КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

11 класс

Задача 11.1

Возможное решение

(В работах учащихся могут быть предложены и другие правильные способы решения)

Обозначим длину не выскользнувшей части каната через *x*, тогда выскользнувшая часть каната имеет длину $l-x$. Обозначим, далее, массу каната через m, тогда масса висячей части каната равна, соответственно $m\frac{l-x}{l}=m\left(1-\frac{x}{l}\right)$. Запишем второй закон Ньютона для всего каната (в проекции на направление движения)

$$ma=m\left(1-\frac{x}{l}\right)g, \qquad (1)$$

и для висячей части

$$m\left(1-\frac{x}{l}\right)a=m\left(1-\frac{x}{l}\right)g-T, \qquad (2)$$

где T – сила натяжения, приложенная в верхней точке висячей части каната со стороны его горизонтальной части. Из (1) и (2) выражаем

$$T=mg\frac{x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right) \qquad (3)$$

Найдём при какой отношении x/l данное выражение будет максимальным. Для этого, обозначив $z=x/l$, запишем (3) в виде

$$T=mg\cdot z(1-z)=mg\left(z-z^2\right) \qquad (4)$$

Исследование на экстремум данного выражения даёт

$$T'=mg(1-2z)=0 \quad \rightarrow \quad z_{\max}=\frac{1}{2}, \qquad (5)$$

следовательно, в соответствие с (4)

$$T_{\max}=\frac{mg}{4} \qquad (6)$$

Поскольку по условию задачи, чтобы канат не порвался, должно быть $T_{\max}\le T_0=mg\frac{l_0}{l_{\max}}$, подставляя сюда (6), получаем условие целостности каната

$$\frac{mg}{4}\le mg\frac{l_0}{l_{\max}} \quad \rightarrow \quad l_{\max}=4l_0 \qquad (7)$$

Примерные критерии оценивания	Баллы
Записано уравнение движения каната (1)	2
Записано уравнение движения висячей части каната (2)	2
Получено выражение для силы натяжения (3)	2
Найдено значение максимальной силы натяжения (6)	2
Получено условие целостности каната (7)	2

Задача 11.2

Возможное решение

(В работах учащихся могут быть предложены и другие правильные способы решения)

Обозначим давление в нагретых шинах p_2, тогда, поскольку объём газа в шинах по условию задачи не изменяется, в соответствие с законом Шарля, будем иметь

$$\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_1}{T_1} \quad \rightarrow \quad \frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} \tag{1}$$

Если обозначит через S_1 и S_2 площади соприкосновения колёс с дорогой, соответственно, до и после поездки, а через m – массу автомобиля, то для силы давления колёс на дорогу можно записать такие выражения

$$p_1 S_1 = mg + p_0 S_1\,, \qquad p_2 S_2 = mg + p_0 S_2\,, \tag{2}$$

откуда получаем соотношение

$$(p_1 - p_0) S_1 = (p_2 - p_0) S_2\,, \tag{3}$$

согласно которому избыточное давление, то есть разность между давлением в шинах и атмосферным давлением в обоих случаях будет одной и той же.

Из (1) и (3) находим

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{p_2 - p_0}{p_1 - p_0} = \frac{p_1 T_2 - p_0 T_1}{(p_1 - p_0) T_1} \tag{4}$$

Подставляя численные значения, получаем

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{500 \cdot 10^3 \cdot 330 - 100 \cdot 10^3 \cdot 287}{400 \cdot 10^3 \cdot 287} = 1,2 \tag{5}$$

Примерные критерии оценивания	Баллы
Записан закон Шарля (1)	3
Получено соотношение (3)	4
Получен ответ задачи в общем виде (4)	2
Получен численный результат (8)	1

Задача 11.3

Возможное решение

(В работах учащихся могут быть предложены и другие правильные способы решения)

Запишем первый закон термодинамики для газа, находящегося в правой половине сосуда. С учетом того, что сосуд теплоизолирован:

$$\Delta U + A = 0 \qquad (1)$$

Здесь

$$\Delta U = c(T_2 - T_1) \qquad (2)$$

– изменение внутренней энергии идеального газа, произошедшее после освобождения поршня и установления равновесия в системе, работа же, совершённая газом при этом равна изменению потенциальной энергии деформированной пружины. Если обозначить через x – изменение длины пружины после того, как поршень отпустили (то есть x – новое расстояние между поршнем и правым торцом сосуда), то

$$A = \frac{kx^2}{2} - \frac{kl^2}{2} \qquad (3)$$

Выразим потенциальную энергию пружины $kx^2/2$ в (3) через параметры газа. Для этого используем уравнение газового состояния

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} \quad \rightarrow \quad \frac{p_1Sl}{T_1} = \frac{p_2Sx}{T_2}, \qquad (4)$$

а также условие равновесия поршня

$$kx = p_2S, \qquad (5)$$

поскольку после установления равновесия поршень находится в покое, и сила упругости пружины равна силе давления газа. Из (4) и (5), исключая p_2, находим

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{p_1SlT_2}{2T_1}. \qquad (6)$$

Подстановка (2) и (3), с учётом (6) в (1), даёт уравнение

$$cT_2 - cT_1 = \frac{kl^2}{2} - \frac{p_1SlT_2}{2T_1}, \qquad (7)$$

из которого получаем окончательный результат

$$T_2 = T_1\frac{2cT_1 + kl^2}{2cT + p_1Sl}, \qquad (8)$$

Примерные критерии оценивания	Баллы
Записан первый закон термодинамики (1)	1
Записано выражения для изменения внутренней энергии (2)	1
Записано выражения для работы газа (3)	1
Записано уравнение газового состояния (4)	1
Записано условие равновесия поршня (5)	1
Вычислена потенциальная энергия пружины в равновесии (или величина x) (6)	2
Получен окончательный результат (8)	3

