Ключи ответов

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 10.
В исключительных случаях допускаются оценки, кратные 0,5 балла.
Проверка работ осуществляется Жюри олимпиады согласно стандартной методике оценивания решений:

Баллы	*Правильность (ошибочность) решения*
10	*Полное верное решение*
8-9	*Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение*
6-7	*Решение в целом верное, однако, содержит существенные ошибки (не физические, а математические)*
5-6	*Найдено решение одного из двух возможных случаев*
3-4	*Есть понимание физики явления, но не найдено одно из необходимых для решения уравнений, в результате полученная система уравнений не полна и невозможно найти решение*
1-2	*Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении)*
0	*Решение неверное, или отсутствует*

Максимальный балл за работу – 50.

Задача 1. Тазики.

Для стрики белья в квадратном душевом поддоне с размером стороны а = 80 см и высотой бортика h = 20 см хозяйка использует находящийся в поддоне частично заполненный водой и бельем квадратный тазик с размером стороны а/2, высотой бортика h и общей массой 2,4 кг. Для полоскания белья - круглый цилиндрический тазик, полностью заполненный водой, находящийся в тогм же поддоне. Радиус дна тазика а/4 и вфысота его бортика h. Каким будет уровень H воды в поддоне, если вылить в него всю воду из круглого тазика?. После выливания воды, круглый тазик убирают из поддона. Отверстие закрыто пробкой.
(плотность воды 1000 кг/м^3, Площадь круга S = 3,14R^2)

Решение:

Исходный объём воды в круглом тазике равен объёму воды, вылитой в поддон. Площадь поддона, не занятая квадратным тазиком, равна $3a^2/4$, таким образом, если квадратный тазик не всплывает, то уровень H_1 воды в поддоне найдём из условия:

$$\pi R^2 h = \frac{3}{4} a^2 H_1.$$

Отсюда:

$$H_1 = \frac{4\pi R^2 h}{3a^2} \approx 5{,}2 \text{ см}.$$

Теперь выясним, всплывёт ли квадратный тазик, и если всплывёт, то на какую глубину y он погрузится в воду. По закону Архимеда:

$$mg = \rho g y \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2.$$

Отсюда:

$$y = \frac{4m}{\rho a^2} = 1{,}5 \text{ см}.$$

Следовательно, при выливании в поддон всей воды, содержащейся в круглом тазике, квадратный тазик всплывёт.

Сила давления на дно поддона складывается из веса тазика и веса вылитой в поддон воды $m_в g$. С другой стороны (так как на дно поддона давит только вылитая вода и никакие другие тела дна поддона не касаются), сила давления воды на дно поддона равна гидростатическому давлению слоя воды искомого уровня H_y, умноженному на площадь дна поддона.

$$mg + m_в g = \rho g a^2 H_y.$$

Масса $m_в$ вылитой в поддон воды равна объёму круглого тазика, умноженному на плотность воды, то есть $m_в = \pi R^2 h \rho$. Окончательно получим:

$$H_y = \frac{m}{\rho a^2} + \frac{\pi R^2 h}{a^2} \approx 4{,}3 \text{ см}.$$

Критерии оценивания

Найден уровень H_1 воды в поддоне (если бы квадратный таз не всплыл)	3
Проверено, всплывет ли квадратный таз	2
Найдена глубина погружения квадратного тазика	2
Найден уровень H_y воды в поддоне (формула)	2
Найдено числовое значение H_y	1

Задача 2. Вода в раковине.

В большой комнате с температурой воздуха $t_0 = 20^0$C находится тонкостенная металлическая раковина с квадратным сечением 30см*30см. В раковину ежесекундно тоненькой струйкой из крана вытекает 0,1 г воды. Температура воды в кране $t_1 = 54^0$C. Слив раковины прикрыт так, что вода из него частично вытекает. При этом уровень воды в раковине установился на высоте 10 см, равной глубине раковины. Пренебрегая теплоемкостью раковины и считая, что она очень хорошо проводит тепло, определите установившуюся температуру t воды в раковине. Считайте, что поток тепла q от воды в раковине пропорционален разности температур $(t - t_0)$, а также площади поверхности воды (включая стенки раковины). Коэффициент пропорциональности k = 0,3 Вт/(м^2*^{0}С), удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг*^{0}С). Вода в раковине перемешивается.

Решение:
μ – масса воды, вытекающей из крана.

