10 КЛАСС

Задача 10.1. Определите ускорение груза массой m в системе (рис.1), состоящей из трех невесомых блоков и невесомой нерастяжимой нити, пропущенной через отверстие (в лапке штатива), в котором при скольжении нити возникает сила трения F. Найдите силу T_A натяжения нити в районе узелка А. Трение в осях блоков отсутствует.

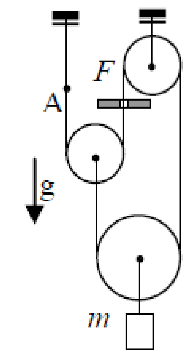

Рис. 1. К задаче 10.1

Возможное решение

Предположим, что проскальзывание нити в отверстии есть. Тогда силы натяжения, действующие на левый подвижный блок, вследствие его невесомости, отличаются в два раза (см. рис. 2). Из-за невесомости фрагмента нити пропущенного через отверстие

$$2T = F + T \quad \Rightarrow \quad F = T \qquad (1)$$

Из второго закона Ньютона для груза

$$ma = mg - 4F \quad \Rightarrow \quad a = g - 4F/m \qquad (2)$$

что возможно при

$$F < \frac{mg}{4} \qquad (3)$$

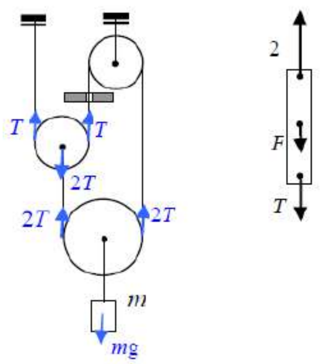

Рис. 2. К задаче 10.1

В противном случае система неподвижна, и сила трения меньше максимального значения F. В покоящейся системе ($a = 0$) сила натяжения нити равна:

$$T = \frac{mg}{4} \qquad (4)$$

Ответ: если $F < mg/4$ – проскальзывание есть, то $T = F$; если проскальзывания нет, то $T = mg/4$.

Критерии оценивания

Баллы	**Содержание решения**
1	Учет невесомости блока в расстановке сил
1	Учет невесомости нити в расстановке сил
	Правильный учет силы трения на нить
3	Нахождение силы натяжения нити (учет двух случаев)
3	Нахождение ускорения (учет двух случаев)

Задача 10.2. Из одной точки, находящейся на высоте 45 метров, одновременно бросают с одинаковыми скоростями два тела: первое вертикально вверх, второе горизонтально. В первом случае со скоростями 20 м/с, а во втором, со скоростями 40 м/с. Как относятся наибольшие

расстояние между телами во втором и первом случаях. Сопротивление воздуха не учитывать. Ускорение свободного падения считать g =10 м/с.

Возможное решение

Запишем уравнение движения тел в проекциях:

$$y_1 = 45 + vt - 5t^2 \qquad x_1 = 0 \qquad (1)$$

$$y_2 = 45 - 5t^2 \qquad x_2 = vt \qquad (2)$$

Расстояние между телами в проекциях изменяется:

$$y = y_1 - y_2 = vt \qquad x = x_1 - x_2 = -vt \qquad (3)$$

Расстояние между телами, движущимися с одинаковым ускорением из одной точки:

$$S = \sqrt{x^2 + y^2} = vt\sqrt{2} \quad (4)$$

Таким образом, расстояние между телами линейно возрастает со временем, пока тела движутся. Если какое-то тело упадет раньше на землю, чем другое, расстояние между телами будет меняться по другому закону.

Рассмотрим первый случай движения, когда скорость тел равна 40 м/с.

Из уравнения (1) имеем: первое тело имеет максимум подъема через 2 с от начала движения на высоте 65 м и упадет на землю через 3,6 с.

