

Всероссийская олимпиада школьников 2021-2022

физика ( муниципальный этап )

Калининград,

11 класс

Общее время выполнения работы – 3 часа 50 минут.

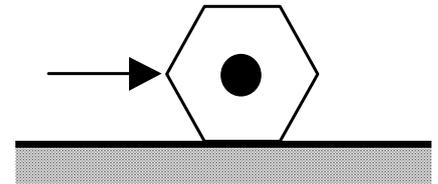
Максимальное количество баллов – 50 баллов

При выполнении работы можно пользоваться непрограммируемым калькулятором.

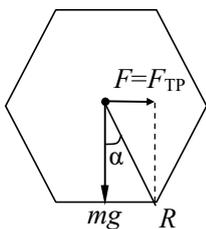
**ЗАДАЧА 1 (10 баллов)**

Шестигранный карандаш, лежащий на горизонтальной поверхности, толкнули в направлении, перпендикулярном его продольной оси (см. рис.).

При каких значениях коэффициента трения  $\mu$  между карандашом и поверхностью карандаш будет скользить по поверхности, не вращаясь вокруг продольной оси?



РЕШЕНИЕ.



Карандаш начнет вращаться при выполнении условия  $F_{\text{тр}} \cdot R \cdot \cos \alpha = mgR \cdot \sin \alpha$ . Тогда  $\mu mg = mg \operatorname{tg} \alpha$ ,  $\mu = \operatorname{tg} \alpha$  (рис.1.1). Для шестигранника  $\alpha = 30^\circ$ .

Ответ:  $\mu = \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

Критерии оценки задачи № 1:

1	Найдено условие начала вращения (1)	3
2	Получено уравнение для $\mu$ (2)	3
3	Получено значение угла $\alpha$	2
4	Получено значение $\mu$	2

## ЗАДАЧА 2 (10 баллов)

Канат, длина которого  $l = 1$  м, наполовину свешивается со стола, высота которого больше  $l$ . Коэффициент трения между канатом и столом  $\mu = 0,4$ . Канат начинает соскальзывать без начальной скорости. Определите скорость каната в момент времени, когда его конец соскользнет со стола.

### РЕШЕНИЕ.

Направим ось  $x$  вертикально вниз с началом в угле стола. Ускорение движения каната будет проходить под влиянием силы тяжести, свешивающейся части  $F_T = \lambda \cdot x \cdot g$  и силы трения  $F_{\text{ТР}} = \mu \lambda (l - x) g$ , где  $\lambda$  – линейная плотность каната,  $x$  – координата нижнего конца. Обе силы линейно зависят от пройденного пути, поэтому для определения их работы можно взять их среднее значение

$$\langle F_T \rangle = \frac{1}{2} \left[ \lambda \cdot \frac{l}{2} \cdot g + \lambda \cdot l \cdot g \right] = \frac{3}{4} \lambda l g,$$

$$\langle F_{\text{ТР}} \rangle = \frac{1}{2} \left[ \mu \lambda \cdot \frac{l}{2} \cdot g + 0 \right] = \frac{1}{4} \mu \lambda l g.$$

Канат перемещается вниз на  $\frac{l}{2}$ , разность работ этих силы определяет кинетическую

энергию каната в момент соскальзывания со стола

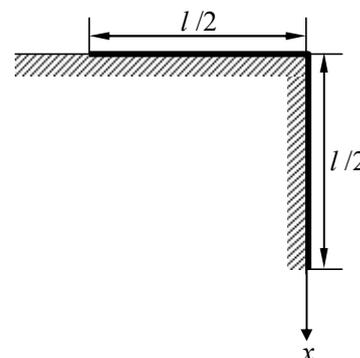
$$\langle F_T \rangle \cdot \frac{l}{2} - \langle F_{\text{ТР}} \rangle \cdot \frac{l}{2} = \frac{l}{2} \left[ \frac{3}{4} \lambda l g - \frac{1}{4} \mu \lambda l g \right] = \frac{l^2}{8} \lambda \cdot g (3 - \mu) = \frac{m v^2}{2} = \frac{\lambda l v^2}{2}.$$

Откуда  $v = \frac{\sqrt{(3 - \mu) l g}}{2}$ .

