

## 10 класс

### 10.1. (10 баллов) «Лунная тень».

Определите скорость, с которой движется тень Луны по земной поверхности во время полного солнечного затмения, не учитывая поправки на орбитальное движение Земли. Для простоты считать, что затмение наблюдается на экваторе в полдень и что земная ось перпендикулярна плоскости лунной орбиты. Направления вращения Земли вокруг своей оси и движения Луны совпадают. Расстояние между Землёй и Луной 380 тыс. км, радиус Земли 6400 км. Лунный месяц принять равным 28 земным суткам. При расчёте принять во внимание, что расстояние от Земли до Солнца значительно превышает расстояние от Земли до Луны.

**Ответ:**  $\approx 530$  м/с.

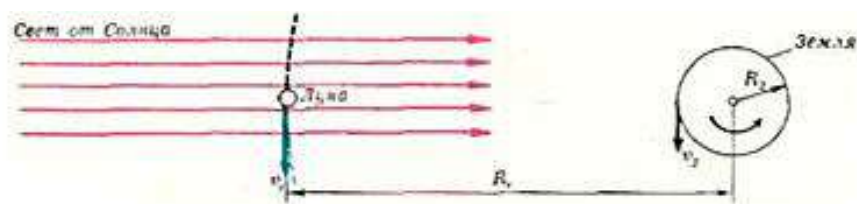
**Решение:** Для оценки будем считать, что расстояние Луны до Земли  $R_1 = 384000$  км, а период обращения вокруг Земли  $T_1 = 28$  сут = 2419200 сек. Аналогично примем, что радиус Земли  $R_2 = 6400$  км и Земля делает полный оборот вокруг своей оси за время  $T_2 = 1$  сут = 86400 сек. Тогда скорость движения Луны по круговой орбите

$$V_1 = \frac{2\pi R_1}{T_1} \approx 996 \text{ м/сек},$$

а линейная скорость точек земной поверхности

$$V_2 = \frac{2\pi R_2}{T_2} \approx 465 \text{ м/сек},$$

причем, для той области поверхности Земли, где наблюдается тень от Луны, обе скорости направлены в одну сторону (см.рисунок).



Поскольку солнечные лучи можно считать параллельными и размеры Луны малы, тень Луны движется относительно земной поверхности в полдень со скоростью

$$V = V_1 - V_2 = 2\pi \left( \frac{R_1}{T_1} - \frac{R_2}{T_2} \right) \approx 530 \text{ м /сек.}$$

*Комментарии.*

Рассчитана линейная скорость Луны по орбите: 4 балла.

Рассчитана линейная скорость точек земной поверхности: 4 балла.

Получен правильный ответ: 2 балла.

10.2. (10 баллов) «Обезьянка».

Через неподвижный блок, масса которого пренебрежимо мала, перекинута невесомая верёвка. На одном конце верёвки висит груз массой  $M = 25$  кг, а за другой конец ухватилась обезьянка и карабкается вверх. С каким ускорением  $a$  поднимается обезьянка, если груз находится всё время на одной высоте? Масса обезьянки  $m = 20$  кг. Через какое время  $t$  обезьяна достигнет блока, если первоначально она находилась от него на расстоянии  $L = 20$  м?

**Ответ:**  $a = 2,5 \text{ м/с}^2$ ,  $t = 4 \text{ с}$ .

**Решение:** В силу невесомости верёвки сила тяжести  $T$  в любом её сечении одна и та же. На обезьяну действуют: сила натяжения верёвки  $T$  – вверх, сила тяжести  $mg$  – вниз. Под действием этих сил обезьяна по второму закону Ньютона движется относительно Земли вверх с ускорением  $a$ :

$$T - mg = ma \quad (1).$$

На груз действуют силы:  $T$  – вверх и  $Mg$  – вниз, в результате чего груз должен покоиться относительно Земли:

$$T - Mg = 0 \quad (2).$$

Решая систему уравнений (1) и (2), находим ускорение обезьянки:

$$a = \frac{(M - m)g}{m}.$$

Получаем, что  $a = 2,5 \text{ м/с}^2$  и время  $t = \sqrt{2L/a} = 4 \text{ с}$ .

*Комментарии.*

Указаны силы на чертеже: 2 балла.

Записано уравнение второго закона Ньютона для обезьянки: 2 балла.

Записано уравнение второго закона Ньютона для груза: 2 балла.

Найдено ускорение: 2 балла.

Определено время движения: 2 балла.

10.3. (10 баллов) «Весы».

Тело, привязанное к нити, уравновесили на весах. Затем его на  $0,3$  объёма  $V$  погрузили в масло. При этом равновесие нарушилось и для его восстановления пришлось снять с чашки весов гирьку, масса которой составила шестую часть массы тела  $m$ . Найдите плотность  $\rho_1$  тела. Плотность масла  $\rho_2 = 900 \text{ кг/м}^3$ .