Тело, брошенное горизонтально, упадет первым через $t = 3$ с . В этот момент расстояние между телами будет:

$$S_1 = \sqrt{2}v \cdot t = \sqrt{2} \cdot 20 \cdot 3 = 84{,}9 \text{ м} \quad (5)$$

В дальнейшем расстояние будет только уменьшаться, т.к. через 3 секунды первое тело уже падает вниз.

Иначе обстоит дело во втором случае, когда скорость тел равна 40 м/с.

Из уравнения (1) имеем: первое тело имеет максимум подъема через 4 с от начала движения на высоте 125 м и упадет на землю через 9 с. Тело, брошенное горизонтально, упадет через $t =$ 3 с на расстоянии

$$x_2 = 40 \cdot 3 = 120 \text{ м} \qquad (6).$$

Таким образом, когда второе тело уже лежит на земле через 3 секунды, первое продолжает подниматься, т.е. удаляться от второго. Максимальная высота подъема первого тела 125 м, а расстояние между телами в этом случае равно:

$$S_2 = \sqrt{125^2 + 120^2} = 173{,}28 \text{ м} \quad (7)$$

Тогда отношение

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{173{,}3 \text{ м}}{84{,}9 \text{ м}} \approx 2 \qquad (8)$$

Ответ: $S_2/S_1 = 2$

Критерии оценивания

Баллы	Содержание решения
	Сделан вывод о линейной зависимости расстояния между телами пока они движутся (4)
	Проверка приемлемости соотношения (4) для первого случая и нахождение максимального расстояния между телами (5)
	Проверка приемлемости соотношения (4) для второго случая (одно лежит, а второе в верхней точке подъема) и нахождение максимального расстояния между телами (7)
	Найдено отношение (8)

Задача 10.3. Школьник решил приготовить чай. Он налил в чайник некоторое количество воды, поставил его на электрическую плитку и стал наблюдать за процессом нагрева воды. Школьник обнаружил, что за время $t_1 = 1$ мин температура воды повысилась на $\Delta T = 1$ ℃. Решив продолжить наблюдения, он снял чайник с плитки, после чего температура воды в чайнике за время $t_2 = 0{,}5$ мин понизилась на ту же величину $\Delta T = 1$ ℃. Какова масса m воды в чайнике, если тепловая мощность, идущая на нагрев воды при работающей плитке, W = 500 Вт? Считайте, что тепловые потери воды за счет рассеяния энергии в окружающую среду пропорциональны времени, а теплоемкость чайника пренебрежимо мала. Удельная теплоемкость воды $c = 4{,}2$ Дж/(г · ℃).

Возможное решение

Поскольку по условию тепловые потери пропорциональны времени, количественной характеристикой потерь является их мощность w. Обозначив через m массу воды, запишем уравнение баланса энергии:

при нагревании воды $$Wt_1 = cm\Delta T + wt_1 \qquad (1)$$

при остывании воды $$cm\Delta T = wt_2 \qquad (2)$$

Выразим из (2) w и подставим в уравнение (1), получаем:

$$w = \frac{cm\Delta T}{t_2} \qquad Wt_1 = cm\Delta T + \frac{cm\Delta T}{t_2}t_1 \qquad (3)$$

Отсюда:

$$m = \frac{Wt_1t_2}{c\Delta T(t_1+t_2)} \approx 2.4 \text{ кг} \qquad (4)$$

Ответ: $m \approx 2.4$ кг

Критерии оценивания

Баллы	Содержание решения
	Записано уравнение баланса энергии при нагревании воды (1)

	Записано уравнение баланса энергии при остывании воды (2)
	Выражены потери (3)
	Найдена масса воды в чайнике (4)

Задача 10.4. В схеме, приведенной на рисунке, все резисторы имеют одинаковые номиналы и напряжение подведено к точкам А и В. Токи, протекающие через резисторы, близки к предельно допустимым, и в некоторый момент перегорает резистор между точками АЕ.

1) Как и во сколько раз изменится мощность, выделяющаяся в схеме?

