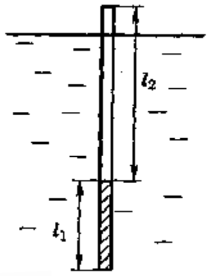
Ключи ответов

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 10.
В исключительных случаях допускаются оценки, кратные 0,5 балла.
Проверка работ осуществляется Жюри олимпиады согласно стандартной методике оценивания решений:

Баллы	*Правильность (ошибочность) решения*
10	*Полное верное решение*
8-9	*Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение*
6-7	*Решение в целом верное, однако, содержит существенные ошибки (не физические, а математические)*
5-6	*Найдено решение одного из двух возможных случаев*
3-4	*Есть понимание физики явления, но не найдено одно из необходимых для решения уравнений, в результате полученная система уравнений не полна и невозможно найти решение*
1-2	*Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении)*
0	*Решение неверное, или отсутствует*

Максимальный балл за работу – 50.

Задача 1. Стержень в воде



Тонкий стержень постоянного сечения состоит из двух частей. Первая из них имеет длину 10 см и плотность 1,5г/см^3, вторая – плотн6ость 0,5 г/см^3. При какой длине второй части стержня он будет плавать в воде (плотность воды 1г/см^3) в вертикальном положении?

Решение:

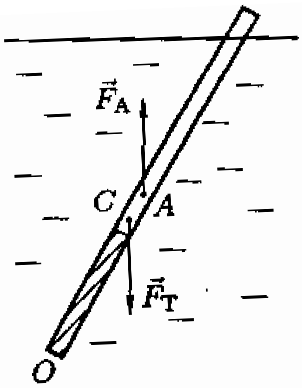


Рис. 28

Пусть S — площадь сечения стержня. Вес воды в объёме стержня:

$$P = \rho_0(l_1 + l_2)gS.$$

Вес стержня:

$$P_0 = (\rho_1 l_1 + \rho_2 l_2)gS.$$

Стержень не будет тонуть, если $P > P_0$, откуда находим:

$$l_2 > l_1 = 10 \text{ см}.$$

Для того, чтобы стержень плавал вертикально, необходимо, чтобы при малом наклоне стержня возникал вращающий момент, стремящийся вернуть его в вертикальное положение. Это возможно, если точка приложения силы Архимеда $\vec{F}_A$ находится выше точки приложения силы тяжести $\vec{F}_T$, то есть геометрический центр A погружённой части расположен выше центра тяжести C стержня (рис. 28). Это условие можно представить в виде:

$$OA > OC. \qquad (14)$$

Обозначим за L глубину подводной части стержня. Тогда:

$$L = \frac{\rho_1 l_1 + \rho_2 l_2}{\rho_0} = \frac{3}{2}l_1 + \frac{1}{2}l_2,$$

$$OA = \frac{L}{2} = \frac{1}{4}(3l_1 + l_2).$$

По определению расстояние от точки O до центра масс равно:

$$OC = \frac{\rho_1 l_1(l_1/2) + \rho_2 l_2(l_1 + l_2/2)}{\rho_1 l_1 + \rho_2 l_2} = \frac{3l_1^2 + 2l_1 l_2 + l_2^2}{2(3l_1 + l_2)}.$$

В этих обозначениях условие (14) примет вид:

$$(3l_1 + l_2)^2 > 2(3l_1^2 + 2l_1 l_2 + l_2^2),$$

$$3l_1^2 + 2l_1 l_2 - l_2^2 < 0.$$

С учётом того, что $l_2 > 0$, получаем ограничение сверху:

$$l_2 < 3l_1 = 30 \text{ см}.$$

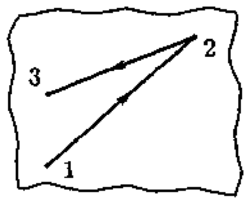
Окончательный ответ 10 см < l_2< 30см.

Критерии оценивания:

Найдена минимальная длина l_2, при которой стержень не тонет	3
Записано условие устойчивости плавания стержня	1
Получено выражение для расстояния OA	2
Найдено расстояние о точки O до центра масс	2
Решено неравенство относительно l_2	1
Приведен окончательный ответ	1

Задача 2. Оси координат.

