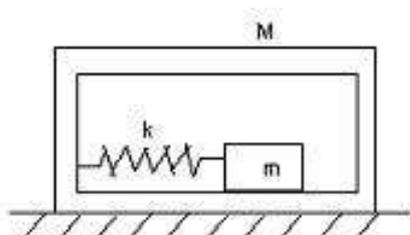


11 класс

11.1. (10 баллов) «Коробка с пружиной».

Коробка массы M стоит на горизонтальном столе. Коэффициент трения между столом и коробкой равен μ . Внутри коробки лежит груз массы m , который может без трения двигаться по дну коробки. Он прикреплен к стенке коробки пружиной жесткости k (смотри рисунок). При какой амплитуде колебаний груза коробка начнет двигаться по столу?



Ответ: $A = \frac{\mu(M + m)g}{k}$.

Решение: Коробка начнет двигаться по столу, как только сила, действующая на коробку, превысит силу трения, равную $F_{тр} = \mu(M + m)g$.

На коробку изнутри действует сила упругости пружины, равная $F_{упр} = kA$, где A - амплитуда колебаний.

Приравнивая эти силы, получаем для амплитуды выражение:

$$A = \frac{\mu(M + m)g}{k}.$$

Комментарии.

Записано и сформулировано условие движения коробки по столу: 4 балла.

Указано действие на коробку силы упругости и записана формула: 3 балла.

Получен правильный ответ: 3 балла.

11.2. (10 баллов) «Летающая пуля».

Пуля, летящая со скоростью V_0 , пробивает несколько одинаковых досок, расположенных на некотором расстоянии друг от друга. В какой по счёту доске застрянет пуля, если её скорость после прохождения первой доски равна $V_1 = 0,83 V_0$?

Ответ: в четвёртой доске.

Решение: Потери кинетической энергии пули при пролете каждой из досок одинаковы и равны:

$$\Delta E = \frac{mV_0^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2} = \frac{m(V_0^2 - V_1^2)}{2}.$$

Всю энергию пуля потеряет, пробив $n = \frac{mV_0^2}{2\Delta E} = \frac{V_0^2}{V_0^2 - V_1^2} \approx 3,3$ доски, т.е. пуля застрянет в четвертой доске.

Комментарии.

Отмечено равенство потерь кинетической энергии при пролёте каждой доски: 2 балла.

Записана потеря кинетической энергии при пролёте через одну доску: 4 балла.

Получена формула для количества досок: 2 балла.

Найден правильный ответ: 2 балла.

11.3. (10 баллов) «Система сосудов».

Сосуды с объёмами $V_1 = 200 \text{ см}^3$ и $V_2 = 100 \text{ см}^3$ соединены короткой трубкой, в которой имеется теплоизолирующая пористая перегородка. С помощью этой перегородки в сосудах устанавливаются одинаковые давления. Система находится при температуре $t_0 = 27^\circ \text{C}$ и содержит газ при давлении $p_0 = 10^5 \text{ Па}$. Какое давление установится в системе, если малый сосуд поместить в лёд при температуре $t_1 = 0^\circ \text{C}$, а большой - в пар при температуре $t_2 = 100^\circ \text{C}$? Тепловым расширением сосудов пренебречь.

Ответ: $p = 9 \cdot 10^4 \text{ Па}$.

Решение: Запишем уравнение Менделеева-Клапейрона для газа в сосуде объёмом V_1 :

$$p_0 V_1 = \frac{m_1}{\mu} RT_0, \text{ где } \mu - \text{молярная масса газа.}$$

Из этого уравнения найдем массу газа в этом сосуде:

$$m_1 = \frac{p_0 V_1 \mu}{RT_0}.$$

Аналогично можно выразить массу газа во втором сосуде:

$$m_2 = \frac{p_0 V_2 \mu}{RT_0}.$$

После того, как температура сосудов изменилась, в них установилось давление p . (По условию задачи трубка, соединяющая сосуды, является с одной стороны пористой, а с другой стороны – теплоизолирующей. Поэтому в сосудах установится одинаковое давление, хотя температура газа в сосудах окажется различной). Масса газа в сосудах также изменится и окажется равной m'_1 и m'_2 .

Запишем уравнение состояния для газа в сосуде объёмом V_1 :

$$p V_1 = \frac{m'_1}{\mu} RT_1, \quad m'_1 = \frac{p V_1 \mu}{RT_1}.$$

Аналогично найдем массу газа во втором сосуде:

$$m'_2 = \frac{p V_2 \mu}{RT_2}.$$

Суммарная масса газа в сосудах не изменилась, поэтому

$$m_1 + m_2 = m'_1 + m'_2,$$

$$\frac{p_0 V_1 \mu}{RT_0} + \frac{p_0 V_2 \mu}{RT_0} = \frac{p V_1 \mu}{RT_1} + \frac{p V_2 \mu}{RT_2},$$

$$p = \frac{p_0 (V_1 + V_2)}{T_0 \left(\frac{V_1}{T_1} + \frac{V_2}{T_2} \right)},$$

$$p = 9 \cdot 10^4 \text{ Па.}$$

Комментарии.

Записано уравнение Менделеева–Клапейрона для обеих частей сосуда в начальном состоянии: 2 балла.