2) Через некоторое время вслед за АЕ перегорает резистор BD. Какой резистор перегорит следующим?

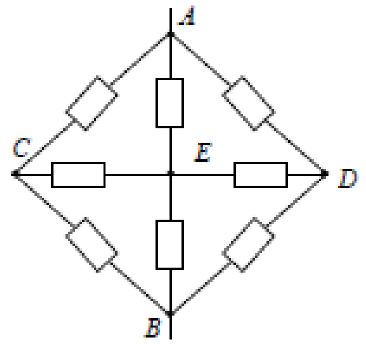

Рис. К задаче 10.4

Возможное решение

Пронумеруем все резисторы в схеме (рис.1). В начальной схеме токи через резисторы CE и ED не идут (что следует из симметрии схемы), эти резисторы можно убрать (рис.2). Тогда легко считается сопротивление цепи и мощность, выделяемая в цепи:

$$R_1 = \frac{2R}{3} \quad , \quad P_1 = \frac{U^2}{R_{AB}} = \frac{3U^2}{2R} \qquad (1)$$

Основной идеей задачи является преобразование системы из трех элементов, собранных в виде звезды, в систему из трех элементов, собранных в виде треугольника так, чтобы внешние элементы «ничего об этом не узнали». Можно проверить, что данное преобразование выглядит так, как показано на рисунке 3.

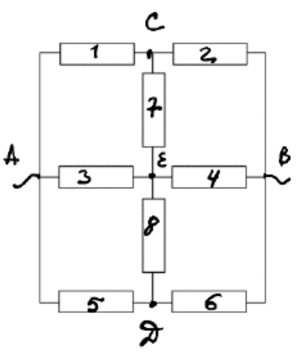

Рис. 1. К задаче 10.4

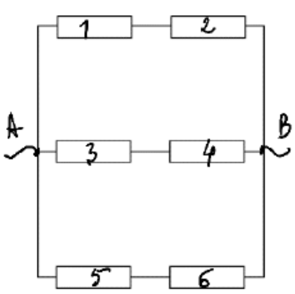

Рис. 2. К задаче 10.4

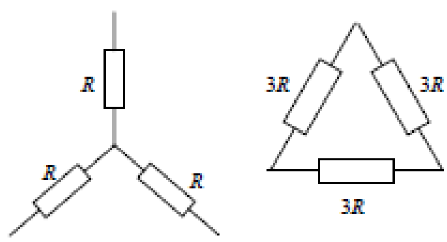

Рис. 3. К задаче 10.4

1. После перегорания резистора 3 между A и E (см. рис. 4) схему из трех резисторов (CE, DE и BE), соединенных в виде звезды, можно преобразовать в треугольник (рис. 5.). Тогда схема преобразуется (рис. 6) и легко считается общее сопротивление во втором случае:

$$R_2 = \frac{7R}{8} \quad , \; P_2 = \frac{U^2}{R_{AB}} = \frac{8U^2}{7R} \qquad (2)$$

Найдем отношение мощностей в первом и втором случаях:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{21}{16} \qquad (3)$$

Таким образом, мощность, выделяемая в цепи уменьшиться.

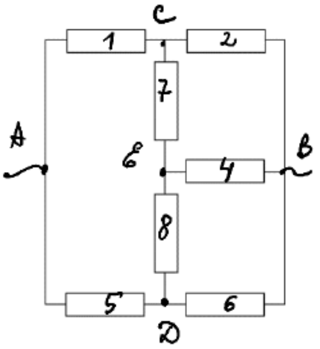

Рис. 4. К задаче 10.4

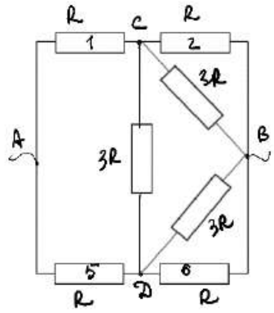

Рис. 5. К задаче 10.4

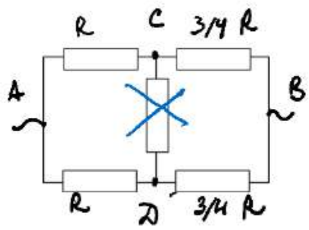

Рис. 6. К задаче 10.4

Можно получить тот же результат, не прибегая к преобразованию «звезда – треугольник», а представляя резистор 4 как два параллельно соединенных резистора сопротивлением $2R$ и разделяя схему на две симметричные части (рис. 7).

