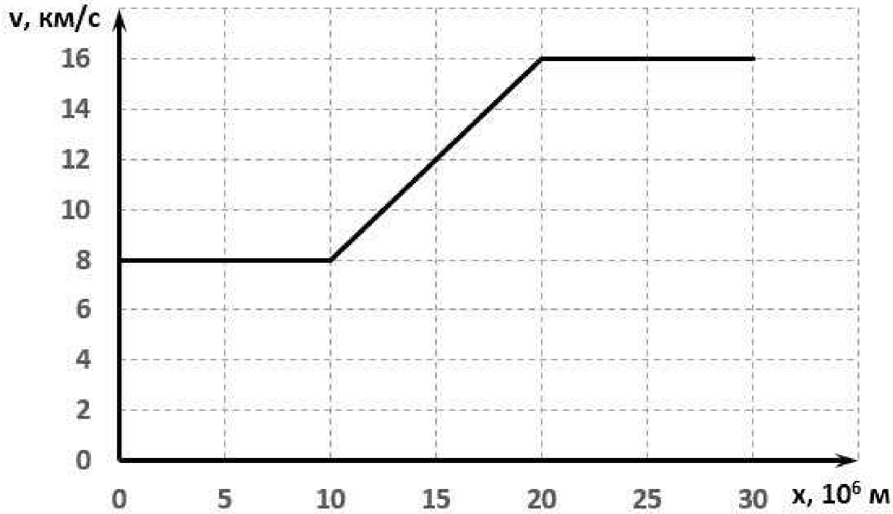
11 КЛАСС

(10 баллов)

Задача 1. Давным-давно, в далекой-далекой галактике... Космический корабль движется в глубоком космосе. Его скорость изменяется так, как показано на рисунке, где x – координата корабля. ***(10 баллов)***



Найдите максимальное ускорение корабля на этапе его разгона.

Решение:

Из графика следует, что при x < 10 Мм и x > 20 Мм скорость корабля постоянна, а значит, его ускорение равно нулю. На этапе разгона скорость корабля связана с координатой следующей формулой: $v = k \cdot x$, где k – размерный коэффициент. Пусть за малое время Δt скорость изменилась на малую величину Δv. Тогда $\Delta v = k \cdot \Delta x$. Разделив левую и правую части на Δt, получаем

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{k \cdot \Delta x}{\Delta t}$$

Или $a = kv$, т.е. при таком движении корабля его ускорение прямо пропорционально скорости.

Найдем k.

$$k = \frac{\Delta v}{\Delta x} = \frac{(16 - 8) \cdot 10^3 \text{м/с}}{10 \cdot 10^6 \text{ м}} = 0{,}8 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$$

Максимальное ускорение корабль имеет в той точке этапа разгона, где максимальна его скорость, т.е. при x = 20 Мм. Тогда

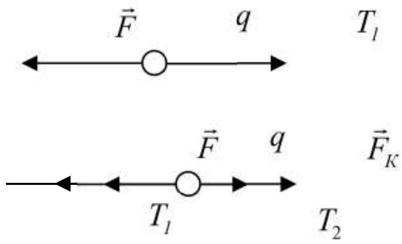
$a_{max} = 0{,}8 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1} \cdot 16 \cdot 10^3 \text{м/с}$ =12,8 м/с^2.

Критерии оценивания:

Вывод о пропорциональности скорости и координаты	2 балла
Связь изменений $\Delta v = k \cdot \Delta x$	2 балла
Получение формулы $a = kv$	2 балла
Расчет коэффициента пропорциональности	2 балла
Расчет a_{max}	2 балла

Задача 2. Цепочка зарядов. Дана бесконечная цепочка связанных между собой равных одноимённых зарядов. Известны расстояния L между зарядами, и силы натяжения нитей T_1 – крайней, и T_2 – второй с краю. Найти заряд q ***.(10 баллов)***

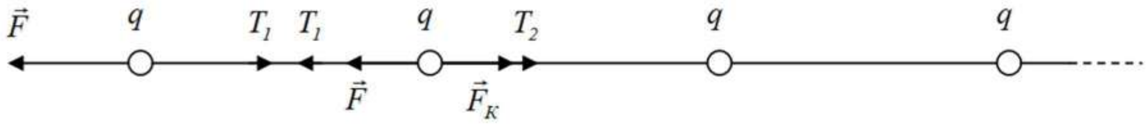
Решение:



На оба крайних заряда действует одинаковая сила отталкивания F от остальных зарядов бесконечной цепочки.

На первом заряде: равновесие сил $F = T_1$.

