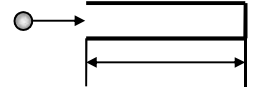


10 КЛАСС
Максимальное количество 50 баллов

Задача 10.1. Шарик в трубке. На гладком горизонтальном столе покоится трубка массой $M = 90 \text{ г}$ и длиной $L = 0,5 \text{ м}$, закрытая с одного торца. В открытый конец трубки влетает маленький шарик массой $m = 10 \text{ г}$ со скоростью, направленной вдоль оси трубки. После абсолютно упругого удара о закрытый торец трубки шарик вылетает наружу. Какой путь S относительно стола пройдёт шарик за время, которое он будет находиться внутри трубки? Размером шарика, толщиной стенок трубки и трением пренебречь. (10 баллов)



Возможное решение

Относительно центра масс системы «шарик + трубка» после абсолютно упругого удара и шарик и трубка меняют свои скорости на противоположные.

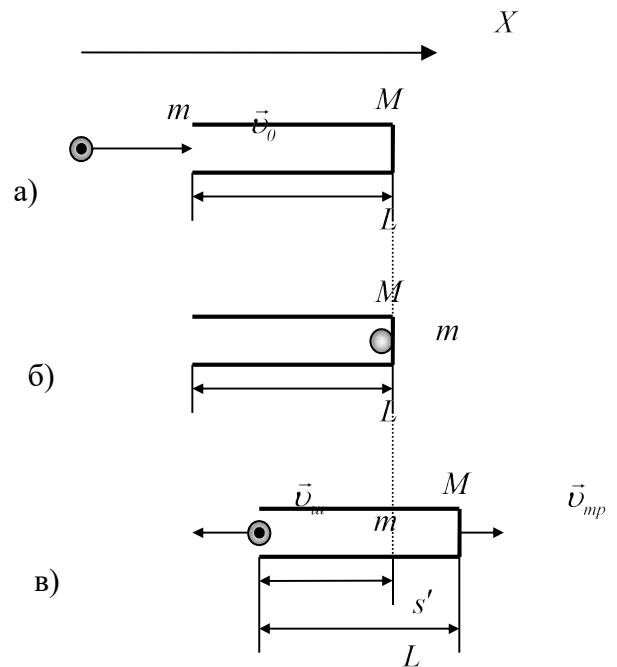
Величина относительной скорости шарика и трубки после абсолютно упругого удара такая же, как и до удара.

Время t движения шарика внутри трубки до удара, равно времени t его движения внутри трубки после удара.

Введём обозначения:

v_0 – скорость шарика относительно стола до удара (рис. а),

v_{mp} и $-v_{ш}$ – скорость трубки и скорость шарика относительно стола после удара соответственно (рис. в),



$$t = \frac{L}{v_0} \text{ – время движения шарика внутри трубки в одну сторону,}$$

s' – путь шарика внутри трубки после удара относительно стола (рис. в),

$s = L + s'$ – искомый путь относительно стола, который пройдёт шарик за время $2t$, которое он будет находиться внутри трубки (рис. в).

Из законов сохранения импульса и кинетической энергии в системе «шарик + трубка» выразим скорость $v_{ш}$ шарика относительно стола после удара:

$$\begin{cases} m v_0 = M v_{mp} - m v_u \\ \frac{m v_0^2}{2} = \frac{M v_{mp}^2}{2} + \frac{m v_u^2}{2} \end{cases} \quad v_u = \frac{M - m}{m + M} v_0.$$

Выразим s' :

$$s' = v_u t = \frac{M - m}{m + M} v_0 \frac{L}{v_0} = \frac{M - m}{m + M} L.$$

Найдём s :

$$s = L + s' = L + \frac{M - m}{m + M} L = \frac{2M}{m + M} L. \quad s = 0,9 \text{ м.}$$

Критерии оценивания	Баллы
Указано, что относительные скорости шарика и трубки до и после абсолютно упругого удара такие же, как и до удара	2
Указано, что время t движения шарика внутри трубки до удара, равно времени t его движения внутри трубки после удара	2
Записаны законы сохранения импульса и кинетической энергии	2
Выражена скорость шарика v_u относительно стола после удара	2
Выражен путь s' шарика внутри трубки после удара относительно стола	1
Найден путь s , который пройдёт шарик относительно стола	1
Итого	10

