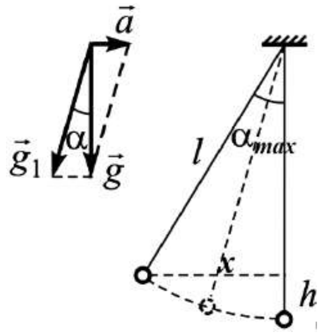
КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

Максимальное количество баллов – 50 баллов.
Время выполнения заданий - 230 минут.

Задача №1 (10 баллов)

В неподвижном автобусе к потолку подвешен на нити длиной l шарик малых размеров. Определите максимальную высоту подъема шарика h относительно его начального положения после того, как автобус поехал прямолинейно по ровной горизонтальной дороге с постоянным ускорением a. Ускорение свободного падения g.

Возможное решение:



По закону сложения ускорений ускорение свободного падения относительно системы отсчета, связанной с автобусом,

$$\vec{g}_1 = \vec{g} - \vec{a}.$$

Из рисунка видно, что модуль этого ускорения равен

$$g_1 = \sqrt{g^2 + a^2}, \qquad (1)$$

а само ускорение образует с вертикалью угол α, причем

$$\text{tg}\alpha = \frac{a}{g} \qquad (2)$$

Т.к. ускорение автобуса постоянное, то сила инерции постоянная, а значит, она консервативна. Приравнивая работу силы инерции к приращению потенциальной энергии в результате отклонения маятника, получим

$$m \cdot a \cdot x = m \cdot a \cdot l \cdot \sin\alpha_{max} = mgh = mgl(1 - \cos\alpha_{max})$$

где α_{max} – максимальный угол отклонения маятника. Подставим выражение для ускорения:

$$\text{tg}\alpha \cdot \sin\alpha_{max} = 1 - \cos\alpha_{max} = 2\sin^2\frac{\alpha_{max}}{2},$$

т.е.

$$\text{tg}\alpha = \text{tg}\frac{\alpha_{max}}{2},$$

следовательно, $\alpha_{max} = 2\alpha$.

Тогда

$$h = l(1 - \cos 2\alpha) = 2l\sin^2\alpha \qquad (3)$$

Используя формулу

$$\sin\alpha = \frac{\text{tg}\,\alpha}{\sqrt{1 + \text{tg}^2\alpha}}$$

получаем

$$h = 2l\frac{\text{tg}^2\alpha}{1 + \text{tg}^2\alpha} \qquad (4)$$

где

$$\text{tg}\alpha = \frac{a}{g}.$$

Отсюда получаем

$$h = 2l\frac{\left(\frac{a}{g}\right)^2}{1+\left(\frac{a}{g}\right)^2}$$

$$h = 2l\frac{a^2}{g^2 + a^2} \qquad (5)$$

Ответ: шарик поднимется на высоту $h = 2l\frac{a^2}{g^2+a^2}$.

Критерии оценивания:

1. Сделан чертеж с обозначениями и найден модуль ускорения свободного падения относительно системы отсчета, связанной с вагоном (1) – **2 балла**
2. Записана формула для tgα (2) – **2 балла**
3. Показано, что максимальный угол отклонения равен 2α – **3 балла**
4. Получена итоговая формула для высоты h (5) – **3 балла**

Задача № 2 (10 баллов)

Задумав быстро вскипятить воду, Даша налила ее в кастрюлю-скороварку, причем объем воды оказался намного меньше объема кастрюли. Даша герметично закрыла крышку, включила нагрев и отвлеклась. В результате Даша осталась без воды. Оцените, какую часть объема кастрюли занимала вода до начала нагрева, если ее исходная температура T_1= 20°C, испарилась вся вода при достижении давления в 3 атмосферы и температуры T_2= 115°C. Давлением водяных паров в скороварке при 20°C можно пренебречь. Универсальная газовая постоянная равна 8,31 Дж/(моль·К), плотность воды ρ = 1 г/см^3, молярная масса воды M = 18 г/моль, атмосферное давление 100 кПа.

Возможное решение:

Пусть α – часть объема кастрюли, занятая водой, p_0 – атмосферное давление, V – объем кастрюли. Тогда изначально в объеме $V - \alpha V = V(1 - \alpha)$ при температуре T_1 находится воздух, для которого можно записать уравнение состояния идеального газа:

$$p_0V(1 - \alpha) = \nu_{\text{возд.}}RT_1.$$

По окончании нагрева в объеме V при температуре T_2 находятся воздух и водяной пар, для которых также можно записать уравнения состояния:

$$p_{\text{возд.}}V = \nu_{\text{возд.}}RT_2 = \frac{p_0V(1-\alpha)T_2}{T_1}$$

$$p_{\text{воды.}}V = \nu_{\text{воды}}RT_2 = \frac{m_{\text{воды}}}{M}RT_2 = \frac{\rho\alpha V}{M}RT_2,$$

