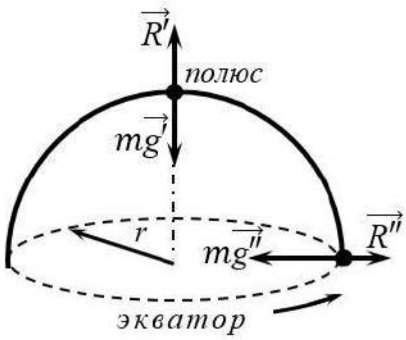
КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

Максимальное количество баллов – 50 баллов.
Время выполнения заданий – 230 минут.

Задача №1 (10 баллов)

При какой продолжительности суток T вес тела на экваторе планеты может составлять $\eta = 97\%$ от веса этого же тела на ее полюсе. Планету считать однородным шаром с плотностью вещества $\rho = 2{,}5 \cdot 10^3$ кг/м^3, гравитационная постоянная $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н·м^2/кг^2.

Возможное решение:



Силы, действующие на тело на полюсе и на экваторе, изображены на рисунке, где $\overrightarrow{g'}$ и $\overrightarrow{g''}$ – ускорения, вызываемые силой тяжести;

$\overrightarrow{R'}$ и $\overrightarrow{R''}$ – силы реакции опор, на которых покоится тело. Поскольку планета представляет собой однородный шар, ускорения $\overrightarrow{g'}$ и $\overrightarrow{g''}$ различаются только направлением, а модули их совпадают:

$$g' = g'' = g. \qquad (1)$$

Для тела, покоящегося на полюсе, сила тяжести и сила реакции опоры уравновешены и его вес по величине равен

$$P' = R' = mg. \qquad (2)$$

Тело, находящееся на экваторе, движется по окружности, радиус которой равен радиусу планеты r. Следовательно, сила тяжести и сила реакции опоры не уравновешены и по второму закону Ньютона

$$mg - R'' = ma$$

или

$$mg - R'' = m\omega^2 r,$$

где ω - угловая скорость вращения планеты. Поэтому вес тела на экваторе по величине равен

$$P'' = R'' = mg - m\omega^2 r. \qquad (3)$$

По условию

$$P'' = \frac{\eta}{100\%} \cdot P'$$

или

$$mg - m\omega^2 r = \frac{\eta}{100\%} mg,$$

откуда

$$\omega^2 = \frac{g}{r}\left(1 - \frac{\eta}{100\%}\right). \qquad (4)$$

С другой стороны,

$$g = \frac{GM}{r^2},$$

где $M = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$ – масса планеты. Отсюда следует, что.

$$\frac{g}{r} = \frac{4}{3}\pi G \rho. \qquad (5)$$

Учитывая, что период вращения планеты

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

получаем

$$T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho(1 - \eta/100\%)}}\,. \qquad (6)$$

Вычисления:

$$T = \sqrt{\frac{3\cdot 3{,}14}{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 2{,}5\cdot 10^{3}\cdot(1\text{-}0{,}97)}} \approx 4{,}34\cdot 10^4\ (\text{с}) \approx 12\ (\text{ч})$$

Ответ: $T \approx 4{,}34\cdot 10^4$с $\approx$ 12 ч.

Критерии оценивания:
1. Сделан рисунок и введены обозначения – **1 балл**
2. Найден вес тела, покоящегося на полюсе (2) – **1 балл**
3. Найден вес тела, покоящегося на экваторе (3) – **2 балла**
4. Получено выражение для угловой скорости (4) – **1 балл**
5. Получено выражение (5) – **2 балла**
6. Получена формула для периода вращения планеты вокруг своей оси (6) – **2 балла**
7. Вычислен период вращения планеты вокруг своей оси – **1 балл**

Задача №2 (10 баллов)

Пройдя по течению реки 50 м, мячик сделал полный оборот вокруг своей оси за 3 минуты, оставаясь все время погруженным в реку наполовину. Движение происходило в безветренную погоду и при отсутствии волн. Оцените глубину реки, если скорость течения линейно изменяется по глубине.

Возможное решение:

Мяч вращается из-за того, что скорость течения линейно меняется по глубине реки. У поверхности реки она максимальна, обозначим это значение v, а у дна реки близка к нулю. Поэтому можно записать, что v = kh, где h – расстояние от дна реки, а k – коэффициент пропорциональности. Тогда скорость воды в нижней точке мяча $u = k(h - r)$, где r – радиус мяча. Перейдем в систему отсчета, связанную с центром мяча. В этой системе отсчета скорость нижней точки мяча направлена противоположно скорости течения и равна

$$\text{v}' = \text{v} - u = \text{v} - \frac{\text{v}}{h}(h - r) = \frac{\text{v}r}{h}$$

Мяч совершит полный оборот за время

$$t = \frac{2\pi r}{\text{v}'}$$

и пройдет при этом по течению расстояние

$$l = \mathrm{v}t.$$

Отсюда получаем:

$$l = \mathrm{v}\frac{2\pi rh}{\mathrm{vr}} = 2\pi h$$

Таким образом,

$$h = \frac{l}{2\pi} \approx 8 \text{ м}.$$

Ответ: глубина реки $h = \frac{l}{2\pi} \approx 8$ м.

