнего основания $S_2 = 200 \text{ см}^2$, высота сосуда $h = 50 \text{ см}$. Сила давления воды на верхнее основание $F_2 = 100 \text{ Н}$. Найдите силу давления на нижнее основание сосуда, если плотность воды $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$, $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Возможное решение:

Давление воды на верхнее основание:

$$p_2 = \frac{F_2}{S_2}$$

Давление воды на нижнее основание:

$$p_1 = p_2 + \rho gh = \frac{F_2}{S_2} + \rho gh$$

Сила давления на нижнее основание:

$$F_1 = p_1 S_1 = F_2 \frac{S_1}{S_2} + \rho gh S_1$$

$$F_1 = \frac{1}{2} \cdot 100 \text{ Н} + 1000 \text{ кг/м}^3 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 0,5 \text{ м} \cdot 0,01 \text{ м}^2 = 100 \text{ Н}$$

Критерии оценивания:

Формула давления на верхнее основание	2 балла
Формула давления на нижнее основание	2 балла
Формула силы давления на нижнее основание	2 балла
Перевод величин в СИ	2 балла
Сделан расчет	2 балла

Задача 2. Разные плотности (10 баллов) Для плоских однородных тел постоянной толщины удобной характеристикой является поверхностная плотность (масса единицы площади) σ , измеряемая в кг/м^2 . Для однородных протяжённых тел часто применяется линейная плотность (масса единицы длины) λ , измеряемая в кг/м . На строительном рынке покупают линолеум в виде прямоугольника и для удобства транспортировки его сворачивают в рулон. Если линолеум свернуть вдоль короткой стороны, то линейная плотность рулона получается равной $\lambda_1 = 6,4 \text{ кг/м}$, а если вдоль длинной – $\lambda_2 = 5 \text{ кг/м}$. Известно, что поверхностная плотность этого линолеума $\sigma = 2,5 \text{ кг/м}^2$, а его толщина $d = 2 \text{ мм}$. Какова масса купленного линолеума и его «обычная» плотность ρ ?

Возможное решение:

Масса линолеума равна $m = \sigma \cdot S = \sigma \cdot a \cdot b$

Размеры линолеума можно выразить с помощью линейных плотностей:

$$a = \frac{m}{\lambda_1}, b = \frac{m}{\lambda_2}$$

Тогда

$$m = \sigma \cdot \frac{m}{\lambda_1} \cdot \frac{m}{\lambda_2} = \sigma \cdot \frac{m^2}{\lambda_1 \lambda_2}$$

Откуда

$$m = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\sigma} = \frac{6,4 \cdot 5 \text{ кг}^2/\text{м}^2}{2,5 \text{ кг}/\text{м}^2} = 12,8 \text{ кг}$$

Плотность линолеума можно найти рассчитав его объем $V = abd$.

Размеры линолеума

$$a = \frac{m}{\lambda_1} = \frac{12,8 \text{ кг}}{6,4 \text{ кг}/\text{м}} = 2 \text{ м}, b = \frac{m}{\lambda_2} = \frac{12,8 \text{ кг}}{5 \text{ кг}/\text{м}} = 2,56 \text{ м}$$

Объем линолеума равен: $V = abd = 2 \text{ м} \cdot 2,56 \text{ м} \cdot 0,002 \text{ м} = 0,01024 \text{ м}^3$

Откуда

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{12,8 \text{ кг}}{0,01024 \text{ м}^3} = 1250 \text{ кг}/\text{м}^3$$

Однако есть и более изящное решение:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{\sigma \cdot S}{S \cdot d} = \frac{\sigma}{d} = \frac{2,5 \text{ кг}/\text{м}^2}{0,002 \text{ м}} = 1250 \text{ кг}/\text{м}^3$$

Критерии оценивания:

Записана формула поверхностной плотности	1 балл
Формула ширина линолеума	1 балл
Формула длины линолеума	1 балл
Получена формула для массы линолеума	2 балла
Сделан расчет массы	1 балл

Сделан численный расчет плотности:

Получена формула:

Рассчитана ширина линолеума	1 балл	Вывод формулы...	3 балла
Рассчитана длина линолеума	1 балл	Сделан расчет	1 балл
Рассчитан объем линолеума	1 балл		
Получено точное значение плотности	1 балл		

Задача 3. Разбавленный кофе (10 баллов) В чашку налили раствор кофе при температуре $t_1 = 100 \text{ }^\circ\text{C}$ и бросили туда несколько кубиков льда, взятого при температуре плавления $t_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$. Когда лёд растаял, температура раствора оказалась равной $t_2 = 50 \text{ }^\circ\text{C}$. На сколько процентов уменьшилась концентрация кофе в растворе? Теплообмен раствора кофе с окружающей средой не учитывать. Удельные теплоёмкости раствора кофе и воды равны $c = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{ }^\circ\text{C})$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 330 \text{ кДж}/\text{кг}$. *Замечание. Под концентрацией понимается отношение массы чистого кофе ко всей массе раствора.*

Возможное решение:

Пусть n_1 – начальная концентрация кофе в растворе, n_2 – конечная, M – масса раствора, m – масса льда. Масса чистого кофе в растворе постоянна и равна $Mn_1 = (M + m)n_2$, а отношение концентраций выражается через отношение масс:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{M}{M + m} = \frac{1}{1 + m/M}$$

Чтобы найти отношение масс раствора кофе и льда, запишем уравнение теплового баланса. Раствор кофе отдаёт количество теплоты $Q_1 = cM(t_1 - t_2)$, лёд получает количество теплоты $Q_2 = \lambda m + cm(t_2 - t_{пл})$, поэтому

$$cM(t_1 - t_2) = \lambda m + cm(t_2 - t_{пл}),$$

и

$$\frac{m}{M} = \frac{c(t_1 - t_2)}{\lambda + c(t_2 - t_{пл})} = \frac{4200 \cdot 50}{330000 + 4200 \cdot 50} = \frac{4,2 \cdot 5}{33 + 4,2 \cdot 5} = \frac{21}{54} = \frac{7}{18}$$

Используя это соотношение, получаем искомое отношение концентраций:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{1 + 7/18} = \frac{18}{25} = 0,72$$

Следовательно, концентрация кофе в растворе уменьшится на 28 %.

Критерии оценивания:

Составлено уравнение теплового баланса	2 балла
Найдено отношение масс льда и раствора	2 балла
Найдена масса чистого кофе, идея её сохранения	2 балла
Формула отношения концентраций	2 балла
Выполнена подстановка и получен правильный ответ	2 балла

Задача 4. Уменьшенное сопротивление (10 баллов) Из однородной проволоки сделано кольцо. Его сопротивление $R_0 = 32$ Ом. В каких точках следует подключить к кольцу провода, чтобы получить сопротивление $R = 6$ Ом?

Возможное решение:

При подключении проводов участки кольца окажутся соединены между собой параллельно. Обозначим длину кольца L , а длину одного из участков x . Так как кольцо однородно, то сопротивления участков кольца пропорциональны их длинам. Тогда сопротивления участков будут равны

$$R_1 = R_0 \frac{x}{L}$$
$$R_2 = R_0 \frac{L - x}{L}$$

Сопротивление всей цепи будет равно

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_0^2 x(L - x)}{R_0 L^2}$$

$$R = \frac{R_0 x(L - x)}{L^2} = R_0 \alpha(1 - \alpha)$$

Или

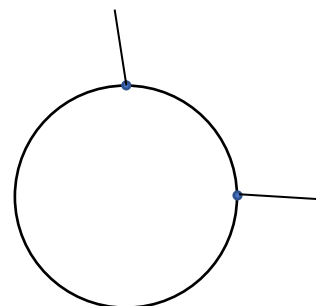
$$\frac{R}{R_0} = \alpha - \alpha^2, \text{ где } \alpha = \frac{x}{L} - \text{ безразмерная величина}$$

Решая квадратное уравнение

$$\alpha^2 - \alpha + \frac{3}{16} = 0$$

находим отношение x / L .

Решение дает два корня: $1/4$ и $3/4$. Оба этих значения соответствуют одному и тому же положению точек подключения проводов: кольцо делится на две части в отношении $1:3$ - четверть кольца и три четверти кольца.



Критерии оценивания:

Идея пропорциональности сопротивления длине участка	2 балла
Выражено сопротивление одного участка	1 балл
Выражено сопротивление другого участка	1 балл
Формула общего сопротивления	2 балла
Решено уравнение	2 балла
Описан способ подключения	2 балла

Задача 5. Снова о «средних» (10 баллов) Автомобиль прошел путь S следующим образом: первую *половину пути* он двигался с постоянной скоростью $v = 54 \text{ км/ч}$, а вторую – с постоянным ускорением, так, что в конце пути остановился. Найдите среднюю скорость движения автомобиля на всем пути.

Возможное решение:

Время движения на первой половине пути

$$t_1 = \frac{S}{2v}$$

Время движения на втором этапе можно выразить из формулы пути при равноускоренном движении:

$$\frac{S}{2} = \frac{v + 0}{2} \cdot t_2$$

Откуда

$$t_2 = \frac{S}{v}$$

Учащиеся могут использовать и другие формулы пути: через ускорение и начальную скорость.

Тогда

$$v_{\text{cp}} = \frac{S}{t_1 + t_2} = \frac{S}{\frac{S}{2v} + \frac{S}{v}} = \frac{2}{3}v = 36 \text{ км/ч}$$

Для решения можно использовать и другой подход: при одинаковых длинах пройденных участков среднюю скорость находят как *среднее гармоническое* скоростей:

$$v_{\text{cp}} = \frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2} = \frac{2}{\frac{1}{v} + \frac{2}{v}} = \frac{2}{3}v, \text{ где}$$

$v_1 = v, v_2 = \frac{v + 0}{2}$ – средние скорости движения на половинах пути.

Критерии оценивания:

Найдено время на первой половине пути	2 балла
Найдено время на второй половине пути	4 балла
Получена формула средней скорости	3 балла
Сделан расчет	1 балл