Давление в кастрюле после нагрева:

$$3p_0 = p_{\text{возд.}} + p_{\text{воды.}} = \frac{p_0(1-\alpha)T_2}{T_1} + \frac{\alpha\rho}{M}RT_2$$

Из последнего уравнения находим искомое значение α:

$$\alpha = \frac{\mathrm{M}\, p_0(3 - \frac{\mathrm{T}_2}{\mathrm{T}_1})}{\rho R \mathrm{T}_2 - p_0 \mathrm{M} \frac{\mathrm{T}_2}{\mathrm{T}_1}} \approx 9{,}3 \cdot 10^{-4}.$$

Ответ: вода занимала часть объема кастрюли, равную $\alpha = \frac{\mathrm{M}\, p_0(3 - \frac{\mathrm{T}_2}{\mathrm{T}_1})}{\rho R \mathrm{T}_2 - p_0 \mathrm{M} \frac{\mathrm{T}_2}{\mathrm{T}_1}} \approx 9{,}3 \cdot 10^{-4}$.

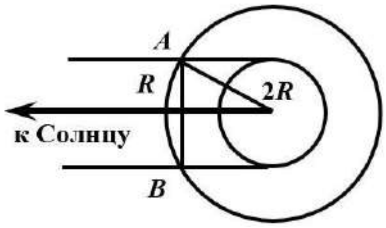
Критерии оценивания:

1) Применено уравнение состояния идеального газа для воздуха до нагрева – **1 балл**
2) Применено уравнение состояния идеального газа для воздуха после нагрева – **1 балл**
3) Применено уравнение состояния идеального газа для водяного пара после нагрева – **1 балл**
4) Применен закон Дальтона – **3 балла**.
5) Масса воды выражена через ее плотность и объем – **1 балл**.
6) Получено выражение для части объема кастрюли, занимаемого водой до начала нагрева – **2 балла**.
7) Произведен правильный числовой расчет – **1 балл**.

Задача № 3 (10 баллов)

Определите среднюю скорость движения «тени» спутника по поверхности Земли, если плоскость его круговой орбиты находится в плоскости земного экватора и проходит на высоте h от поверхности Земли. Высота h равна радиусу Земли, первая космическая скорость для Земли равна v_1=7,9 км/с.

Возможное решение:



«Тень» спутника движется по поверхности Земли, когда спутник проходит по дуге АВ. Угловая величина этой дуги может быть найдена из геометрических соображений:

$$\overset{\frown}{\mathrm{AB}} = 2\alpha = 2 \arcsin \frac{R}{2R} = \pi/3.$$

Таким образом, расстояние, равное длине дуги АВ, спутник проходит за 1/6 периода своего обращения.

$$\mathrm{T} = \frac{2\pi(R+h)}{v} = \frac{4\pi R}{v}$$

где R – радиус Земли, v – скорость спутника.

Скорость движения спутника находим из закона всемирного тяготения и второго закона Ньютона:

$$\frac{mv^2}{R+h} = \mathrm{G}\frac{M\,m}{(R+h)^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{GM}{2R}} = \frac{v_1}{\sqrt{2}},$$

где $v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}}$ – первая космическая скорость.Таким образом,

$$\mathrm{T} = \frac{4\sqrt{2}\pi \mathrm{R}}{v_1}.$$

Путь «тени» равен половине длины экватора: $S = \pi R$.
Средняя скорость «тени»

$$v_{\text{ср}} = \frac{S}{t} = \frac{S}{\mathrm{T}/6} = \frac{6\pi R v_1}{4\sqrt{2}\pi R} = \frac{3v_1}{2\sqrt{2}} \approx 8{,}4 \text{ км/с}.$$

Ответ: Средняя скорость «тени» $v_{\text{ср}} = \frac{3v_1}{2\sqrt{2}} \approx 8{,}4$ км/с.

Критерии оценивания:

1) Выполнен рисунок или сделаны словесные пояснения, из которых найдена угловая величина дуги АВ (длина дуги АВ) – **3 балла**.

2) Из закона всемирного тяготения и второго закона Ньютона найдена скорость движения спутника – **2 балла**.

3) Скорость движения спутника выражена через первую космическую скорость – **1 балл**.

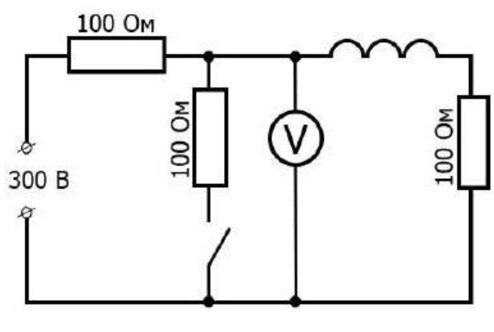
4) Определен период обращения спутника – **1 балл**.