На втором заряде: влево действуют F и T_1, а вправо T_2 и F_K – кулоновская сила отталкивания от первого заряда *(кулоновская сила, действующая на первый заряд со стороны второго уже включена в силу F).*



Тогда

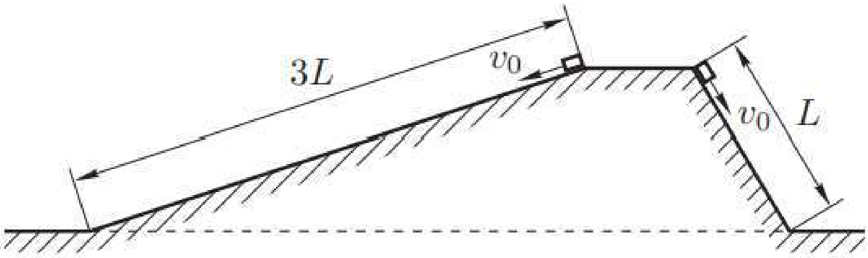
$$\begin{cases} F + T_1 = T_2 + F_K \\ F = T_1 \end{cases} \qquad F_K = 2T_1 - T_2,$$

$$q^2 = \frac{F_K L^2}{k} = \frac{\left(F + T_1 - T_2\right)L^2}{k} = \frac{2T_1 - T_2}{k} L^2, \qquad \Rightarrow \qquad q = L\sqrt{\frac{2T_1 - T_2}{k}}.$$

Критерии оценивания:

Сделан вывод о равенстве сил отталкивания крайних зарядов от остальных зарядов цепочки	2 балла
Записано уравнение равновесия для 1 заряда	2 балла
Записано уравнение равновесия для 2 заряда	2 балла
Записано выражение закона Кулона	2 балла
Найдено выражение для заряда	2 балла

Задача 3. Скатились… С вершины гладкой горки вдоль наклонной плоскости длиной L толкнули со скоростью v_0 брусок. Через некоторое время t_1 он достиг основания горки. Затем тот же брусок пустили со скоростью v_0 вдоль наклонной плоскости длиной 3L, и он скатился за время t_2. Во сколько раз время t_2 скатывания с этой горки больше времени t_1? ***(10 баллов)***



Решение:

Так как трения нет, то согласно закону сохранения механической энергии в обоих случаях скорость бруска у основания горки будет одной и той же. Обозначим её $v_к$.

Время скатывания с горки $t = L/v_{ср}$, где $v_{ср} = (v_0 + v_к)/2$ – средняя скорость при спуске с горки. Они одинаковы для обеих горок. Тогда:

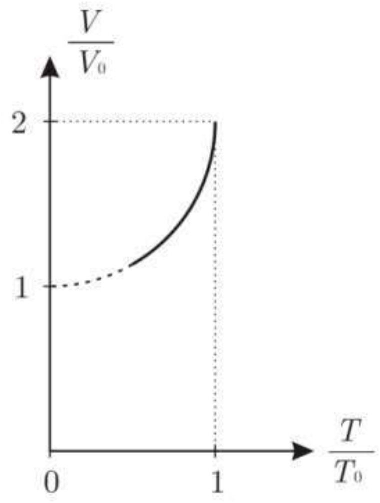
$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{3L}{v_{ср}}\frac{v_{ср}}{L} = 3$$

Таким образом, во втором случае время скатывания в три раза больше.

Критерии оценивания:

Вывод о равенстве скоростей брусков у основания	2 балла
Получено выражение для t_1	3 балла
Получено выражение для t_2	3 балла
Проведено сравнение t_1 и t_2	2 балла

Задача 4. Необычный процесс. На рисунке представлена (в относительных единицах) зависимость объёма порции воздуха массой *m = 10 г* от его температуры (примерно шестая часть окружности единичного радиуса). Найдите максимальное давление P_{max}, которого достигал воздух в процессе нагревания, если V_0 = *1 л*, а T_0 = *300 К*. ***(10 баллов)***



В этой задаче воздух можно считать идеальным газом.