На старой рукописи изображен процесс 1 – 2 – 3, совершенный с одним молем азота. Состояние 1 и 3 лежат на одной изохоре. В процессах 1 – 2 и 2 – 3 объем газа изменяется на ΔV. Количество теплоты, подведенное в процессе 1 – 2 – 3 к азоту, равно нулу. Определите, на каком расстоянии (в единицах объема) от оси p (давлений) находится изохора, проходящая через точки 1 и 3.



Решение:

Внутренняя энергия газа является функцией состояния, поэтому её изменение в процессе 1 → 2 → 3 равно:

$$\Delta U_{1\to2\to3} = \nu C_V(T_3 - T_1) = \frac{C_V}{R}(p_3V_3 - p_1V_1) = \frac{C_V}{R}(p_3 - p_1)V_1.$$

Работа, совершённая над газом в процессе 1 → 2 → 3, численно равна площади треугольника 1 → 2 → 3:

$$A_{1\to2\to3} = -\frac{(p_3 - p_1)\Delta V}{2}.$$

По первому закону термодинамики:

$$A_{1\to2\to3} + \Delta U_{1\to2\to3} = Q_{1\to2\to3} = 0.$$

Отсюда следует, что:

$$-\frac{(p_3 - p_1)\Delta V}{2} + \frac{C_V}{R}(p_3 - p_1)V_1 = 0.$$

С учётом того, что для азота $C_V = 5R/2$, мы получаем:

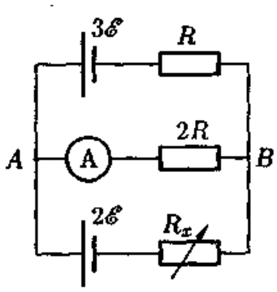
$$5V_1 = \Delta V, \qquad \text{или} \qquad V_1 = \Delta V/5.$$

Это и есть искомое расстояние от оси p (давлений) до изохоры 1 → 3.

Критерии оценивания:

Записано выражение для изменения внутренней энергии	3
Записано выражение для работы, совершенной над газом	3
Записан первый закон термодинамики	1
Найдено расстояние от оси p (давлений) до изохоры 1 – 3.	3

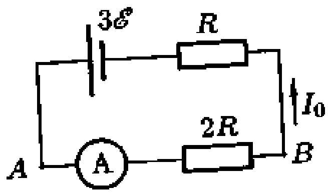
Задача 3. Переменный резистор.



В электрической цепи ЭДС батареек равны $3\mathscr{E}$ и $2\mathscr{E}$, а сопротивления резисторов $R_1 = R$, $R_2 = 2R$, $R_x = 3R$. На сколько процентов изменится сила тока, проходящая через амперметр, если сопротивление переменного резистора R_x увеличить на 5%?

Решение:

Мысленно отсоединим часть цепи, содержащую батарейку с ЭДС 2E. Тогда сила тока, протекающая через оставшийся контур (см рис), будет равна:



$$I_0 = \frac{3\mathscr{E}}{R + 2R} = \frac{\mathscr{E}}{R}.$$

Найдем разность потенциалов между точками A и B:

$$\varphi_A - \varphi_B = 3\mathscr{E} - I_0 R = 3\mathscr{E} - \frac{\mathscr{E}}{R}R = 2\mathscr{E}.$$

Поскольку ЭДС $2\mathscr{E}$ в точности равна разности потенциалов $(\varphi_A - \varphi_B)$, то подключение этой батареи к зажимам A и B не изменит разность потенциалов, и в этой ветви сила тока будет равна нулю:

$$(\varphi_A - \varphi_B) - 2\mathscr{E} = 0 = I_2 R_x.$$

Следовательно, изменение сопротивления резистора R_x не повлияет на силу тока, проходящего через амперметр.

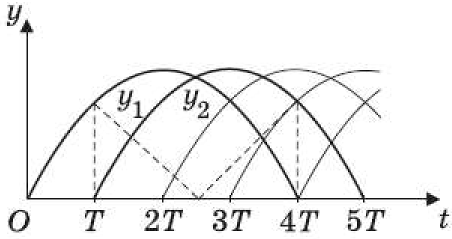
Критерии оценивания:

Найдена разность потенциалов	6
Отмечено, что $(\varphi_A - \varphi_B) = 2E$	2
Сделан вывод, что сила тока не зависит от сопротивления переменного резистора	2

Задача 4. Жонглер.