Задача 11.4

Возможное решение

(В работах учащихся могут быть предложены и другие правильные способы решения)

В соответствие с законом сохранения энергии в шаре в единицу времени выделяется количество теплоты Q, равное разности энергии попавших на шар n электронов и тепловой энергии I^2R, выделяющейся на резисторе с сопротивлением R в единицу времени:

$$Q = n\frac{mv^2}{2} - I^2R\,, \quad (1)$$

где $I = en$ (2)

Из (1) и (2) получаем выражение $Q = n\frac{mv^2}{2} - e^2n^2R = n\left(\frac{mv^2}{2} - e^2nR\right)$, (3)

определяющее искомое количество теплоты при $\frac{mv^2}{2} > e^2nR$ (4)

Как следует из (3), если для кинетической энергии электронов выполняется обратное неравенство, то теплота в шаре выделяться не будет

$$\frac{mv^2}{2} \le e^2nR \qquad \to \qquad Q = 0 \quad (5)$$

Примерные критерии оценивания	Баллы
Записан закон сохранения энергии в форме (1)	2
Записано выражение для силы тока (2)	1
Получено выражение для количества теплоты через данные задачи (3)	2
Указано условие применимости полученного результата (4)	2
Отмечен случай отсутствия выделения теплоты в шаре (5)	3

Задача 11.5

Возможное решение

(В работах учащихся могут быть предложены и другие правильные способы решения)

Поскольку стол является гладким и горизонтальным, действующая со стороны стола сила реакции имеет лишь вертикальную компоненту, компенсирующую действие силы тяжести на кольцо, кроме того, будем пренебрегать влиянием воздуха на движение кольца. При выключении магнитного поля в точках кольца согласно закону электромагнитной индукции возникает ЭДС, модуль которой определяется выражением

$$|\varepsilon_i| = \left|\frac{d\Phi}{dt}\right| = S\left|\frac{dB}{dt}\right| = \pi R^2\left|\frac{dB}{dt}\right| \quad (1)$$

Здесь через R обозначен радиус кольца. Учитывая далее, что кольцо является тонким и находится в однородном магнитном поле, и, следовательно, все точки кольца находятся в одинаковых условиях, можно утверждать, что напряжённость поля сторонних электрических сил, ЭДС которых определена в (1), направлена в каждой точке вдоль касательной к кольцу, а ее величина равна $E = \frac{|\varepsilon_i|}{L} = \frac{|\varepsilon_i|}{2\pi R} = \frac{R}{2}\left|\frac{dB}{dt}\right|$ (2)

Поскольку кольцо заряжено равномерно, то на любой малый элемент кольца dL, несущий на себе заряд dq со стороны поля (2) будет действовать сила, направленная перпендикулярно радиусу, соединяющему этот элемент с центром кольца, т.е. по касательной к кольцу, и по величине равная $|dF_\tau| = E|dq| = \frac{R}{2}\left|\frac{dB}{dt}\right||dq|$ (3)

Обозначая через dm массу элемента кольца dL, согласно второму закону Ньютона, определим величину тангенциальной составляющей ускорения a_τ данного элемента

$$|a_\tau| = \frac{|dF_\tau|}{dm} = \frac{R}{2}\left|\frac{dB}{dt}\right|\frac{|dq|}{dm} = \frac{R}{2}\left|\frac{dB}{dt}\right|\frac{|q|}{m} \quad (4)$$

При переходе к последнему равенству в (4) было учтено, что масса и заряд равномерно распределены по кольцу, и поэтому $\frac{dm}{dL} = \frac{m}{2\pi R}$; $\frac{dq}{dL} = \frac{q}{2\pi R} \to \frac{dm}{dq} = \frac{m}{q}$.

Используем далее известную формулу $\upsilon = \omega R$. Отсюда видно, что изменения линейной и угловой скоростей точек кольца, произошедшие за малый промежуток времени dt связаны друг с другом соотношением $d\upsilon = Rd\omega$, разделив которое на dt и взяв по модулю, получим $|a_\tau| = \left|\frac{d\upsilon}{dt}\right| = R\left|\frac{d\omega}{dt}\right|$ (5)

Из сравнения (4) и (5) будем иметь формулу $|d\omega| = \frac{1}{2}\frac{|q|}{m}|dB|$, (6)

определяющую изменение угловой скорости кольца, вызванное малым изменением индукции магнитного поля. Суммируя все приращения угловых скоростей (6), с учетом того, что в начальный момент кольцо покоилось, найдем искомую максимальную скорость, которую приобретет кольцо при выключении магнитного поля:

$$\omega_{\max} = \frac{1}{2}\frac{|qB|}{m}. \quad (7)$$

При записи формул в этой задаче можно использовать для обозначения малых величин вместо символа d символ Δ, например Δq, Δm и т.д.

Примерные критерии оценивания	**Баллы**
Записано выражение (1)	1
Вычислена напряжённость поля E - выражение (2)	3
Вычислена тангенциальная составляющая ускорения a_τ - выражение (4)	3
Записано выражение для a_τ (из кинематики) – выражение (5)	2
Получен окончательный результат (7)	1