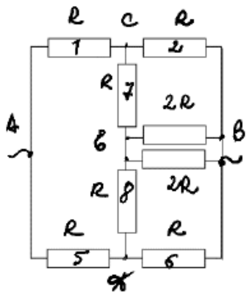

Рис. 7. К задаче 10.4

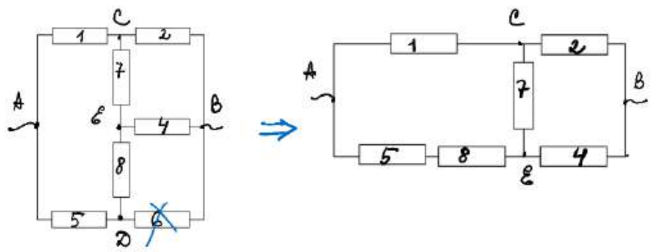

Рис. 8. К задаче 10.4

2. Для того чтобы узнать, какой резистор перегорит следующим, после перегорания резистора 6, нужно найти резистор, через который потечет наибольший ток. Изобразим полученную схему (рис. 8). В данном случае можно воспользоваться известным нам преобразованием из треугольника в звезду для резисторов 7, 4 и 2 (рис. 9). Так как резисторы 1 и 5 ничего об этом не «узнают», то напряжения на них сохранятся, соответственно сохранятся и токи, тогда после преобразования легко находятся силы тока:

$$R_{AB} = \frac{\frac{4}{3}R \cdot \frac{7}{3}R}{\frac{4}{3}R + \frac{7}{3}R} + \frac{1}{3}R = \frac{13}{11}R \quad , \; I_0 = \frac{U}{R_{AB}} = \frac{11U}{13R} \qquad (4)$$

где U – напряжение между точками A и B.

$$I_0 = I_1 + I_5 \quad ; \qquad I_1 \cdot \frac{4}{3}R = I_5 \cdot \frac{7}{3}R \ ; \quad I_1 = \frac{7}{11}I_0 \, ; \qquad I_5 = \frac{4}{11}I_0 \qquad (5)$$

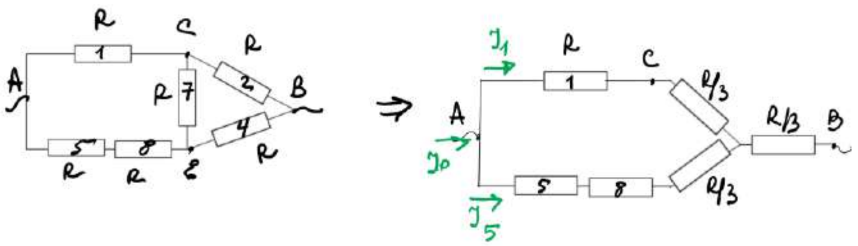

Рис. 9. К задаче 10.4

Осталось найти токи $I_2, I_4,$ и I_7 и сравнить их (см. рис. 10).

$$I_1R + I_7R = I_5 \cdot 2R \quad \Rightarrow \quad \frac{7}{11}I_0 + I_7 = 2\frac{4}{11}I_0 \quad \Rightarrow \quad I_7 = \frac{1}{11}I_0 \qquad (6)$$

$$I_0 = I_2 + I_4; \quad I_2R = I_7R + I_4R \quad \Rightarrow \quad I_2 = \frac{1}{11}I_0 + I_4 \quad \Rightarrow \quad I_4 = \frac{5}{11}I_0 \qquad (7)$$

Таким образом, наибольший ток, идущий через резистор 1 между точками A и C $I_1 = \frac{7}{11}I_0$, он и перегорит следующим.