Получены выражения для массы газа: 2 балла.

Учтены условия процесса: постоянство давления и различие температур: 1 балл.

Записаны выражения масс газа во втором состоянии: 1 балл.

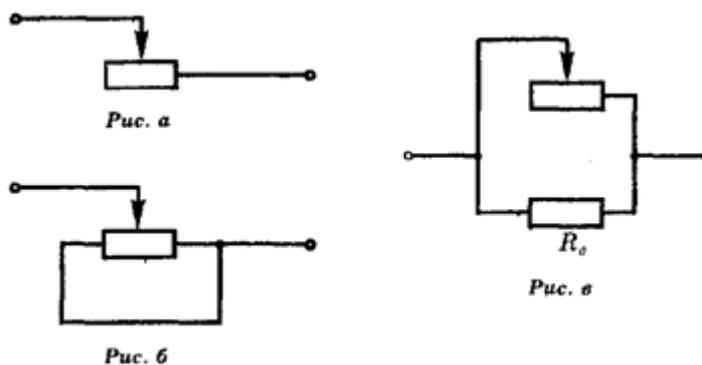
Отмечена неизменность суммарной массы газа: 1 балл.

Получено выражение для давления газа: 2 балла.

Найден правильный ответ: 1 балл.

11.4. (10 баллов) «Реостат».

Для каждой из трёх схем включения реостата (рис. а-в), имеющего сопротивление R_0 , постройте график зависимости сопротивления R цепи от сопротивления r правой части реостата. Ответ обоснуйте.



Решение: Для схемы на рис. а очевидно, что $R = r$. Таким образом, зависимость будет линейной с максимальным значением $R_0 = R$.

В схеме на рис. б части реостата с сопротивлениями r и $R_0 - r$ соединены параллельно:

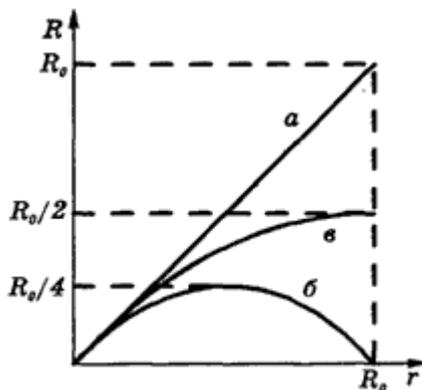
$$R = \frac{r (R_0 - r)}{r + (R_0 - r)} = \frac{r (R_0 - r)}{R_0} = - \frac{1}{R_0} r^2 + r.$$

Вид графика – парабола, с максимальным значением $R = \frac{R_0}{4}$ при $r = \frac{R_0}{2}$.

В схеме на рис. в соединены параллельно проводники с сопротивлениями r и R_0 поэтому:

$$R = \frac{rR_0}{r + R_0}$$

с максимальным значением $R = \frac{R_0}{2}$ при $r = R_0$.



Графики этих зависимостей приведены на рисунке (график a – прямая, $б$ – парабола, $в$ – гипербола). В начале координат все три графика касаются друг друга.

Комментарии.

Получен и представлен график a): 2 балла.

Получен и представлен график $б$): 4 балла.

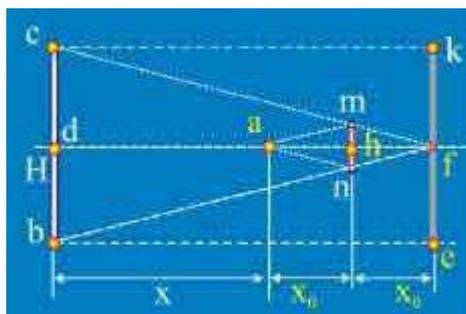
Получен и представлен график $в$): 4 балла.

11.5. (10 баллов) «Автомобильное зеркало».

Размеры заднего окна автомобиля 120×45 см². Водитель сидит на расстоянии $L=2$ м от заднего окна. Каковы должны быть минимальные размеры плоского зеркала заднего вида, висящего на расстоянии $L_0=0,5$ м перед водителем, чтобы водитель имел наилучший обзор дорожной обстановки за автомобилем?

Ответ: 0,075 м; 0,2 м.

Решение: Рассмотрим вначале соотношение между вертикальным размером зеркала h и вертикальным размером заднего стекла автомобиля из условия того, что глаз водителя должен видеть отражение нижней и задней кромки стекла.



Для определения высоты зеркала h рассмотрим подобие двух треугольников, образованных лучами в процессе построения отражения точек s и b от кромок зеркала, m и n :

$$\Delta bcf \sim \Delta amn, \frac{H}{x+2x_0} = \frac{h}{x_0}, h = \frac{Hx_0}{x+2x_0} = \frac{0,45 \cdot 0,5}{2+1} = 0,075 \text{ м.}$$

Горизонтальный размер зеркала получается методом таких же построений только в горизонтальной плоскости:

$$z = \frac{Bx_0}{x+2x_0} = \frac{1,2 \cdot 0,5}{3} = 0,2 \text{ м.}$$

Комментарии.

Построен чертёж: 2 балла.

Определена высота зеркала: 4 балла.

Определена ширина зеркала: 4 балла.