5) Определено время, в течение которого спутник отбрасывает «тень» - **1 балл**.

6) Записано выражение для расчета средней скорости и получено верное числовое значение – **2 балла**.

Задача №4 (10 баллов)

При проведении лабораторной работы была собрана электрическая цепь, которая включает в себя источник тока с напряжением U = 300 В, три резистора с сопротивлением по R = 100 Ом каждый, ключ, вольтметр и катушку индуктивности (см рисунок). Найдите значения напряжений, которые показал вольтметр до и после замыкания ключа. Вольтметр и катушку индуктивности считать идеальными.



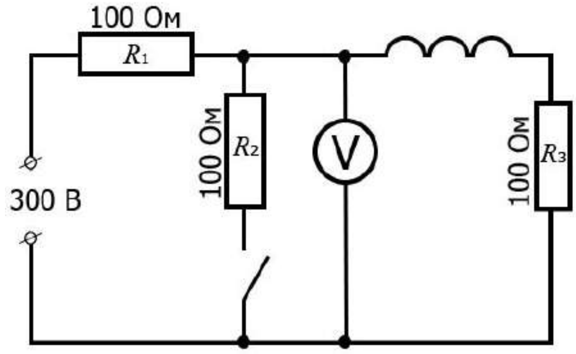
Возможное решение:

Введем обозначения:

I_1, I_2, I_3, V – силы токов, текущих через сопротивления R_1, R_2, R_3 и напряжение на вольтметре до замыкания ключа.

I'_1, I'_2, I'_3, V′ – силы токов, текущих через сопротивления R_1, R_2, R_3 и напряжение на вольтметре сразу после замыкания ключа.

I''_1, I''_2, I''_3, V″ – силы токов, текущих через сопротивления R_1, R_2, R_3 и напряжение на вольтметре после установления тока после замыкания ключа.



Общее сопротивление цепи при разомкнутом ключе, равно

$$R_1 + R_3 = 2R = 200 \text{ Ом} \quad (1)$$

Силы токов в этом случае:

$$I_1 = I_3 = \frac{U}{2R} = 1{,}5 \text{ А}, \qquad I_2 = 0 \quad (2)$$

При этом вольтметр показывает напряжение

$$V = I_3 R = 150 \text{ В} \quad (3)$$

После замыкания ключа, в катушке возникает ЭДС самоиндукции, препятствующая изменению тока, текущего по катушке. Поэтому сразу после замыкания ключа, сила тока в катушке равна

$$I'_3 = I_1 = 1{,}5 \text{ А}. \quad (4)$$

Сила тока, текущего в этот момент через R_1

$$I'_1 = I'_2 + I'_3 \quad (5)$$

А также заметим, что:

$$U = I'_1 R + I'_2 R \quad (6)$$

Из (5), (6) следует, что

$$U = (I'_2 + I'_3)R + I'_2 R$$

Выразим I'_2:

$$I'_2 = \frac{U - I'_3 R}{2R} = 0.75 \text{ А} \quad (7)$$

В этот момент времени вольтметр показывает напряжение:

$$V' = I'_2 R = 75 \text{ В} \quad (8)$$

После установления тока в цепи общее сопротивление цепи равно $R + 0{,}5R = 1{,}5R$. Сила тока через сопротивление R_1 в этот момент

$$I''_1 = \frac{U}{1{,}5R} = 2 \text{ А} \quad (9)$$

После установления силы тока в цепи вольтметр показывает напряжение:

$$V'' = U - I''_1 R = 100 \text{ В} \quad (10)$$

Ответ: напряжение на вольтметре до замыкания цепи V=150 В, сразу после замыкания V′ = 75 В, после установления тока в цепи V″= 100 В.

Критерии оценивания:

1. Найдены силы токов при разомкнутом ключе (2) – **1 балл**
2. Найдено напряжение на вольтметре при разомкнутом ключе (3) – **1 балл**
3. Получено и обосновано значение для I'_3 и I_1 сразу после замыкания ключа (4) – **2 балла**
4. Записано выражение для напряжений (6) – **2 балла**
5. Получено выражение для силы тока I'_2 сразу после замыкания ключа (7) – **1 балл**
6. Получено напряжение на вольтметре сразу после замыкания ключа (8) – **1 балл**
7. Получено выражение для силы тока I''_1 после установления тока в цепи (9) – **1 балл**

8. Получено напряжение на вольтметре после установления тока в цепи (10) – **1 балл**

Задача №5 (10 баллов)

Определите напряжение на обкладках погруженного в керосин на 2/3 своего объема плоского конденсатора для двух случаев погружения:

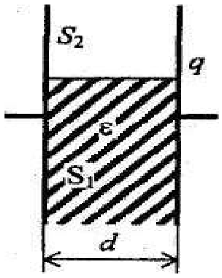
1) вертикальное;

2) горизонтальное.