Жонглер бросает шарики вертикально вверх с одинаковой скоростью через равные промежутки времени. При этом пятый шарик он бросает в тот момент времени, когда первый возвращается в точку бросания. Найти максимальное расстояние между первым и вторым шариками, если начальная скорость шариков 5 м/с. Ускорение свободного падения 10 м/с^2. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение. Зависимости координат первого и второго шариков от времени описываются уравнениями: $y_1 = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$, $y_2 = v_0(t - T) - \frac{g(t-T)^2}{2}$, где T — промежуток времени



между бросаниями шариков. Время полета каждого из шариков $t_0 = \frac{2v_0}{g}$, поэтому $T = \frac{t_0}{4} = \frac{v_0}{2g}$, причем первый и второй шарики находятся в полете одновременно при $T \le t \le 4T$ (см. рисунок, на котором сплошными линиями изображены зависимости координат шариков от времени). Расстояние между первым и вторым шариками $S = |y_1 - y_2| = \left|v_0 T + \frac{gT^2}{2} - gTt\right|$. График зависимости этой величины от времени изображен на рисунке штриховой линией. Анализ последнего выражения показывает, что оно достигает максимума при $t = T$ и при $t = 4T$, т. е. в момент бросания второго шарика и в момент возвращения первого шарика в исходную точку. Подставляя в выражение для расстояния между шариками одно из этих значений времени, получаем:
$S_{max} = \frac{3v_0^2}{8g} \approx 0{,}94$ м.

Ответ. $S_{max} \approx 0{,}94$ м.

Критерии оценивания:

Записаны уравнения движения 1 и 2 шариков	2
Определено время полета каждого шарика	2
Определен промежуток времени между бросанием шариков	2
Записана формула для расстояния шариков	2
Получен правильный ответ	2

Задача 5. Кубик льда.

В цилиндрическом сосуде с площадью основания 11 см^2 находится кубик льда массой 11г при температуре -10^{0}С. Какое минимальное количество теплоты нужно сообщить льду для того, чтобы при дальнейшем нагревании уровень воды в сосуде не изменялся? Удельная теплоемкость льда 2100 Дж/(кг*^{0}С), удельная теплота плавления льда 330000 Дж/кг, плотность льда 900 кг/м^3. При расчете принять, что при плавлении кусок льда сохраняет форму куба.

Решение. Уровень воды в сосуде будет подниматься до момента всплытия льда. После этого, пока весь лед не растает, уровень воды будет находиться на одной и той же высоте h, которая определяется объемом воды, образовавшейся из всего растаявшего льда: $h = \frac{m}{S\rho_в}$. Здесь $\rho_в$ — плотность воды. С другой стороны, лед всплывет, когда глубина подводной части кубика станет равной h. Из условия плавания частично растаявшего кубика $\rho_л a^3 g = \rho_в a^2 h g$ находим длину его ребра: $a = \frac{h\rho_в}{\rho_л} = \frac{m}{S\rho_л}$. Отсюда масса начавшего плавать кубика $m' = \rho_л a^3 = \frac{m^3}{\rho_л^2 S^3}$. Таким образом, для того чтобы кубик всплыл, нужно, чтобы растаяла масса льда $m_x = m - m' = m - \frac{m^3}{\rho_л^2 S^3}$. Для этого требуется количество теплоты $Q = mc|t| + \lambda m_x$. Объединяя записанные выражения, получаем: $Q = mc|t| + \lambda m\left(1 - \frac{m^2}{\rho_л^2 S^3}\right) \approx 3{,}5$ кДж.

Ответ. $Q \approx 3{,}5$ кДж.

Критерии оценивания:

Указано условие, при котором не изменяется уровень воды	2
Определена высота уровня воды в сосуде	2
Найдена длина ребра частично растаявшего кубика	2
Определена масса растаявшего льда	2
Определено минимальное количество теплоты	2