

11 Класс.

Задача №1. Падающие Шары

Возможное решение

1. При установившемся падении сила сопротивления воздуха равна силе тяжести: $F_c = mg$.

2. Поскольку $m = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3$, а $F_c = kSv^2 = k\pi R^2 v^2$, где k – коэффициент пропорциональности одинаковый для обоих шариков, т.к. они из одного материала и оба – сферической формы.

3. На основании пункта (2) получаем $v_1^2 = \frac{4\rho}{3k} R_1$, $v_2^2 = \frac{4\rho}{3k} R_2$.

4. Для шариков, связанных длиной нитью, запишем: $\rho \cdot \frac{4}{3} \pi R_1^3 g + \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R_2^3 g = k\pi R_1^2 v^2 + k\pi R_2^2 v^2$,

5. или
$$v^2 = \frac{4}{3} \cdot \frac{\rho}{k} \cdot \frac{R_1^3 + R_2^3}{R_1^2 + R_2^2}$$

6. Поставив сюда значения R_1 и R_2 из (3), получим: $v = \sqrt{\frac{v_1^6 + v_2^6}{v_1^4 + v_2^4}}$

7. Расчёт даёт результат: $v = \sqrt{\frac{50^6 + 75^6}{50^4 + 75^4}} = 71,5 \text{ м/с}$.

Критерии оценивания

За 1-й пункт – 1 балл

За 2-й пункт – 3 балла

За 3-й пункт – 2 балла

За 4-й пункт – 1 балл

За 5-ый пункт – 1 балла

За 6-ой пункт – 1 балл.

За 7-ой пункт – 1 балл

Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2 баллов.

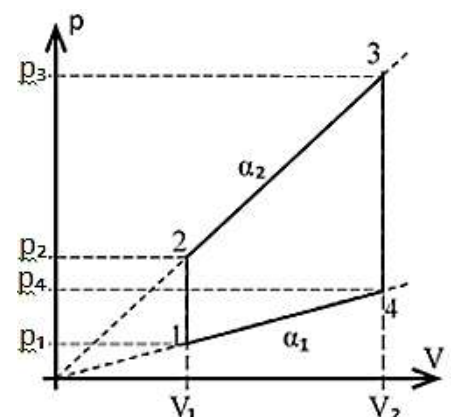
Задача №2. Тепловая машина

Возможное решение

1. Изображаем рисунок цикла, который дан по условию и расставляем все характерные точки цикла.

2. Вначале определим теплоемкость в процессах в которых давление пропорционально объему, т.е. $p = \alpha V$. В этом случае первый закон термодинамики:

$$\nu C \Delta T = \nu C_V \Delta T + p \Delta V \quad \text{или} \quad \nu C \Delta T = \nu C_V \Delta T + \alpha V \Delta V$$



3. Уравнение Клапейрона-Менделеева $pV = \nu RT$ для такого процесса принимает вид: $\alpha V^2 = \nu RT$. Из него легко показать, что для малого изменения температуры справедливо: $\nu R \Delta T = \alpha 2V \Delta V$ или $\alpha V \Delta V = \frac{1}{2} \cdot \nu R \Delta T$.
4. Подставим в уравнение 1-го закона термодинамики и получим: $\nu C \Delta T = \nu C_V \Delta T + \frac{1}{2} \cdot \nu R \Delta T$, тогда $C = C_V + R/2$.
5. В замкнутом цикле $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$ в процессе $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ тепловая машина получала тепло $- Q_H$. Тогда $Q_H = Q_{12} + Q_{23} = \nu C_V \Delta T_{12} + \nu C \Delta T_{23} = \nu \cdot (C_V(T_2 - T_1) + (C_V + R/2) \cdot (T_3 - T_2)) = \nu \cdot (C_V(T_3 - T_1) + (T_3 - T_2) \cdot R/2)$. Окончательно $Q_H = \nu \cdot (4T_3 - 3T_1 - T_2) \cdot R/2$.
6. В процессе $3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$ тепловая машина отдавала тепло $- Q_X$. т.е. $Q_X = Q_{34} + Q_{41} = \nu C_V \Delta T_{34} + \nu C \Delta T_{41} = \nu \cdot (C_V(T_3 - T_4 + T_4 - T_1) + (T_4 - T_1) \cdot R/2)$
Окончательно $Q_X = \nu \cdot (3T_3 - 4T_1 + T_4) \cdot R/2$
7. Уравнение состояния: для точки (1): $\nu RT_1 = \alpha_1 V_1^2$, для точки (2): $\nu RT_2 = \alpha_2 V_1^2$, для точки (3): $\nu RT_3 = \alpha_2 V_2^2$, для точки (4): $\nu RT_4 = \alpha_1 V_2^2$,
8. Согласно условию $\frac{V_2}{V_1} = n$, а $\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = k$. Выразим температуры всех точек через температуру T_1 :
 $T_2 = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \cdot T_1$ или $T_2 = kT_1$; $T_3 = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \cdot n^2 \cdot T_1 = k \cdot n^2 \cdot T_1$ и $T_4 = (V_2/V_1)^2 \cdot T_1$ $T_4 = n^2 T_1$
9. КПД тепловой машины $\eta = 1 - Q_X/Q_H = 1 - \frac{3T_3 + T_4 - 4T_1}{4T_3 - 3T_1 - T_2} = 1 - \frac{(3kn^2 + n^2 - 4) \cdot T_1}{(4kn^2 - 3 - k) \cdot T_1}$
10. $\eta = 1 - \frac{(3k + 1)n^2 - 4}{(4n^2 - 1)k - 3} = 1 - \frac{(7 \cdot 9 - 4) \cdot T_1}{(35 \cdot 2 - 3) \cdot T_1} = 11,9 \%$