Также в решении задачи учитывалось, что резисторы перегорают, если ток через них не только наибольший, но и превышает предельно допустимый ток, который легко находится в первом случае:

$$I_0 = \frac{U}{2R}$$

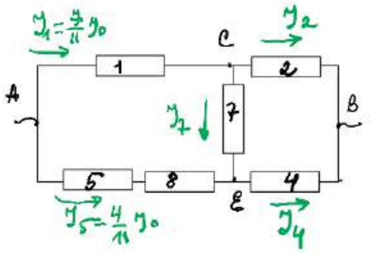

Рис. 10. К задаче 10.4

Критерии оценивания

Баллы	**Содержание решения**
	Нарисована эквивалентная схема и найдено сопротивление и мощность в цепи до перегорания резисторов (1)
	Нарисована эквивалентная схема и найдено сопротивление и мощность в цепи после перегорания резистора 3 (2)
	Найдено отношение мощностей (3) и указано, что она уменьшиться
	Нарисована эквивалентная схема и обосновано суждение о том, какой следующий перегорит резистор.

Задача 10.5. Кот Леопольд разглядывает себя в витрине магазина, находясь от неё на расстоянии 1 м. Витрина состоит из двух стёкол. Леопольд видит два своих отражения, причём ему кажется, что размер одного изображения составляет 5/6 размера другого. Найти расстояние между стёклами витрины.

Возможное решение

Обозначим D – расстояние от Леопольда до витрины, d – расстояние между стёклами. Каждое из стёкол витрины отражает предмет как зеркало. Соответствующие мнимые изображения (A_1B_1 и A_2B_2) приведены на рисунке 1. Изображение A_2B_2 будет находится дальше и видно под меньшим углом, чем изображение A_2B_2 . Угол, под которым Леопольд видит изображение A_2B_2, равен углу, под которым она видит кусок A_1C первого изображения, поэтому

$$\frac{A_1C}{A_2B_2} = \frac{h}{H} = \frac{5}{6} \qquad (1)$$

Из подобия треугольников ΔAA_1C и ΔAA_2B_2 следует :

$$\frac{A_1C}{A_2B_2} = \frac{AA_1}{AA_2} \qquad (2)$$

$$\frac{h}{H} = \frac{2D}{2(D+d)} \qquad (3)$$

Тогда окончательно находим:

$$d = \frac{D}{5} = 20 \text{ см} \qquad (4)$$

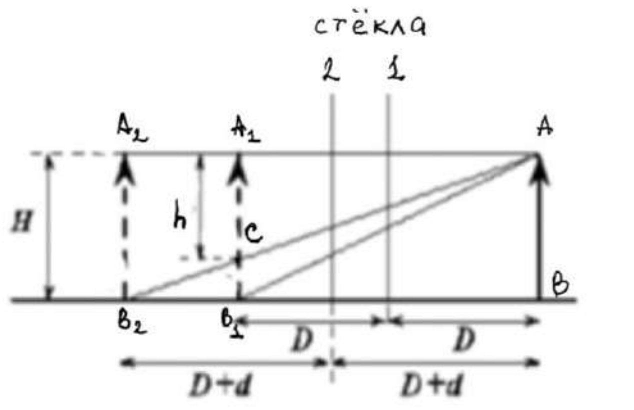

Рис.1. К задаче 11.5

Ответ: Расстояние между стёклами витрины равно $d = D/5 = 20$ см.

Критерии оценивания

Баллы	Содержание решения
	Указано, что каждое из стёкол витрины отражает предмет как зеркало
	Построены мнимые изображения
	Дано объяснение почему изображения кажутся разного размера
	Найдено расстояние между стеклами (1) - (4)