Критерии оценивания:
1. Установлен характер зависимости скорости течения от глубины – **1 балл**.
2. Найдена скорость в нижней точке мяча – **2 балла**.
3. Осуществлен переход в подвижную систему отсчета, связанную с центром мяча, и применен закон сложения скоростей – **2 балла**.
4. Записано выражение для нахождения времени полного оборота – **2 балла**.
5. Записано выражение для расстояния, пройденного мячом по течению – **1 балл**.
6. Записано выражение, связывающее глубину реки с расстоянием, пройденным мячом по течению, и получен правильный числовой ответ – **2 балла**.

Задача №3 (10 баллов)

Находясь на берегу, спортсмен делает 20 вдохов в минуту, потребляя при каждом вдохе V_0 = 2,5 л воздуха при давлении 100 кПа и температуре 27°С. Погружаясь под воду, он берет с собой баллоны для акваланга со сжатым воздухом объемом V = 20 л. Какова разность времени пребывания спортсмена на глубинах 5 м и 25 м, если потребляемая им масса воздуха остается такой же, как и без акваланга. Универсальная газовая постоянная равна 8,31 Дж/(моль·К), плотность воды 1000 кг/м^3, молярная масса воздуха 29 г/моль, температуру считать постоянной и равной 27°С.

Возможное решение:

Пусть m_0 – масса воздуха, расходуемая человеком за время τ_0 = 1 мин.

$$m_0 = \frac{N \cdot p_0 \cdot \mathrm{V}_0 \cdot \mathrm{M}}{R \cdot \mathrm{T}},$$

где N=20 – количество вдохов в минуту, $p_0 = 10^5$ Па, М = 29·10^{-3} кг/моль, Т =290 К.

Масса воздуха, расходуемая человеком за время τ_1:

$$m_1 = \frac{p_1 \cdot \mathrm{V} \cdot \mathrm{M}}{R \cdot \mathrm{T}}$$

Масса воздуха, расходуемая человеком за время τ_2:

$$m_2 = \frac{p_2 \cdot \mathrm{V} \cdot \mathrm{M}}{R \cdot \mathrm{T}}$$

Давление воздуха на глубине h_1:

$$p_1 = p_0 + \rho g h_1$$

Давление воздуха на глубине h_2:

$$p_2 = p_0 + \rho g h_2$$

Скорость расходования воздуха постоянна:

$$\frac{m_0}{\tau_0} = \frac{m_1}{\tau_1} = \frac{m_2}{\tau_2},$$

отсюда

$$\tau_1 = \tau_0 \frac{m_1}{m_0}, \tau_2 = \tau_0 \frac{m_2}{m_0}$$

$$\Delta\tau = \tau_2 - \tau_1 = \tau_0 \frac{\rho g (h_2 - h_1) V}{N \cdot p_0 \cdot V_0}$$

$$\Delta\tau = 1 \text{ мин} \cdot \frac{10^3 \cdot 10 \cdot (25\text{-}5) \cdot 20}{20 \cdot 10^5 \cdot 2{,}5} = 0{,}8 \text{ мин} = 48 \text{ с}$$

Ответ: $\Delta\tau = 0{,}8$ мин = 48 с.

Критерии оценивания:

1. Из уравнения состояния определена масса воздуха, расходуемая за τ_0 без акваланга – **2 балла**

2. Из уравнения состояния определена масса воздуха, расходуемая за τ_1, τ_2 – **2 балла**

3. Применена формула для нахождения давления воздуха на глубине – **2 балла**.

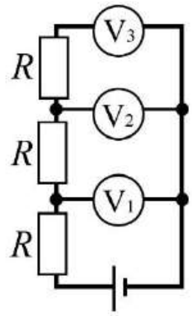
4. Определено время нахождения на глубине – **2 балла**.

5. Получена верная формула для определения разности времени пребывания на разных глубинах – **1 балл**

6. Произведен правильный числовой расчет и дан верный ответ– **1 балл**.

Задача №4 (10 баллов)

При проведении лабораторного практикума учащимися была собрана электрическая цепь. Данная электрическая цепь включает в себя источник тока, три одинаковых резистора, сопротивлением R каждый; три одинаковых вольтметра, сопротивлением r (см рисунок). Вольтметры показывают напряжение U_1, U_2, U_3. Показания первого вольтметра 12 В, а третьего 10 В. Какое напряжение показывает второй вольтметр?