Поскольку уровень воды в раковине установился, количество воды, вытекающей из крана, равно количеству воды, подтекающей из слива. По формуле Ньютона поток тепла $q = kS(t - t_0)$, где $S = 2a^2 + 4aH$ — площадь поверхности воды. Исходя из этого запишем уравнение теплового баланса:

$$c_в \mu (t_1 - t) = q, \qquad (1)$$

Из (1) находим:

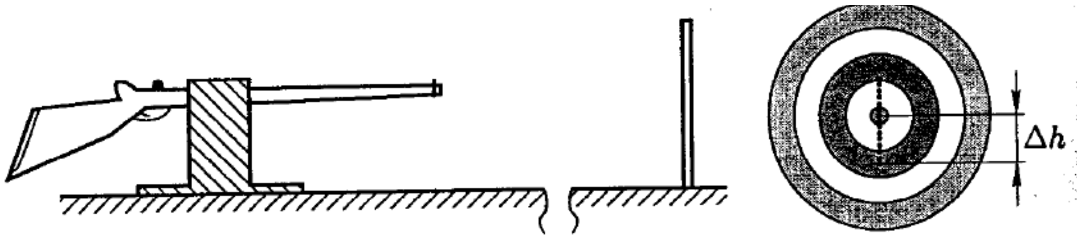
$$t = \frac{\mu c_в t_1/(kS) + t_0}{\mu c_в/(kS) + 1} = 48\ °\text{C}.$$

Критерии оценивания

Записано уравнение Ньютона	3
Найдено числовое значение S	1
Записано уравнение числового балланса	3
Получено аналитическое выражение для t	2
Найдено числовое значение t	1

Задача 3. Стрельба из винтовки.

Винтовку закрепили на стенде так, что ее ствол оказался горизонтальным. После этого из винтовки начали стрелять в мишень, находящуюся на расстоянии 50 м от нее. Из-за небольшого разброса Δv скоростей пуль они попадают в мишень на разной высоте, причем максимальное отклонение высоты их попадания в мишень от ее среднего значения составляет $\Delta h = 17$ мм. Определите максимальное отклонение Δv скорости пули от ее среднего значения $v_0 = 350$ м/с. Ускорение свободного падения 10 м/с^2. Изменение скорости пули из-за сопротивления воздуха не учитывать.



Решение:

Для двух пуль, вылетевших со скоростями v_1 и v_2:

$$t_1 = \frac{L}{v_1}, \qquad t_2 = \frac{L}{v_2}, \qquad h_1 = \frac{gt_1^2}{2}, \qquad h_2 = \frac{gt_2^2}{2},$$

где t_1— время пролёта наиболее быстрых пуль, t_2 — наиболее медленных, а h_1 и h_2 — соответствующие смещения пуль по вертикали.

Разница высот:

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \frac{gL^2}{2}\left(\frac{1}{v_2^2} - \frac{1}{v_1^2}\right) = \frac{gL^2}{2}\frac{(v_1+v_2)(v_1-v_2)}{v_1^2 v_2^2}. \qquad (2)$$

Так как разброс скоростей пуль достаточно мал, то $v_1 + v_2 \approx 2v_0$, $v_1 - v_2 = \Delta v$, откуда:

$$\Delta h \approx \frac{gL^2}{2} \cdot \frac{2v_0 \Delta v}{v_0^4} = \frac{gL^2}{v_0^3}\Delta v. \qquad (3)$$

Отсюда найдём:

$$\Delta v \approx \frac{v_0^3}{gL^2}\Delta h \approx 29 \text{ м/с}.$$

Задачу можно решить и точно, поскольку в (2) скорости $v_1 = v_0$, $v_2 = v_0 - \Delta v$. Тогда:

$$\Delta h = \frac{gL^2}{2}\left(\frac{1}{(v_0 - \Delta v)^2} - \frac{1}{v_0^2}\right). \qquad (4)$$

Отсюда:

$$v_0 - \Delta v = \frac{1}{\frac{1}{v_0^2} - \frac{2\Delta h}{gL^2}},$$

или

$$\Delta v = v_0\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2v_0^2 \Delta h}{gL^2}}} - 1\right) = 28{,}6 \text{ м/с}. \qquad (5)$$

Критерии оценивания

Найдено аналитическое выражение для h_1	2
Получено аналитическое выражение (1)	2
Сделано приближение $\Delta v = (v_1 - v_2)$ и $v_0 = (v_1 + v_2)/2$? Или получена формула (3)	2
Найдено выражение (2) или (4)	2
Найдено числовое значение Δv	2

Задача 4. Лед на дороге.

Мальчик стоит на границе газона и обледеневшего участка дороги шириной L. Трение между обувью мальчика и льдом на дороге равно 0. Он решил сначала отбежать назад, а затем, разогнавшись, преодолеть скользкий участок дороги по инерции. Коэффициент трения между обувью и газоном равен μ. Ускорение свободного падения g.

1. Какое наименьшее время T_1 потребуется мальчику, чтобы отбежать от дороги и вновь вернуться к границе обледеневшего участка, разогнавшись до скорости v_0?
2. Какое наименьшее время T от момента начала движения понадобится ему для преодоления всего скользкого участка?