ОТВЕТ:  $v = \frac{\sqrt{(3 - \mu) l g}}{2}$

Критерии оценки задачи № 2:

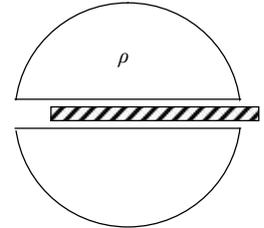
1	Получены зависимости сил от длин соответствующих частей каната	2
---	--	---



2	Сделано предположение равенстве $E_K$ и разности работ	3
3	Получено выражение для разности работ $F_T$ и $F_{TP}$	4
4	Получено выражение для скорости	1

### ЗАДАЧА 3 (10 баллов)

Вдоль диаметра однородной планеты плотностью  $\rho$  пробурили сквозную шахту, в которую поместили гладкий стержень той же плотности. Длина стержня равна диаметру планеты. Определить период малых колебаний стержня вдоль оси шахты.



### РЕШЕНИЕ

Из закона всемирного тяготения находим ускорение свободного падения на поверхности планеты

$$g = \gamma \frac{4\pi R^3 \rho}{3R^2} = \frac{4}{3} \pi \gamma \rho R,$$

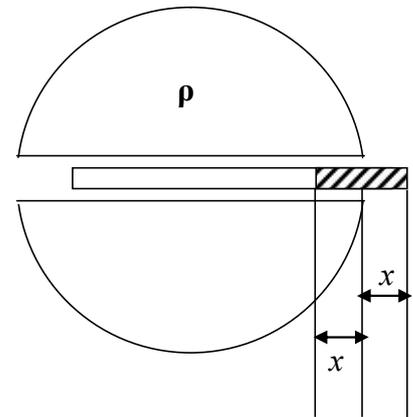
где  $\gamma$  – гравитационная постоянная,  $R$  – радиус планеты. Пусть  $\rho_1$  – линейная плотность стержня, тогда при его смещении на небольшое расстояние  $x$  через положение равновесия на него

будет действовать возвращающая сила  $F = 2 \rho_1 g x$ . Сила тяжести, действующая на незаштрихованный участок стержня, равна нулю в силу симметрии. Поскольку возвращающая сила линейно зависит от смещения, колебания стержня будут гармоническими, а их период будет равен периоду колебаний груза массой  $m = 2 R \rho_1$  на пружине жесткостью  $k = 2 \rho_1 g$ :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \sqrt{\frac{3\pi}{\rho\gamma}}.$$

Критерии оценки задачи № 3:

1	Найдено ускорение свободного падения на планете (1)	2
2	Получено выражение для возвращающей силы (2)	3
3	Найдена жесткость эквивалентной пружины и массы стержня	3
4	Получено выражение для периода (3)	2

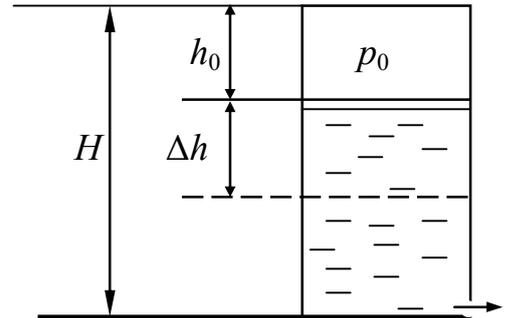


#### ЗАДАЧА 4 (10 баллов)

Вертикальный цилиндрический сосуд сечением  $S$  и высотой  $H$  заполнен жидкостью плотностью  $\rho$  и запаян при атмосферном давлении  $p_0$ . При этом высота столба воздуха в сосуде равна  $h_0$ . Какая масса жидкости вытечет из сосуда, если в его нижней части сделать небольшое отверстие? Температура не изменяется.

РЕШЕНИЕ.

Так как сосуд с жидкостью запаян при атмосферном давлении  $p_0$ , то если в его нижней части сделать отверстие, давление на уровне отверстия изнутри сосуда будет больше атмосферного и жидкость начнет вытекать. При этом воздух в сосуде будет расширяться и его давление уменьшится. В некоторый момент времени давление воздуха уменьшится настолько, что жидкость перестанет вытекать. Тогда давление, действующее на уровне отверстия (рис.), станет равным атмосферному:



$$p + \rho g (H - h_0 - \Delta h) = p_0, \quad (1)$$

где  $\Delta h$  – высота слоя жидкости, которая вытечет из сосуда.