Задача 10.2. Нерастаявший лёд. В калориметре находилось $m_{e1} = 400 \text{ г}$ воды при температуре $t_{e1} = 5 \text{ }^\circ\text{C}$. К ней долили ещё $m_{e2} = 200 \text{ г}$ воды при температуре $t_{e2} = 10 \text{ }^\circ\text{C}$. и положили $m_n = 400 \text{ г}$ льда при температуре $t_n = -60 \text{ }^\circ\text{C}$. Какая масса m льда оказалась в калориметре после установления теплового равновесия? Удельные теплоёмкости воды и льда, соответственно, $c_e = 4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг } ^\circ\text{C}}$ и $c_n = 2,1 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг } ^\circ\text{C}}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,33 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$, температура плавления льда $t_{nl} = 0 \text{ }^\circ\text{C}$. Теплоёмкостью калориметра пренебречь. (10 баллов)

Возможное решение

Решение таких задач необходимо начинать с числовых оценок количеств теплоты, которыми обмениваются различные компоненты системы при установлении теплового равновесия.

Определим вначале количество теплоты Q_1 , которое может отдать вода (m_{e1} и m_{e2}) при остывании до температуры $t_{nl} = 0$ °C плавления льда:

$$Q_1 = c_e m_{e1} (t_{e1} - t_{nl}) + c_e m_{e2} (t_{e2} - t_{nl}) = c_e (m_{e1} t_{e1} + m_{e2} t_{e2}). \quad Q_1 = 16800 \text{ Дж}.$$

Количество теплоты Q_2 , требующееся для нагревания льда до температуры плавления $t_{nl} = 0$ °C:

$$Q_2 = c_l m_l (t_{nl} - t_l) = c_l m_l t_l. \quad Q_2 = 50400 \text{ Дж}.$$

Сравнивая эти величины, видим, что теплоты, отдаваемой водой при остывании, недостаточно для нагревания льда до 0 °C:

$$Q_2 > Q_1, \quad 50400 \text{ Дж} > 16800 \text{ Дж}.$$

То есть, при остывании всей воды до 0 °C, лёд, нагреваясь, не достигает нулевой температуры.

В то же время, количество теплоты Q_3 , которое может отдать вся вода при замерзании:

$$Q_3 = (m_{e1} + m_{e2}) \lambda. \quad Q_3 = 199800 \text{ Дж}.$$

Это количество теплоты явно превышает количество теплоты, требующееся для нагревания льда до температуры плавления.

$$Q_3 > Q_2, \quad 199800 \text{ Дж} > 50400 \text{ Дж}.$$

То есть часть воды замёрзнет. Поэтому, чтобы лёд тоже нагрелся до 0 °C, часть воды $m_{зг}$ должна, отдавая тепло при нулевой температуре, превратиться в лёд. Следовательно, при установлении теплового равновесия в калориметре вода остынет до 0 °C и часть $m_{зг}$ её замёрзнет, то есть в калориметре образуется смесь воды и льда при нулевой температуре.

Выразим количество теплоты $Q_{зг} = m_{зг} \lambda$, выделяющееся при замерзании части воды $m_{зг}$, как разность количества теплоты Q_2 , требующееся для нагревания льда до температуры 0 °C и количества теплоты Q_1 , которое может отдать вода при остывании до 0 °C:

$$Q_{зг} = Q_2 - Q_1, \quad m_{зг} \lambda = Q_2 - Q_1, \quad m_{зг} = \frac{Q_2 - Q_1}{\lambda},$$

$$m_{зг} = 102 \cdot 10^{-3} \text{ кг}.$$

Масса m льда, получившаяся в калориметре после установления теплового равновесия:

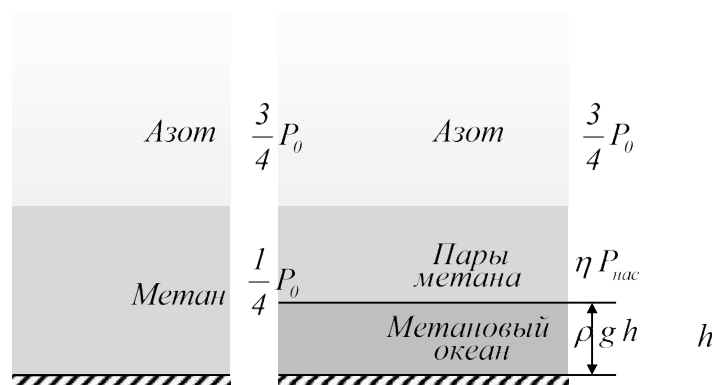
$$m = m_l + m_{зг}. \quad m = 502 \cdot 10^{-3} \text{ кг}.$$