Решение:

Наибольшее ускорение ученика, обусловленное трением, $a = \mu g$ как при разгоне, так и при торможении (рис. 19). На скользком участке скорость не меняется. Пусть школьник в течение времени t_1 удаляется с ускорением a от края дороги. Затем он начинает тормозить с тем же ускорением. До полной остановки уйдёт такое же время t_1. При этом он окажется на расстоянии $s = at_1^2$ от края дороги. Разгоняясь в сторону границы, он затратит ещё время t_2, чтобы вновь преодолеть расстояние s. При этом $s = at_2^2/2$. Скорость же на границе $v = at_2$.

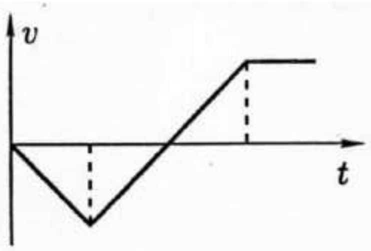


Рис. 19

Выражая t_1 через t_2, а затем t_2 через v_0, получим ответ на первый вопрос:

$$T_1 = (\sqrt{2} + 1)\frac{v_0}{\mu g}.$$

Время пересечения дороги t_3 равно:

$$t_3 = L/(at_2).$$

Полное время движения:

$$T = 2t_1 + t_2 + t_3.$$

Выражая t_1 через t_2, получим:

$$T = (\sqrt{2}+1)t_2 + L/(at_2).$$

Наименьшее время достигается при $(\sqrt{2}+1)t_2 = L/(at_2)$, то есть при условии:

$$t_2^2 = \frac{L}{(\sqrt{2}+1)a}.$$

Отсюда:

$$T = 2\sqrt{\frac{L(\sqrt{2}+1)}{\mu g}}.$$

Критерии оценивания

Получено выражение для расстояния S	1
Получено выражение для времени t_2	1
Найдена связь скорости v со временем t_2	1
Получено выражение для времени T_1	2
Получено выражение для времени t_3 пересечения дороги	1
Время T выражено через t_2	1
Получено окончательное выражение для времени T	3

Задача 5. Электрическая схема.

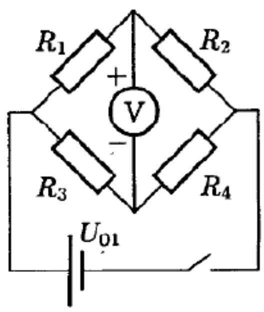


Рис. 11

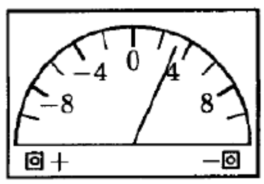


Рис. 12

Четыре резистора сопротивлениями R_1 = 3 Ом, R_2 = 4 Ом, R_3 = 7 Ом, R_4 = 6 Ом соединены с батареей (рис 11), напряжение на которой U_{01} =9,1 В.
Между резисторами подключен идеальный вольтметр. Найдите его показания.
В какую сторону отклонится стрелка вольтметра?
При подключении «+» клеммы вольтметра к положительному выводу батареи, а «-» клеммы к отрицательному выводу, стрелка отклоняется вправо. (рис. 12)

Решение:

1. Введём обозначения: U_i — падение напряжения, а I_i — сила тока, проходящего через соответствующий резистор. Поскольку вольтметр идеальный, то:

$$I_1 = I_2, \tag{8}$$

$$U_1 + U_2 = U_3 + U_4 = U_{01}. \tag{9}$$

Отсюда следует:

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} = I_2 = \frac{U_2}{R_2},$$

или

$$U_1 = \frac{R_1}{R_2} U_2. \tag{10}$$

Подставляя (10) в (9), получим:

$$U_2 = \frac{R_2}{(R_1 + R_2)} U_{01}, \qquad U_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{01} = 3{,}9 \text{ В}. \tag{11}$$

Аналогичным образом:

$$U_3 = \frac{R_3}{R_3 + R_4} U_{01} = 4{,}9 \text{ В}, \qquad U_4 = \frac{R_4}{R_3 + R_4} U_{01} = 4{,}2 \text{ В}.$$

Отсюда найдём показания вольтметра:

$$U_V = U_1 - U_3 = 3{,}9 \text{ В} - 4{,}9 \text{ В} = -1 \text{ В}.$$

Знак минус означает, что стрелка отклонится влево.

Критерии оценивания

Установмилась связь между U_1 и U_2 и U_3 и U_4	3
Найдены напряжения U_1 и U_3	4
Найдено показание вольтметра	2
Определено направление отклонения стрелки вольтметрна	1