Критерии оценивания

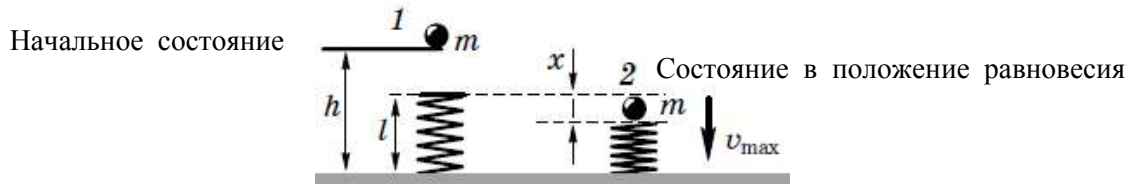
- За 1-й пункт – 1 балл
- За 2-й пункт – 1 балл
- За 3-й пункт – 1 балл
- За 4-й пункт – 1 балл
- За 5-й пункт – 1 балл
- За 6-й пункт – 1 балл
- За 7-й пункт – 1 балл
- За 8-й пункт – 1 балл
- За 9-й пункт – 1 балл
- За 10-й пункт – 1 балл

В 10-ом пункте задачи, все числа должны быть проставлены, если это не так, то снимается 1 балл
Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2 баллов.

Задача № 3. Пружина

Возможное решение

- 1) Максимальный импульс шарика достигается при максимальной скорости $p_{\max} = m v_{\max}$.
- 2) Скорость будет максимальна, когда шарик будет проходить положение равновесия. При этом сумма сил, действующих на шарик, равна нулю: $mg - kx = 0$ Соответствующий рисунок приведён ниже.



3) Закон сохранения энергии при переходе системы из состояния 1 в состояние 2 имеет вид:

$$mg(h - l + x) = \frac{mv_{max}^2}{2} + \frac{kx^2}{2} \quad \text{или так} \quad m^2g(h - l + x) = \frac{p_{max}^2}{2} + \frac{mkx^2}{2}$$

4) Из предыдущего получим $p_{max} = m\sqrt{2g(h - l) - \frac{mg^2}{k}} = 0,288 \text{ кг}\cdot\text{м/с}$

Критерии оценивания

За 1-й пункт – 2 балла

За 2-й пункт – 3 балла

За 3-й пункт – 3 балла

За 4-й пункт – 2 балла

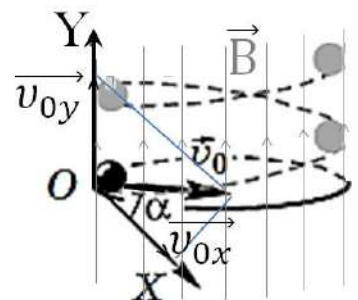
В расчётной части задачи, все числа должны быть проставлены, если это не так, то снимается 1 балл в каждом таком пункте

Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2 баллов.