Критерии оценивания	Баллы
Определено количество теплоты Q_1 , которое может отдать вода при остывании до температуры плавления льда $0\text{ }^{\circ}\text{C}$	2
Определено количество теплоты Q_2 , требующееся для нагревания льда до температуры плавления $0\text{ }^{\circ}\text{C}$	2
Сделан вывод, что замёрзнет только часть воды	2
Выразим количество теплоты $Q_{зв}$, выделяющееся при замерзании части воды $m_{зв}$	2
Найдена масса m льда, получившаяся в калориметре после установления теплового равновесия	2
Итого	10

Задача 10.3. Глобальное похолодание. Атмосфера некоторой сферической планеты состоит по массе на $\frac{3}{4}$ из азота и на $\frac{1}{4}$ из метана. Атмосферное давление вблизи поверхности планеты равно $P_0 = 1,6 \cdot 10^5 \text{ Па}$, ускорение свободного падения $g = 1,4 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$. При глобальном похолодании на планете образовался метановый океан, и у поверхности этого океана давление паров метана стало составлять $\eta = 50\%$ от давления его насыщенных паров. Пренебрегая вращением планеты, найти глубину океана, если плотность жидкого метана равна $\rho = 430 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, а давление его насыщенных паров при данной температуре равно $P_{нас} = 40 \text{ кПа}$. Высота атмосферы и глубина океана намного меньше радиуса планеты. **(10 баллов)**

Возможное решение

Давление P_0 на участок поверхности планеты зависит только от веса столба вещества, находящегося над этим участком, причём неважно, в каком состоянии (жидком или газообразном) находится вещество. Поэтому при глобальном похолодании и образовании на планете метанового океана, давление P_0 на поверхность планеты останется таким же, как до этих процессов.



Введём обозначения:

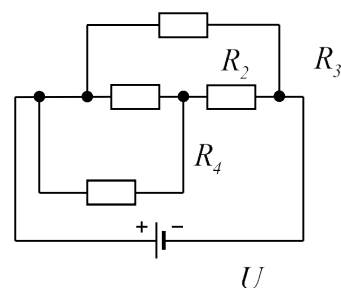
h – искомая глубина метанового океана, $\frac{3}{4}P_0$ – давление азота, $\eta P_{нас}$ – давление паров метана у поверхности метанового океана, $\rho g h$ – давление на дне метанового океана.

Атмосферное давление P_0 вблизи поверхности сферической планеты и в отсутствие океана, и при его наличии определяется полной массой, вещества, действующего на поверхность планеты поэтому давление P_0 на поверхность планеты равно сумме давлений азота, паров метана, и метанового океана:

$$P_0 = \frac{3}{4}P_0 + \eta P_{нас} + \rho g h, \quad h = \frac{\frac{1}{4}P_0 - \eta P_{нас}}{\rho g}. \quad h = 33,22 \text{ м.}$$

Критерии оценивания	Баллы
Есть рассуждение о том, что давлению на участок поверхности планеты зависит только от веса столба вещества, находящегося над этим участком	2
Выражено давление азота	2
Выражено давление паров метана у поверхности метанового океана,	3
Выражено давление на дне метанового океана	1
Найдена глубина океана	2
Итого	10

Задача 10.4. Сила тока в проводнике. В показанной на рисунке цепи напряжение источника $U = 25 \text{ В}$. Какова сила тока в проводнике АВ, если $R_1 = 100 \text{ Ом}$, $R_2 = R_4 = 40 \text{ Ом}$, $R_3 = 5 \text{ Ом}$? Сопротивлением проводов пренебречь. (10 баллов)



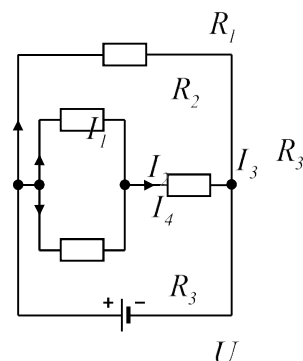
Возможное решение

Напряжение на проводе равно нулю поэтому воспользоваться законом Ома не удастся, (пришлось бы делить ноль на ноль).

Используем эквивалентную схему (рис. а), и найдём I_1 , и I_2 .