Используя уравнения состояния воздуха в начале и в конце процесса расширения

$$p_0 h_0 S = \nu R T, \quad p (h_0 + \Delta h) S = \nu R T,$$

получим

$$p_0 h_0 = p (h_0 + \Delta h). \quad (2)$$

Следовательно, уравнение (1) с учетом (2) примет вид

$$\frac{p_0 h_0}{h_0 + \Delta h} + \rho g (H - h_0 - \Delta h) = p_0. \quad (3)$$

Приведя это выражение к общему знаменателю, получим квадратное уравнение

$$\Delta h^2 + \left( 2h_0 - H + \frac{p_0}{\rho g} \right) \Delta h - h_0 (H - h_0) = 0, \quad (4)$$

решая которое относительно величины  $\Delta h$ , получим:

$$\Delta h = \frac{1}{2} \left[ H - \frac{p_0}{\rho g} - 2h_0 + \sqrt{\left( \frac{p_0}{\rho g} + 2h_0 - H \right)^2 + 4h_0(H - h_0)} \right]. \quad (5)$$

Следовательно, из сосуда вытечет жидкость массой

$$\Delta m = \rho S \Delta h = \frac{1}{2} \rho S \left[ H - \frac{p_0}{\rho g} + 2h_0 + \sqrt{\left( \frac{p_0}{\rho g} + 2h_0 - H \right)^2 + 4h_0(H - h_0)} \right]. \quad (6)$$

ОТВЕТ:  $\Delta m = \frac{1}{2} \rho S \left[ H - \frac{p_0}{\rho g} + 2h_0 + \sqrt{\left( \frac{p_0}{\rho g} + 2h_0 - H \right)^2 + 4h_0(H - h_0)} \right]$

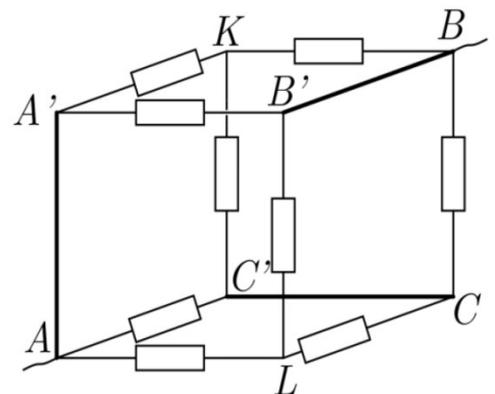
Критерии оценки задачи № 4:

1	Составлено уравнение равновесия (1)	2
2	На основе уравнения состояния идеального газа получено уравнение (2)	2
3	Записано квадратное уравнение (4)	2
4	Получено выражение для изменения высоты уровня жидкости (5)	2
5	Получено выражение для массы вытекшей жидкости (6)	2

### ЗАДАЧА 5 (10 баллов)

Куб собран из одинаковых резисторов сопротивлением R. Три резистора заменили на идеальные перемычки, как указано на рисунке.

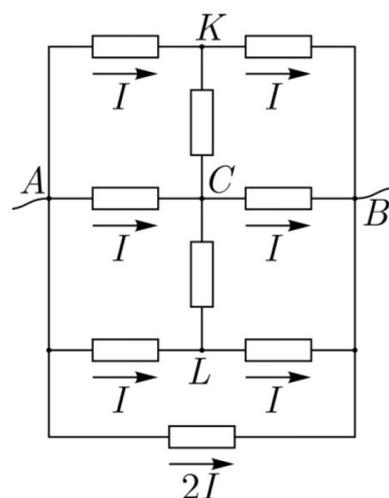
1. Найдите общее сопротивление получившейся системы между контактами А и В.
2. Какие резисторы из оставшихся можно убрать так, что это не изменит общее сопротивление системы?
3. Если известно, что сила тока, текущего через большинство резисторов электрической цепи, равна  $I = 2A$ , вычислите силу тока в проводе, подсоединенном к узлу А (или В)?
4. Вычислите силу тока, текущего через идеальную перемычку AA'?



## РЕШЕНИЕ

Изобразим эквивалентную схему и расставим токи в ветвях с учетом закона сохранения заряда и закона Ома (сила тока обратно пропорционально сопротивлениям параллельных ветвей). Теперь легко дать ответы на вопросы задачи. В силу симметрии схемы токи через резисторы в ветвях КС и СL не идут. Следовательно, эти резисторы можно убрать, и это не приведет к перераспределению токов в цепи и изменению общего сопротивления, которое равно

$$R_0 = \frac{U_0}{I_0} = \frac{2IR}{5I} = \frac{2R}{5}.$$



По условию  $I=2A$  Следовательно, сила тока, входящего в узел А, равна  $5I=10A$ . Сила тока через идеальную перемычку АА' равна сумме сил токов через резисторы в ветвях А'К и А'В':  $3I=6A$ .

Критерии оценивания задачи № 5:

1	Правильная эквивалентная схема	2 балла
2	Обосновано отсутствие тока через два резистора	2 балла
3	Найдено общее сопротивление	2 балла
4	Определен общий ток	2 балла
5	Найден ток через перемычку	2 балла