

9 класс

1. (10 баллов) Частица движется прямолинейно с постоянным ускорением. Пройденный частицей путь и ее перемещение за промежуток времени $0 \leq t \leq t_1$ отличаются в три раза, скорость в момент t_1 меньше по величине скорости при $t = 0$. Во сколько раз отличаются путь и перемещение за промежуток $0 \leq t \leq 2t_1$?

Ответ: Путь больше перемещения в $\sqrt{2}$ раз.

Решение: Ясно, что вектор ускорения частицы направлен против вектора начальной скорости и на интервале времени $0 \leq t \leq t_1$ частица движется сначала в одну сторону, затем, после остановки, в обратную. Меньшая величина скорости в момент t_1 по сравнению с начальной (в момент $t = 0$) означает, что частица не успевает вернуться в начальную точку к моменту t_1 . Обозначим через L перемещение частицы к моменту t_1 , т.е. ее удаление от начальной точки в этот момент. Тогда, очевидно, пройденный путь $3L$ можно разделить следующим образом: $2L$ – это путь от начальной точки до точки остановки и L – путь в обратном направлении. Обозначив время движения от начальной точки до точки остановки через t_0 и ускорение частицы через a , запишем соотношения

$$\frac{at_0^2}{2} = 2L, \quad \frac{a(t_1 - t_0)^2}{2} = L,$$

откуда находим, что $t_1 = (1 + 1/\sqrt{2})t_0$. С момента t_0 частица движется в одном направлении и за время $2t_1 - t_0$ проходит путь

$$\frac{a(2t_1 - t_0)^2}{2} = 2L(\sqrt{2} + 1)^2 = 2L(3 + 2\sqrt{2}).$$

Тогда полный путь за время $0 \leq t \leq 2t_1$ равен $4L\sqrt{2}(\sqrt{2} + 1)$, а перемещение за это время равно $4L(\sqrt{2} + 1)$. Таким образом, отношение этих двух величин равно $\sqrt{2}$.

Разбалловка: Понято, что частица движется сначала в одном направлении, потом в другом – 1 балл.

Понято, что частица не доходит до начальной точки к моменту t_1 – 1 балл.

Понято, что в момент t_1 частица находится посередине между начальной точкой и точкой остановки – 1 балл.

Получено соотношение между временем движения до остановки и t_1 – 2 балла.

Выражен путь за время $2t_1$ – 2 балла.

Выражено перемещение за время $2t_1$ – 2 балла.

Получен ответ – 1 балл.

2. (10 баллов) Ледяной шар радиуса R плавает в частично заполненном водой цилиндрическом сосуде с радиусом поперечного сечения $2R$. Какой объем масла следует налить в сосуд для того, чтобы шар полностью оказался под поверхностью масла? Плотность воды 1000 кг/м^3 , плотность льда 900 кг/м^3 , плотность масла 800 кг/м^3 .

Ответ: $10\pi R^3/3$.

Решение: Запишем условие плавания полностью погруженного шара в виде

$$\rho_{\text{в}}V_1g + \rho_{\text{м}}V_2g = \rho_{\text{л}}(V_1 + V_2)g,$$

где через V_1 и V_2 обозначены части объема шара, находящиеся в воде и масле соответственно, через $\rho_{\text{в}}$, $\rho_{\text{м}}$ и $\rho_{\text{л}}$ плотности воды, масла и льда, а через g ускорение свободного падения. Подставляя в это уравнение значения плотностей, находим, что $V_1 = V_2$, т.е. половина шара находится в воде, а половина в масле. Это означает, что толщина слоя масла равна радиусу шара. Учитывая, что шар занимает в масляном слое объем, равный половине объема шара, находим объем масла как

$$V_{\text{м}} = \pi(2R)^2 \cdot R - \frac{2}{3}\pi R^3 = \frac{10}{3}\pi R^3.$$

Разбалловка: Записано условие плавания полностью погруженного шара – 3 балла.

Найдено, что шар погружен наполовину в воду, наполовину в масло – 2 балла.

Понято, что толщина слоя масла равна радиусу шара – 2 балла.

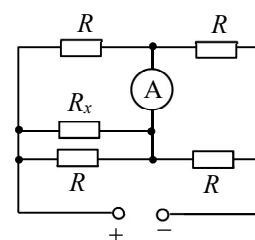
Найден объем слоя масла с половиной шара – 1 балл.

Найден объем масла – 2 балла.

3. (10 баллов) В цепи, представленной на рисунке, сопротивления резисторов R одинаковы и равны 1 кОм , сопротивление амперметра пренебрежимо мало, напряжение на зажимах 120 В . Чему равно сопротивление R_x , если амперметр показывает 20 мА ?

Ответ: Сопротивление равно $1,25 \text{ кОм}$.

Решение: Обозначив ток через верхний левый резистор через I , запишем для верхней ветви условие, что сумма напряжений на резисторах равна напряжению источника $U = 120 \text{ В}$, т.е. $IR + (I + 20)R = U$. Отсюда находим, что $I = 50 \text{ мА}$, а ток через верхний правый



резистор равен 70 мА. В силу симметрии цепи в нижней ветви, составленной из резисторов R , текут такие же токи. Следовательно, через резистор R_x течет ток 40 мА. Сопоставляя токи через параллельно соединенные резисторы R и R_x , находим, что $R_x = 1,25$ кОм.