Для этого найдём R_{234} :

$$R_{234} = R_{24} + R_3 = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4}} + R_3. \quad R_{234} = 25 \text{ Ом}.$$

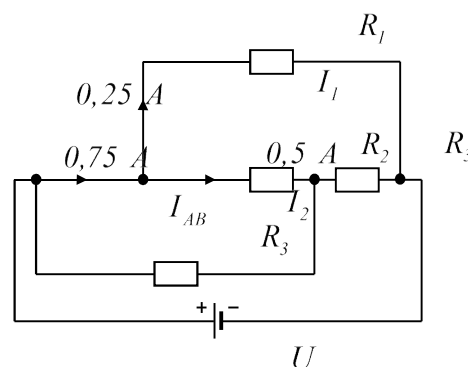


Найдём I_1 , и I_2 :

$$I_1 = \frac{U}{R_1}. \quad I_1 = 0,25 \text{ А}.$$

$$I_3 = \frac{U}{R_{234}}. \quad I_3 = 1 \text{ А}.$$

$$I_2 = I_4 = \frac{I_3}{2}. \quad I_2 = 0,5 \text{ А}.$$



Теперь можно вернуться к исходной схеме (рис. б). В точку В «втекает» искомый ток I_{AB} , а «вытекают» I_1 и I_2 .

Найдём I_{AB} :

$$I_{AB} = I_1 + I_2. \quad I_{AB} = 0,25 \text{ А} + 0,5 \text{ А} = 0,75 \text{ А}.$$

(Можно решить задачу рассматривая точку А)

из неё токи

Критерии оценивания	Баллы
Использована эквивалентная схема	2
Найдена сила тока I_1 в проводнике R_1	2
Найдена сила тока I_2 в проводнике R_4	3
Применено правило Кирхгофа для узлов	2
Найдена сила тока в проводнике АВ	1
Итого	10

Задача 10.5. Два зеркала. Два плоских зеркала образуют двугранный угол $\alpha = 150^\circ$. Точечный источник света S расположен на перпендикуляре к одному из зеркал, восстановленном в точке O , на расстоянии $h = 10$ см от зеркала, как показано на рисунке. Выполнить построение изображений S_1 и S_2 . Каково расстояние l между изображениями S_1 и S_2 источника в зеркалах? (10 баллов)

Возможное решение

Изображение светящейся точки в плоском зеркале является мнимым и расположено симметрично относительно его отражающей поверхности.

Согласно правилу построения изображения в плоском зеркале, для нахождения изображения точки достаточно опустить из неё на зеркало (или на его мысленное продолжение) перпендикуляр и продлить его на такое же расстояние за плоскость зеркала.

Если зеркал несколько, изображения светящейся точки в каждом из них строятся аналогично.

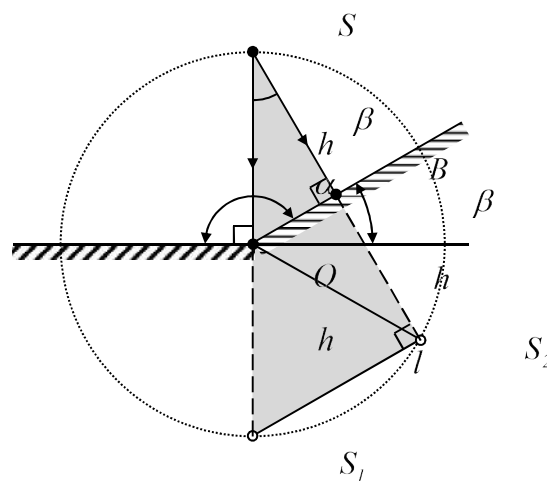
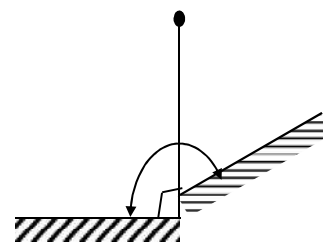
На рисунке представлены изображения S_1 и S_2 источника S в зеркалах 1 и 2 соответственно, расположение которых задано в условии задачи.

Из равенства треугольников $\triangle OSB$ и $\triangle OS_2B$ следует, что точки S , S_1 и S_2 лежат на одной окружности радиусом h и с центром в точке O . Следовательно, $\angle SS_2S_1 = \frac{\pi}{2}$, как вписанный в окружность угол опирающийся на диаметр $2h$.

Из прямоугольного треугольника $\triangle SS_1S_2$, учитывая, что: $\beta = \pi - \alpha$, найдём искомое расстояние l :

$$l = 2h \sin \beta = 2h \sin(\pi - \alpha).$$

$$l = 10^{-2} \text{ м.}$$



Критерии оценивания	Баллы
Выполнено построение изображения S_1	2
Выполнено построение изображения S_2	2
Выражен (или найден) найден угол β	2
Доказано, что треугольник $\triangle SS_1S_2$ прямоугольный	2
Найдено расстояние l между изображениями источника в зеркалах	2
Итого	10