Возможное решение:

По закону Ома, напряжения на вольтметрах равно:

$$U_1 = rI_1 \qquad (1)$$

$$U_2 = rI_2 \qquad (2)$$

$$U_3 = rI_3 \qquad (3)$$

Из условия последовательного соединения элементов цепи, напряжение на втором вольтметре равно:

$$U_2 = U_3 + U_{R3} \qquad (4)$$

А напряжение на третьем резисторе:

$$U_{R3} = I_3 R \qquad (5)$$

Из (4) и (5) следует, что

$$U_2 = U_3 + I_3 R \qquad (6)$$

Из (3) и (6) следует

$$U_2 = U_3 + \frac{U_3 R}{r} \qquad (7)$$

Из условия последовательного соединения элементов цепи, напряжение на первом вольтметре равно:

$$U_1 = U_2 + U_{R2}, \qquad (8)$$

Напряжение на втором резисторе равно:

$$U_{R2} = (I_2 + I_3)R \qquad (9)$$

Из (8) и (9) получаем

$$U_1 = U_2 + (I_2 + I_3)R \qquad (10)$$

Из (2) и (3) и (10) следует, что

$$U_1 = U_2 + \frac{(U_2 + U_3)R}{r} \qquad (11)$$

Из (7) и (11) получаем:

$$\frac{U_2 - U_3}{U_3} = \frac{U_1 - \mathrm{U}_2}{U_2 + U_3}$$

$$U_2^2 + U_2 U_3 - U_1 U_3 - U_3^2 = 0 \qquad (12)$$

Решая квадратное уравнение, получим:

$$U_2 = \frac{-U_3 + \sqrt{U_3^2 + 4U_3(U_1 + U_3)}}{2} \qquad (13)$$

Подставляя значения, получаем: U_2 = 10,7 В

Ответ: U_2=10,7 В

Критерии оценивания:

1. Записан закон Ома для напряжений на вольтметрах (1), (2), (3) – **1 балл**
2. Получена формула для напряжения на втором вольтметре (4) – **2 балла**
3. Получена формула для напряжения на первом вольтметре (8) – **1 балл**
4. Получена формула для напряжения на втором резисторе (9) – **1 балл**
5. Получено квадратное уравнение для напряжений (12) – **3 балла**
6. Решено квадратное уравнение для напряжений (13) – **1 балл**
7. Вычислено напряжение на втором вольтметре – **1 балл**

Задача №5 (10 баллов)

Прогуливаясь по улице вдоль многоэтажного дома параллельно одной из его стен, прохожий, рост которого 190 см, заметил отражение солнца в панельных окнах 15-го этажа. Он сделал 370 шагов по 60 см каждый, а солнце тем временем прошло слева направо через 40 окон. Прохожий остановился и обратил внимание, он отбрасывает перпендикулярно дороге тень, равную ширине дороги, т.е. 2,5 м. Затем прохожий повернулся на 90 градусов, сделал 120 шагов по прямой и зашел домой – в комнату 3 м высотой и 5 м шириной, имеющей единственное окно, занимающее всю стену целиком. Определите толщины стен и межэтажных перекрытий в этом здании, погрешностью вычислений можно пренебречь.

Возможное решение:

1. Расстояние, пройденное вдоль дома вследствие прямолинейного распространения света равно расстоянию между крайними окнами, в которых видно отражение. Отсюда расстояние между соседними окнами равно:

$$S \approx \frac{370\ \text{шагов}\cdot 0{,}6\,\dfrac{\text{м}}{\text{шаг}}}{40} = 5{,}55\ \text{м}.$$

S равно сумме ширины комнаты и ширины стены. Выходит, толщина стен составляет

$$d_1 = 5{,}55\ \text{м} - 5\ \text{м} = 55\ \text{см}.$$

2. Высота 15-го этажа определяется из рассмотрения подобных треугольников, образуемых (см.рисунок): один – телом прохожего, наблюдаемым отражённым лучом света и проекцией этого луча на горизонтальную плоскость, а другой – лучом, его проекцией и стеной дома.

Из подобия

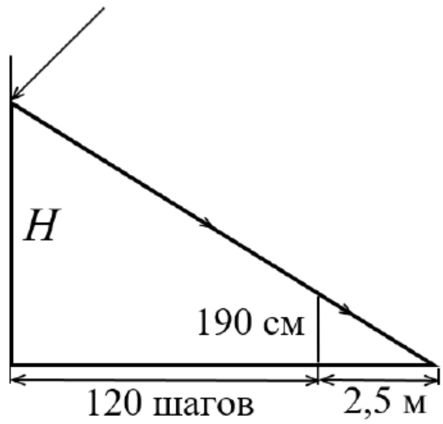
$$H = 1{,}90\ \text{м}\ \frac{120\ \text{шагов} \cdot 0{,}6\ \text{м шаг} + 2{,}5\ \text{м}}{2{,}5\ \text{м}} = 56{,}62\ \text{м}$$

Высота одного этажа с перекрытием составит:

$$h \approx \frac{H}{15} \approx 3{,}77\ \text{м}.$$

Вычитая высоту комнаты, получим толщину межэтажных перекрытий:

$$d_2 = 3{,}77\ \text{м} - 3\ \text{м} = 77\ \text{см}.$$



Критерии оценивания:

1. Указано, что перемещение вдоль дома равно перемещению отражения солнца – **1 балл**
2. Найдено расстояние между соседними окнами – **2 балла**
3. Найдена толщина стен – **1 балл**
4. Для нахождения высоты 15 этажа используется подобие соответствующих треугольников (в работе имеется рисунок либо словесное описание) – **2 балла**
5. Найдена высота одного этажа – **2 балла**
6. Найдена толщина межэтажных перекрытий – **2 балла**