**Ответ:**  $\rho_1 = 1,6 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ .

**Решение:** Когда тело было уравновешено на весах в воздухе, масса гирь была равна массе тела  $m$ . Когда его погрузили в масло, на него стала

действовать выталкивающая сила  $F_{\text{выт}} = \rho_2 g V_{\text{погр}}$ , где  $V_{\text{погр}} = 0,3 V$  – объем погруженной в масло части тела.

Из-за этого вес тела, который в воздухе был равен  $P_1 = mg$ , уменьшился и стал равен  $P_2$ , причем

$$P_2 = (m - m_1)g \text{ или } P_2 = \left(m - \frac{m}{6}\right)g = \frac{5}{6}mg.$$

Поскольку  $F_{\text{выт}} = P_1 - P_2$ , то согласно сказанному выше

$$\rho_2 g \cdot 0,3V = mg - \frac{5}{6}mg, 0,3\rho_2 V = \frac{1}{6}m, \text{ где } m = \rho_1 V,$$

поэтому  $0,3\rho_2 V = \frac{1}{6}\rho_1 V$ ,  $0,3\rho_2 = \frac{1}{6}\rho_1$ , откуда  $\rho_1 = 1,8\rho_2$ .

Произведём вычисления:

$$\rho_1 = 1,8 \cdot 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 1,6 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

*Комментарии.*

Записано выражение для выталкивающей силы с учётом объёма погружённой части тела: 2 балла.

Получено выражение веса тела в масле: 3 балла.

Составлено уравнение: 3 балла.

Получен правильный ответ: 2 балла.

10.4. (10 баллов) «Свинцовая проволока».

К концам свинцовой проволоки длиной  $L=1$  м приложено напряжение  $U=10$  В. Какое время  $\tau$  пройдёт с начала пропускания тока до момента, когда свинец начнёт плавиться? Начальная температура  $t_0 = 20^0$  С, температура плавления свинца  $t = 327^0$  С, его удельное сопротивление  $\rho_{\text{эл}} = 1,7 \cdot 10^{-6}$  Ом·м, удельная теплоёмкость  $c = 125$  Дж/кг град. С, плотность свинца  $\rho = 11300$  кг/м<sup>3</sup>. Потерей теплоты в окружающее пространство пренебречь.

**Ответ:**  $\tau = 7,5$  с.

**Решение:** Составим уравнение теплового баланса:

$$cm(t - t_0) = \frac{V^2 \tau}{R},$$

где справа стоит количество теплоты, выделившееся в проволоке при пропускании через нее тока за время  $\tau$ . Все это количество теплоты идет на нагревание проволоки ( $m$  – масса проволоки). Отсюда находим<sup>^</sup>

$$\tau = \frac{cm(t - t_0)R}{V^2}.$$

Но  $R = \frac{\rho l}{S}$ , где  $l$  и  $S$  – длина и сечение проволоки. Кроме того,  $m = dlS$ .

Окончательно имеем:

$$\tau = \frac{cdl^2 \rho (t - t_0)}{V^2} = 7,5 \text{ с.}$$

*Комментарии.*

Составлено уравнение теплового баланса: 4 балла.

Записана формула для нахождения сопротивления проводника: 1 балл.

Получено выражение для нахождения массы проволоки: 1 балл.

Получено выражение для расчёта времени: 3 балла.

Найден правильный ответ: 1 балл.

10.5. (10 баллов) «Сопротивления».

К сети напряжением 120 В присоединяются два сопротивления. При их последовательном соединении сила тока равна 3 А, а при параллельном – суммарная сила тока равна 16 А. Чему равны сопротивления?

**Ответ:**  $R_1 = 10$  Ом и  $R_2 = 30$  Ом или  $R_1 = 30$  Ом и  $R_2 = 10$  Ом.

**Решение:**

При последовательном соединении:  $R_1 + R_2 = \frac{120}{3} = 40$  Ом (1).

При параллельном соединении:

$$\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = R = \frac{U}{I_2} = \frac{120}{16} \text{ Ом (2)}.$$

Из соотношений (1) и (2) получаем:

$$\begin{aligned} \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} &= \frac{120}{16}, \\ \frac{R_1 \cdot R_2}{40} &= \frac{120}{16}, \\ R_1 &= \frac{120}{16} \cdot \frac{40}{R_2} = \frac{300}{R_2}. \end{aligned}$$

Подставим в (1):

$$\frac{300}{R_2} + R_2 = 40,$$

$$(R_2)^2 - 40R_2 + 300 = 0,$$

$$R_2 = 30 \text{ Ом или } R_2 = 10 \text{ Ом.}$$

Тогда

$$R_1 = 10 \text{ Ом или } R_1 = 30 \text{ Ом.}$$

*Комментарии.*

Из закона Ома получено выражение для сопротивления при последовательном соединении: 3 балла.

Из закона Ома получено выражение для сопротивления при параллельном соединении: 3 балла.

Получен правильный ответ: 4 балла.