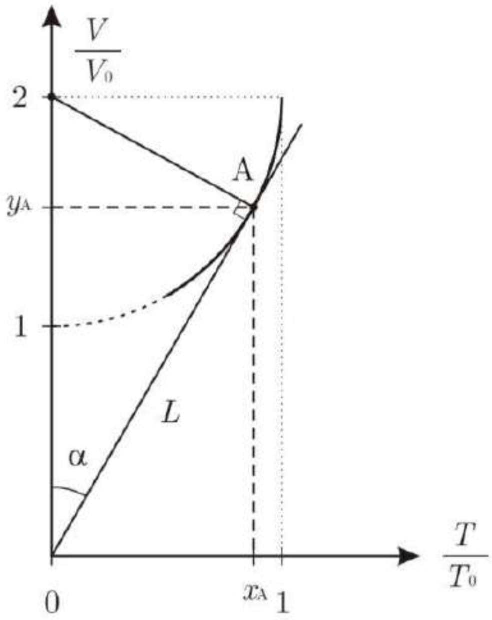
Решение:

Запишем уравнение состояния идеального газа: $PV = \nu RT$. Тогда в относительных единицах:

$$PV_0\frac{V}{V_0} = \nu RT_0\frac{T}{T_0},$$

или

$$\frac{V}{V_0} = \frac{\nu RT_0}{PV_0}\frac{T}{T_0}.$$



Видно, что процесс с постоянным давлением (изобара) в используемых координатах представляет из себя прямую, проходящую через начало координат. Причем чем больше давление, тем больше угол α (см. рис.). Таким образом, точку, в которой давление было максимально, можно найти проведя касательную из начала координат к графику процесса (т. A на рисунке). Поскольку радиус окружности единичный, sin α = 1/2, значит, α = 30° и

$$L = 2\,cos\alpha = \sqrt{3},$$

$$x_A = L\,sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$y_A = L\,cos\alpha = \frac{3}{2}$$

Зная координаты точки на графике, найдём максимальное давление:

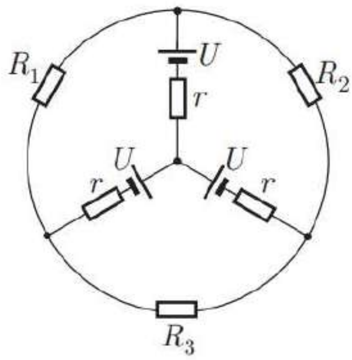
$$P_{max} = \frac{m}{\mu}R\frac{x_AT_0}{y_AV_0} = 5\cdot 10^5\text{ Па}$$

где μ = 29 г/моль — молярная масса воздуха.

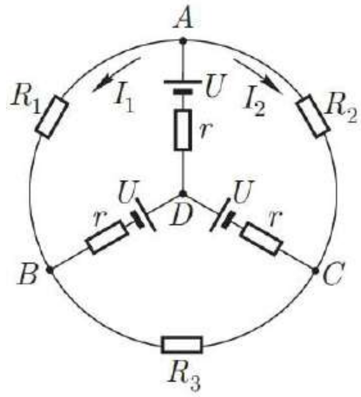
Критерии оценивания:

Связь максимального давления с углом наклона вспомогательной изобары	2 балла
Максимальное давление в данном процессе в точке касания самой «пологой» изобары	2 балла
Определение координат точки касания ……………………………	4 балла
Определение максимального давления	2 балла

Задача 5. Токи в кольце. Разветвленная электрическая цепь состоит из трех аккумуляторов и шести резисторов. Напряжение на выводах аккумуляторов постоянно и равно U = 4,5 В. Сопротивления резисторов, включенный во внешний участок цепи, $R_1 = R_2 = R_3 = 15$ Ом, а сопротивления резисторов r, ограничивающих ток аккумуляторов, составляют 5 Ом. Вычислите силы токов, протекающих через резисторы R_1, R_2, R_3. ***(10 баллов)***



Решение:



Из симметрии схемы относительно участка цепи AD следует:

1. Силы токов I_1 и I_2 на участках цепи AB и AC одинаковы, а сами токи направлены от узла A к узлам B и C; по этой же причине $I_1 = I_{BD}$, $I_2 = I_{CD}$
2. Ток через резистор R_3 не течет, то есть $I_3 = 0$.

Сила тока $I_{DA} = I_1 + I_2$. Совершим обход контура ABD против часовой стрелки. В этом случае сумма всех напряжений в данном контуре будет равна нулю:

$$2U - I_1 r - (I_1 + I_2) r - I_1 R = 0$$

Откуда

$$I_1 = \frac{2U}{3r + R} = 0{,}3\text{ A} = I_2$$

Критерии оценивания:

Утверждение $I_3 = 0$ с обоснованием ………………………………………………………	2 балла
Утверждение $I_1 = I_2$ с обоснованием ……………………………………………………….	2 балла
Утверждение $I_{DA} = I_1 + I_2$ с обоснованием ………………………………………………	2 балла
Закон Ома для замкнутого участка *ABD* ……………………………………………………...	2 балла
Численный ответ ,………………………………	2 балла