Считать известными заряд конденсатора *q*, площадь каждой пластины *S*, расстояние между пластинами *d*, диэлектрическую проницаемость керосина $\varepsilon = 2$.

Возможное решение:

1. Пластины погружены в диэлектрик вертикально.



В этом случае имеем два параллельно соединенных конденсатора с одинаковым расстоянием между пластинами и разной площадью обкладок. Параллельность соединения двух конденсаторов определяется тем, что для обоих конденсаторов одинакова разность потенциалов между их пластинами (у обоих конденсаторов пластинами являются части пластин исходного конденсатора, имеющие одинаковый потенциал по всей поверхности).

Итак, если C_0 – емкость полученного конденсатора, C_1 и C_2 – емкости образовавшихся конденсаторов, $S_1 = \frac{2S}{3}$, $S_2 = \frac{S}{3}$ – площади пластин образовавшихся конденсаторов, тогда

$$C_0 = C_1 + C_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S_1}{d} + \frac{\varepsilon_0 S_2}{d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon 2S}{3d} + \frac{\varepsilon_0 S}{3d}.$$

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{3d}(2\varepsilon + 1). \qquad (1)$$

Тогда напряжение между пластинами конденсатора после погружения его в керосин равно:

$$U_0 = \frac{q}{C_0} = \frac{q3d}{\varepsilon_0 S(2\varepsilon+1)}$$

По условию диэлектрическая проницаемость керосина $\varepsilon = 2$, поэтому

$$U_0 = \frac{3qd}{5\varepsilon_0 S} \qquad (2)$$

2. Пластины погружены в диэлектрик горизонтально.

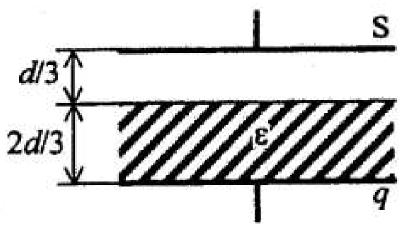
Теперь образовались два конденсатора, соединенные последовательно.

Итак, если C_0 – емкость полученного конденсатора, C_1 и C_2 – емкости образовавшихся конденсаторов, $S_1 = \frac{2S}{3}$, $S_2 = \frac{S}{3}$ – площади пластин образовавшихся конденсаторов, тогда

$$\frac{1}{C_0} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2};$$

$$\frac{1}{C_0} = \frac{C_1+C_2}{C_1 C_2};$$

$$C_0 = \frac{C_1 C_2}{C_1+C_2}$$



$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{2d/3} = \frac{3\varepsilon_0 \varepsilon S}{2d}$$

$$C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{d/3} = \frac{3\varepsilon_0 S}{d}$$

$$C_0 = \frac{\left(\frac{3\varepsilon_0 \varepsilon S}{2d} \cdot \frac{3\varepsilon_0 S}{d}\right)}{\left(\frac{3\varepsilon_0 \varepsilon S}{2d} + \frac{3\varepsilon_0 S}{d}\right)} = \frac{9\varepsilon_0^2 \varepsilon S^2 2d}{2d^2 3\varepsilon_0 S(\varepsilon+2)}\,. \tag{3}$$

Тогда напряжение между пластинами исходного конденсатора после погружения его в керосин равно:

$$U_0 = \frac{q}{C_0} = \frac{qd(\varepsilon+2)}{3\varepsilon_0 \varepsilon S}\,.$$

По условию диэлектрическая проницаемость керосина $\varepsilon = 2$, поэтому

$$U_0 = \frac{4qd}{3\varepsilon_0 2S} = \frac{2qd}{3\varepsilon_0 S}$$

$$U_0 = \frac{2qd}{3\varepsilon_0 S} \tag{4}$$

Ответ: напряжение на погруженном в керосин конденсаторе

1) при погружении его вертикально

$$U_0 = \frac{3qd}{5\varepsilon_0 S}$$

2) при погружении его горизонтально

$$U_0 = \frac{2qd}{3\varepsilon_0 S}$$

Критерии оценивания:

1) <u>Пластины погружены в диэлектрик вертикально</u>

1. Выведена формула для емкости полученного конденсатора (1) – **3 балла**
2. Найдено напряжение на погруженном в керосин конденсаторе (2) – **2 балла**

2) <u>Пластины погружены в диэлектрик горизонтально</u>

1. Выведена формула для емкости полученного конденсатора (3) – **3 балла**
2. Найдено напряжение на погруженном в керосин конденсаторе (4) – **2 балла**