Задача №4 Винтовая линия

Возможное решение

1. Введём систему координат в точке вхождения электрона в магнитное поле: ось OX, направленную по касательной к винтовой линии и перпендикулярно вектору B; ось OY, Направленную параллельно вектору магнитной индукции (B)



2. Разложим скорость влетевшего электрона – v_0 на составляющие: вдоль оси OX направленную по касательной к винтовой линии и перпендикулярно вектору B – $v_{0x} = v_0 \cdot \sin \alpha$ и составляющую вдоль оси OY – $v_{0y} = v_0 \cdot \cos \alpha$ (см. рис.).

3. Горизонтальная составляющая скорости обеспечивает вращение по окружности с периодом $T = \frac{2\pi R}{v_{0x}}$.

4. Сила Лоренца, так же определяется горизонтальной составляющей скорости, $e v_{0x} B = \frac{m v_{0x}^2}{R}$

5. Шаг винтовой линии $h = v_{0y} \cdot T = v_{0y} \cdot \frac{2\pi R}{v_{0x}}$.

6. Из (4) найдём $v_{0x} = \frac{eBR}{m}$

7. Из (5) найдём $v_{0y} = \frac{h}{2\pi R} \cdot \frac{eBR}{m} = \frac{eBh}{2\pi m}$

8. Тогда $v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2} = \sqrt{\left(\frac{eBR}{m}\right)^2 + \left(\frac{eBh}{2\pi m}\right)^2} = \frac{eBR}{m} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{h}{2\pi R}\right)^2} =$

$$\frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 100 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-2}}{9,1 \cdot 10^{-31}} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{20}{2 \cdot \pi \cdot 5}\right)^2} = 1,04 \cdot 10^6 \text{ м/с} \quad \blacksquare$$

$$9. \quad eU = \frac{mv^2}{2e}, \text{ откуда } U = \frac{eB^2R^2}{2m} \cdot \left(1 + \left(\frac{h}{2\pi R}\right)^2\right) = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^4 \cdot 10^{-12} \cdot 25 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}} \cdot \left(1 + \left(\frac{20}{2 \cdot \pi \cdot 5}\right)^2\right) =$$

$$= 3,07 \text{ кВ} \quad \blacksquare$$

Критерии оценивания

- За 1-й пункт – 1 балл
- За 2-й пункт – 2 балла
- За 3-й пункт – 1 балл
- За 4-й пункт – 1 балл
- За 5-й пункт – 1 балл
- За 6-й пункт – 1 балл
- За 7-й пункт – 1 балл
- За 8-й пункт – 1 балл
- За 9-й пункт – 1 балл

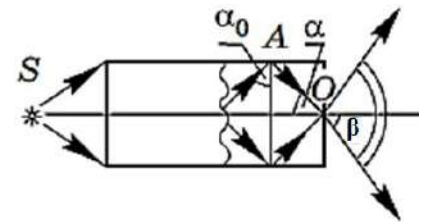
В расчётной части задачи, все числа должны быть проставлены, если это не так, то снимается 1 балл в каждом таком пункте

Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2-х баллов.

Задача №5 Световод

Возможное решение

1. Внутри световода распространяются только лучи, падающие на его боковую поверхность под углами $\alpha \geq \alpha_0$ (см. рис.).
2. Луч, вышедший через центр торца световода, в точке А претерпел полное внутреннее отражение, поэтому угол падения в центр торца $\alpha = 90^\circ - \alpha_0$.
3. Угол преломления β найдем из закона преломления:



4. Угловая апертура выходящего пучка равна 2β . Известно, что для предельного угла полного внутреннего отражения $\sin \alpha_0 = \frac{1}{n}$, тогда $\cos \alpha_0 = \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} = \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{n}$.
 5. Подставив в (3) получим уравнение : $\sin \beta = \sqrt{n^2 - 1}$.
 6. Это уравнение имеет решение, если $0 \leq \sqrt{n^2 - 1} \leq 1$. Следовательно, $1 < n \leq \sqrt{2}$.
 7. Если выполняется условие (6) апертура пучка света $2\beta = 2 \arcsin \sqrt{n^2 - 1}$.
- Для предельного $n = \sqrt{2}$ $2\beta = 180^\circ$.

Критерии оценивания

- За 1-й пункт – 1 балл
- За 2-й пункт – 1 балл
- За 3-й пункт – 2 балла
- За 4-й пункт – 2 балла

За 5-й пункт – 1 балл

За 6-й пункт – 2 балла

За 7-й пункт – 1 балл

Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2-х баллов.